



# НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

---

---

Физико-математические  
науки

---

---

**ТОМ 10, № 2**  
**2017**

# НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

## РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ ЖУРНАЛА

Алферов Ж.И., академик РАН – председатель;  
Боровков А.И., проректор по перспективным проектам;  
Варшалович Д.А., академик РАН;  
Глухих В.А., академик РАН;  
Жуков А.Е., чл.-кор. РАН – зам. председателя;  
Иванов В.К., д-р физ.-мат. наук, профессор;  
Индейцев Д.А., чл.-кор. РАН;  
Рудской А.И., чл.-кор. РАН – зам. председателя;  
Сулис Р.А., академик РАН.

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА

Иванов В.К., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия, – главный редактор;  
Фотиади А.Э., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия, – зам. главного редактора;  
Каприлова В.М., канд. физ.-мат. наук, доцент, СПбПУ, СПб., Россия – ответственный секретарь;  
Антонов В.И., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;  
Безпрозванный И.Б., д-р биол. наук, профессор, Юго-Западный медицинский центр  
Техасского университета, Даллас, США;  
Блинов А.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;  
Донецкий Д.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, университет штата Нью-Йорк в Стоуни-Брук, США;  
Малерб Й.Б., Dr.Sc. (Physics), профессор, университет Претории, ЮАР;  
Остряков В.М., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;  
Привалов В.Е., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;  
Соловьёв А.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, Научно-исследовательский центр  
мезобионаносистем (MBN), Франкфурт-на-Майне, Германия;  
Таганцев А.К., д-р физ.-мат. наук, профессор, Швейцарский федеральный институт технологий,  
Лозанна, Швейцария;  
Топтыгин И.Н., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;  
Тропп Э.А., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;  
Фирсов Д.А., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия.  
Хейфец А.С., Ph.D. (Physics), профессор, Австралийский национальный университет,  
Канберра, Австралия.

*Журнал с 1995 года издается под научно-методическим руководством Российской академии наук.*

Журнал с 2002 г. входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук.

Сведения о публикациях представлены в Реферативном журнале ВИНТИ РАН, в международной справочной системе «Ulrich's Periodical Directory».

С 2008 года выпускается в составе сериального периодического издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ».

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор). Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.

Распространяется по Каталогу стран СНГ, Объединенному каталогу «Пресса России» и по Интернет-каталогу «Пресса по подписке». Подписной индекс **71823**.

Журнал включен в базу данных «Российский индекс научного цитирования» (РИНЦ), размещенную на платформе Научной электронной библиотеки на сайте <http://www.elibrary.ru>

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

Точка зрения редакции может не совпадать с мнением авторов статей.

Адрес редакции и издательства: Россия, 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.  
Тел. редакции (812) 294-22-85.  
<http://ntv.spbstu.ru/physics>

© Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2017



ST. PETERSBURG STATE  
POLYTECHNICAL UNIVERSITY  
**JOURNAL**

---

---

Physics  
and Mathematics

---

---

**VOLUME 10, No. 2**  
**2017**

# ST. PETERSBURG STATE POLYTECHNICAL UNIVERSITY JOURNAL. PHYSICS AND MATHEMATICS

## JOURNAL EDITORIAL COUNCIL

*Zh.I. Alferov* – full member of RAS, head of the editorial council;  
*A.I. Borovkov* – vice-rector for perspective projects;  
*D.A. Varshalovich* – full member of RAS; *V.A. Glukhikh* – full member of RAS;  
*A.Ye. Zhukov* – corresponding member of RAS, deputy head of the editorial council;  
*V.K. Ivanov* – Dr.Sc.(phys.-math.), prof.; *D.A. Indeitsev* – corresponding member of RAS;  
*A.I. Rudskoy* – corresponding member of RAS, deputy head of the editorial council;  
*R.A. Suris* – full member of RAS.

## JOURNAL EDITORIAL BOARD

*V.K. Ivanov* – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia, – editor-in-chief;  
*A.E. Fotiadi* – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia, – deputy editor-in-chief;  
*V.M. Kapralova* – Candidate of Phys.-Math. Sc., associate prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia, – executive secretary;  
*V.I. Antonov* – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;  
*I.B. Bezprozvanny* – Dr. Sc. (Biology), prof., The University of Texas Southwestern Medical Center, Dallas, TX, USA;  
*A.V. Blinov* – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;  
*D.V. Donetski* – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., State University of New York at Stony Brook, NY, USA;  
*D.A. Firsov* – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;  
*A.S. Kheifets* – Ph.D., prof., Australian National University, Canberra, Australia.  
*J.B. Malherbe* – Dr. Sc. (Physics), prof., University of Pretoria, Republic of South Africa;  
*V.M. Ostryakov* – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;  
*V.E. Privalov* – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;  
*A.V. Solov'yov* – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., MBN Research Center, Frankfurt am Main, Germany;  
*A.K. Tagantsev* – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne, Switzerland;  
*I.N. Toptygin* – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;  
*E.A. Tropp* – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia.

*The journal is published under the scientific and methodical guidance of RAS since 1995.*

The journal is included in the List of leading peer-reviewed scientific journals and other editions to publish major findings of theses for the research degrees of Doctor of Sciences and Candidate of Sciences.

The publications are presented in the VINITI RAS Abstract Journal and Ulrich's Periodical Directory International Database.

The journal is published since 2008 as part of the periodical edition 'Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPb-GPU'.

The journal is registered with the Federal Service for Supervision in the Sphere of Telecom, Information Technologies and Mass Communications (ROSKOMNADZOR). Certificate ПИ № ФС77-52144 issued December 11, 2012.

The journal is distributed through the CIS countries catalogue, the «Press of Russia» joint catalogue and the «Press by subscription» Internet catalogue. The subscription index is **71823**.

The journal is in the Russian Science Citation Index (RSCI) database.

© Scientific Electronic Library (<http://www.elibrary.ru>).

No part of this publication may be reproduced without clear reference to the source.

The views of the authors may not represent the views of the Editorial Board.

Address: 195251 Politeknicheskaya St. 29, St. Petersburg, Russia.

Phone: (812) 294-22-85.

<http://ntv.spbstu.ru/physics>

© Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, 2017

## Содержание

### Приборы и техника физического эксперимента

|                                                                                                                                                                                                                                     |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Чупин В.А., Долгих Г.И., Самченко А.Н.</b> <i>Неразрушающий бесконтактный метод исследования строения морского дна</i> .....                                                                                                     | 9  |
| <b>Аладов А.В., Валюхов В.П., Купцов В.Д., Демин С.В., Валюхова А.В.</b> <i>Особенности радиоканала управления энергоэффективными светодиодными источниками освещения (статья на английском языке)</i> .....                        | 16 |
| <b>Аладов А.В., Валюхов В.П., Купцов В.Д., Закгейм А.Л., Мизеров М.Н., Демин С.В., Валюхова А.В.</b> <i>Беспроводные сети энергоэффективных, динамически управляемых светодиодных источников (статья на английском языке)</i> ..... | 28 |

### Биофизика и медицинская физика

|                                                                                                                                                    |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Бакаев В.А., Иванов Н.А., Лебедева Ж.С.</b> <i>Способы снижения лучевой нагрузки на пациентов при протонной терапии заболеваний глаза</i> ..... | 37 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

### Физика молекул

|                                                                                                                                                                                                                                      |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Хрипунов А.К., Степанова Т.П., Ткаченко А.А., Романов Д.П., Астапенко Э.П., Капралова В.М.</b> <i>Диэлектрические свойства и микроструктура водных суспензий дезинтегрированных наногель-пленок бактериальной целлюлозы</i> ..... | 45 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

### Математика

|                                                                                                                                                                       |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Пастухов А.А., Прокофьев А.А.</b> <i>Применение алгоритмов кластеризации к формированию представительской выборки для обучения многослойного персептрона</i> ..... | 58 |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

### Механика

|                                                                                                                                                               |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Беляев А.К., Полянский В.А., Смирнова Н.А., Федотов А.В.</b> <i>Процедура идентификации при модальном управлении распределенным упругим объектом</i> ..... | 69 |
| <b>Семенов А.С.</b> <i>Симметризация тензора эффективных напряжений для сред с анизотропной поврежденностью</i> .....                                         | 82 |
| <b>Тихомиров В.В.</b> <i>Трещина моды III, приближающаяся к упругому клиновидному включению</i> .....                                                         | 99 |

### Теоретическая физика

|                                                                                                                                                |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Горобей Н.Н., Лукьяненко А.С.</b> <i>Регуляризация волновой функции Хартла – Хокинга (статья на английском языке)</i> .....                 | 110 |
| <b>Горобей Н.Н., Лукьяненко А.С., Свинцов М.В.</b> <i>О начальном состоянии Вселенной в теории инфляции (статья на английском языке)</i> ..... | 115 |

### Конференции

|                                                                                                                                                                                                                         |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Гаврикова Т.А., Фирсов Д.А., Зыков В.А.</b> Актуальные направления физики полупроводников и наноструктур, полупроводниковой опто- и наноэлектроники (по материалам XVIII Всероссийской молодежной конференции) ..... | 123 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

### Хроника

|                                              |     |
|----------------------------------------------|-----|
| Памяти Александра Ильича Слуцкого .....      | 133 |
| Памяти Гарегина Оганесовича Карапетяна ..... | 135 |
| Авторский указатель .....                    | 138 |

## Contents

### Experimental technique and devices

|                                                                                                                                                                                                 |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Chupin V.A., Dolgikh G.I., Samchenko A.N.</b> <i>A nondestructive noncontact method of the sea-bottom structure investigation</i> .....                                                      | 9  |
| <b>Aladov A.V., Valyukhov V.P., Kuptsov V.D., Demin S.V., Valyukhova A.V.</b> <i>Special features of radio control link for energy efficient LED light sources</i> .....                        | 16 |
| <b>Aladov A.V., Valyukhov V.P., Kuptsov V.D., Zakgeim A.L., Mizerov M.N., Demin S.V., Valyukhova A.V.</b> <i>Wireless networks of energy efficient dynamically controlled LED sources</i> ..... | 28 |

### Biophysics and medical physics

|                                                                                                                                                        |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Bakaev V.A., Ivanov N.A., Lebedeva Zh.S.</b> <i>Methods for reducing the patient radiation exposure during the proton eye-disease therapy</i> ..... | 37 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

### Physics of molecules

|                                                                                                                                                                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Khripunov A.K., Stepanova T.P., Tkachenko A.A., Romanov D.P., Astapenko E.P., Kapralova V.M.</b> <i>Dielectric properties and microstructure of the disintegrated nanogel films of bacterial cellulose</i> ..... | 45 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

### Mathematics

|                                                                                                                                                                          |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Pastukhov A.A., Prokofiev A.A.</b> <i>Clustering algorithms application to the representative sample formation in the training of the multilayer perceptron</i> ..... | 58 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

### Mechanics

|                                                                                                                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Belyaev A.K., Polyanskiy V.A., Smirnova N.A., Fedotov A.V.</b> <i>Identification procedure in the modal control of a distributed elastic system</i> ..... | 69 |
| <b>Semenov A.S.</b> <i>Symmetrization of the effective stress tensor for anisotropic damaged continua</i> .....                                              | 82 |
| <b>Tikhomirov V.V.</b> <i>Mode III crack approaching to the wedge-shaped elastic inclusion</i> .....                                                         | 99 |

### Theoretical physics

|                                                                                                                                  |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Gorobey N.N., Lukyanenko A.S.</b> <i>A regularization of the Hartle-Hawking wave function</i> .....                           | 110 |
| <b>Gorobey N.N., Lukyanenko A.S., Svintsov M.V.</b> <i>On the initial state of the universe in the theory of inflation</i> ..... | 115 |

### Conferences

|                                                                                                                                                                                                               |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Gavrikova T.A., Firsov D.A., Zykov V.A.</b> <i>The topical trends in semiconductor and nanostructure physics, semiconductor opto- and nanoelectronics (on the 18th All-Russian Youth Conference)</i> ..... | 123 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

**Chronicle**

|                                                                    |     |
|--------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>In memory of Alexander Ilyich Slutzker (obituary)</i> .....     | 133 |
| <i>In memory of Garegin Oganessian Karapetyan (obituary)</i> ..... | 135 |
| <i>Author index</i> .....                                          | 138 |



DOI: 10.18721/JPM.10201

УДК 550.34.01

## **НЕРАЗРУШАЮЩИЙ БЕСКОНТАКТНЫЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ СТРОЕНИЯ МОРСКОГО ДНА**

**В.А. Чупин, Г.И. Долгих, А.Н. Самченко**

Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева Дальневосточного отделения РАН,  
г. Владивосток, Российская Федерация

Приводится описание бесконтактного неразрушающего метода исследования структуры морского дна, использующего гидроакустическое и лазерное излучения, а также практическая реализация метода. Исследовательский комплекс включает применение новейшей низкочастотной гидроакустической излучающей системы и системы береговых лазерных деформографов, расположенных на специально выбранной морской акватории и береговой территории. Гидроакустические излучатели используются для генерации сейсмического сигнала. Регистрация сейсмических поверхностных волн осуществляется береговыми лазерными деформографами. Оптические части деформографов построены по схеме неравноплечего интерферометра Майкельсона, где в качестве источников излучения используются частотно-стабилизированные гелий-неоновые лазеры. С помощью геолого-геофизических методов была построена предварительная модель дна экспериментального полигона. На ее основе проведено исследование временных характеристик регистрируемых сейсмических волн. Доказана перспективность использованного метода исследования.

**Ключевые слова:** структура морского дна; лазерный деформограф; шельф; гидроакустический излучатель; сейсмический сигнал

**Ссылка при цитировании:** Чупин В.А., Долгих Г.И., Самченко А.Н. Неразрушающий бесконтактный метод исследования строения морского дна // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. Т. 10. № 2. С. 9–15. DOI: 10.18721/JPM.10201

## **A NONDESTRUCTIVE NONCONTACT METHOD OF THE SEA-BOTTOM STRUCTURE INVESTIGATION**

**V.A. Chupin, G.I. Dolgikh, A.N. Samchenko**

V.I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute, Vladivostok, Russian Federation

The paper describes a nondestructive noncontact method of the sea-bottom structure investigation using hydroacoustic and laser radiation types. A practical implementation of this method is also presented. The research complex incorporates a state-of-the-art low-frequency hydroacoustic radiating system and a system of coastal laser strainmeters arranged in the sea-waters and the coastal-grounds of the special selection. The hydroacoustic radiators are put to generate a seismic signal. Seismic superficial waves are recorded by the coastal laser strainmeters. Optical parts of the strainmeters are constructed as the unequal-path Michelson interferometer where the frequency-stable helium-neon lasers serve as the emission sources. A preliminary

model of the sea-bottom testing ground has been developed by application of geologic-geophysical procedures. The model-based analysis of the timing data of the recorded seismic waves was carried out. The prospectivity of the used method was proved.

**Key words:** sea-bottom structure; laser strainmeter; shelf; hydroacoustic radiator; seismic signal

**Citation:** V.A. Chupin, G.I. Dolgikh, A.N. Samchenko. A nondestructive noncontact method of the sea-bottom structure investigation, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 10(2) (2017) 9–15. DOI: 10.18721/JPM.10201

## Введение

В лаборатории физики геосфер Тихоокеанского океанологического института Дальневосточного отделения РАН (ТОИ ДВО РАН) в течение последних нескольких лет изучаются возможности определения структуры осадочных слоев земной коры на морском шельфе с применением береговых лазерных деформографов и их комплексов.

Лазерные деформографы могут регистрировать деформации земной коры с точностью до  $10^{-10}$  –  $10^{-12}$  (в зависимости от уровня частотной стабильности применяемого лазера) в широком частотном диапазоне и практически неограниченном динамическом диапазоне при измерении естественных процессов. В качестве источников сигнала для генерации сейсмоакустических волн используются гидроакустические излучатели различных модификаций.

Данные исследования развиваются в связи с возросшим в последнее время интересом к освоению природных ресурсов Мирового океана (в том числе в России) и к изучению арктического шельфа. Моря Арктики большую часть времени покрыты льдами, поэтому описанный выше бесконтактный метод исследования, который не разрушает ледовый покров, имеет большое экологическое значение.

Возможности метода регистрации поверхностных сейсмических волн, которые распространяются по границам геологических слоев земной коры, различных по акустическим свойствам, были показаны ранее [1, 2]. На основе экспериментов по регистрации береговыми лазерными деформографами сложных фазоманипулированных сигналов и по их обработке, сделаны первые шаги по определению структуры и состава земной коры.

## Методика исследования

Для развития методики исследования, в июне 2016 года была выполнена комплексная экспериментальная работа по регистрации акустического сигнала лазерными деформографами при разных углах распространения сейсмических сигналов на их пути от точки трансформации до регистрирующей системы, а также при различном удалении от этой точки.

Экспериментальные исследования проводились с использованием новейшей низкочастотной гидроакустической излучающей системы и системы береговых лазерных деформографов.

Указанная система находится на морской экспериментальной станции «Мыс Шульца» ТОИ ДВО РАН. Система включает два лазерных деформографа, имеющих длину измерительных плеч 52,5 м (NS (север-юг)) и 17,5 м (WE (запад-восток)). Они расположены на полуострове вблизи побережья, на высоте 76 м над уровнем моря. Оптические части деформографов построены по схеме неравноплечевого интерферометра Майкельсона, где в качестве источников излучения используются частотно-стабилизированные гелий-неоновые лазеры. Чувствительные элементы инструментов и светопроводящие трубы находятся в отдельных подземных камерах, изолированных от воздействия окружающей среды. Измерительные плечи лазерных деформографов расположены почти взаимно перпендикулярно (под углом  $92^\circ$ ). Принцип измерения каждого прибора заключается в синхронной регистрации изменений набега фаз интерферирующих лучей лазера, проходящих через измерительные плечи от центрального интерференционного узла до углового отражателя и обратно.

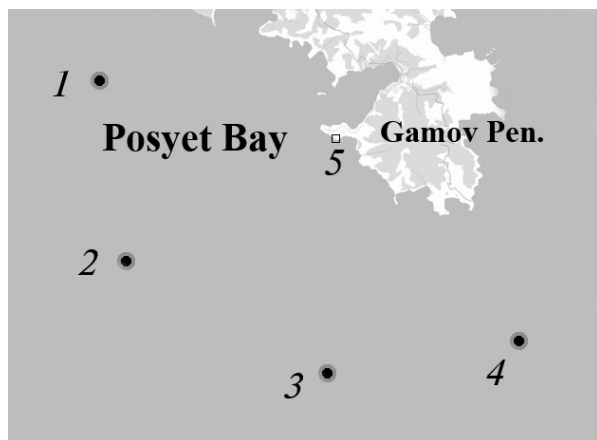


Рис. 1. Геометрическая схема эксперимента: 1 – 4 – станции излучения, 5 – местоположение приемной системы сигналов. Морская экспериментальная станция расположена в Приморском крае, в 84 км от г. Владивостока

Гидроакустическая излучающая система предназначена для генерации различных гидроакустических сигналов в полосе частот от 19 до 26 Гц, с акустической мощностью 1 кВт. В ходе проведения данного эксперимента использовалась схема работы излучателя на глубине одной четверти длины волны при частоте излучения 22 Гц. При таком режиме работы излучатель и противофазный ему мнимый источник образуют антенну; максимум характеристики ее направленности устремлен вертикально вниз, а минимум лежит в горизонтальной плоскости. В этом случае основная часть гидроакустической энергии переходит в объемные волны, а остальная часть – в поверхностные волны; именно они регистрируются лазерными деформографами. Позиционирование, а также временные характеристики гидроакустического излучения и его приема установлены с помощью системы ГЛОНАСС.

На рис. 1 показана геометрическая схема эксперимента. План проведения эксперимента заключался в излучении одинаковой серии гидроакустических сигналов от каждой станции 1 – 4; каждая расположена на расстоянии 10 км от приемной системы 5.

В пределах исследуемого полигона в заливе Посъета бурения морского дна не про-

водилось, а предварительная информация о его строении была получена из данных по геологическому опробованию дна трубками и дночерпателями, геологическому строению фундамента острова Фуругельма и мыса Гамова [3, 4] и по результатам геофизических работ [5, 6]. Дно моря на полигоне представляет собой наклоненную на юго-юго-восток слабохолмистую поверхность, осложненную неглубокими промоинами и отдельными холмами. В рельефе дна исследуемого участка были выделены осадочные волны (рифели) на профилях низкочастотного сейсмопрофилирования по данным батиметрической съемки [7].

### Результаты и их обсуждение

На основании всех имеющихся данных была построена предварительная модель структуры дна на каждой из трасс распространения сигнала (рис. 2). На приведенных графиках по вертикальной оси отложена высота над уровнем моря (Above Sea Level Elevation (ASLE)), по горизонтальной – расстояние.

Согласно предварительной модели, по трассе распространения сигнала в основании находится полупространство, сложенное гранитоидами позднепермского периода IV, и осадочные слои: I – позднеплейстоцено-голоценовый период, II – нижний-средний плейстоцен, III – плиоценовый период.

Посредством спектрального анализа в записях деформографов были выделены участки записи, период которых совпадает с периодом времени работы излучателя в море. На рис. 3 приведены синхронные динамические спектрограммы записей сложного фазоманипулированного сигнала контрольным гидрофоном и береговыми лазерными деформографами при работе излучателя на станции 3 (см. рис. 1).

По результатам обработки файлов записи опорного сигнала контрольного гидрофона, полученных на каждой станции излучения, посредством математической свертки с данными лазерных деформографов, работавших непрерывно в течение всего эксперимента, было проанализировано как количество приходов сложного фа-

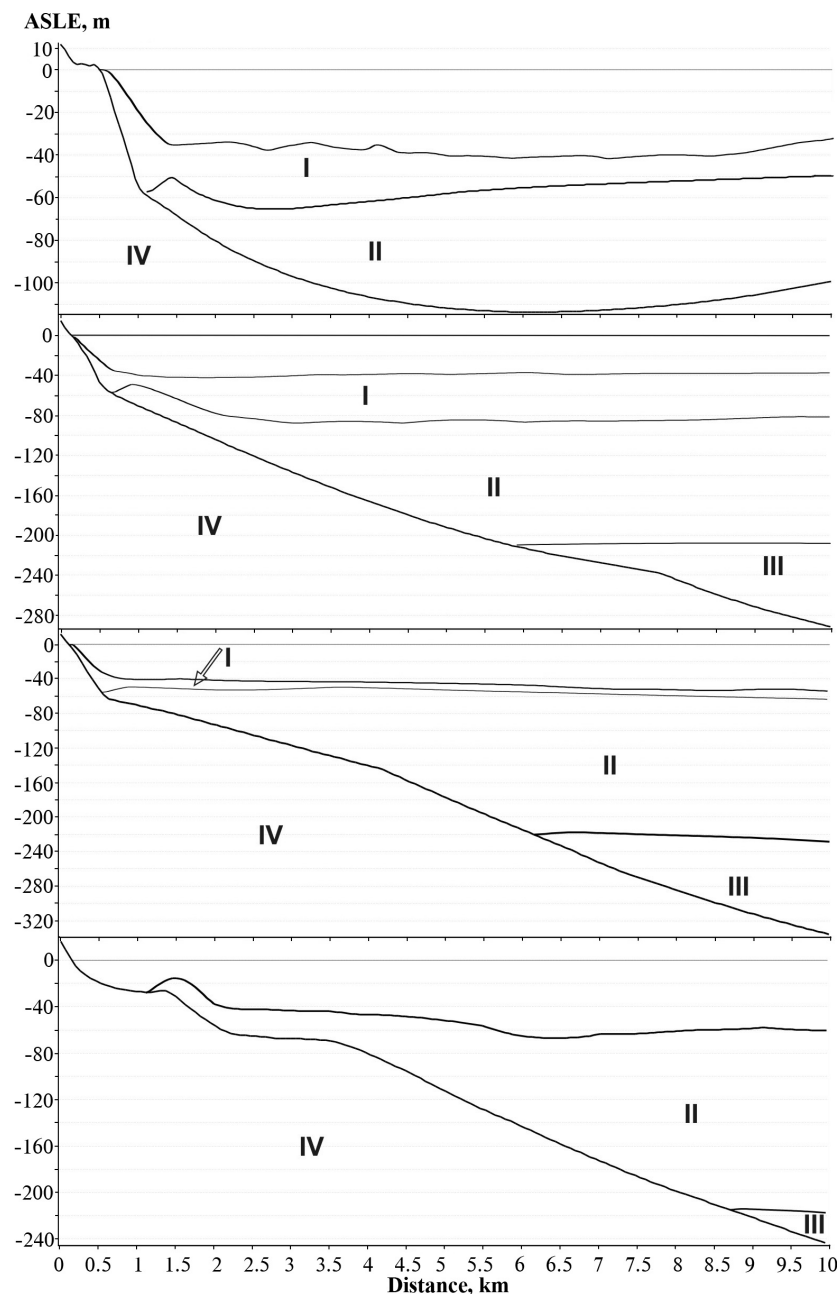


Рис. 2. Вертикальные разрезы верхнего слоя земной коры по линиям, соответствующим трассам от станций 1 – 4 (графики сверху вниз) до деформографов 5 (см. рис. 1); отложены зависимости высоты над уровнем моря (ASLE) от расстояния; I – IV – геологические периоды (указаны в тексте)

зоманипулированного сигнала, так и момент времени каждого прихода. На рис. 4 приведены графики результатов математической свертки контрольного сигнала и сигналов, принимаемых обоими лазерными деформографами. Эти результаты получе-

ны нами для всех станций излучения в ходе проведенного эксперимента.

По результатам математической обработки экспериментальных данных были проанализированы моменты времени прихода каждого максимума сигнала, распро-

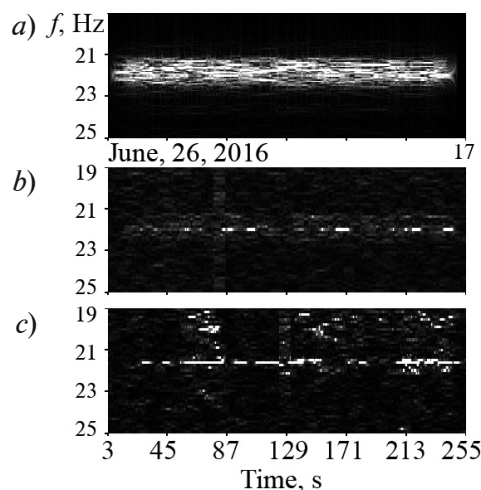


Рис. 3. Динамические спектрограммы записей контрольного гидрофона (а), а также лазерных деформографов WE (b) и NS (c); работал гидроизлучатель на станции 3 (см. рис. 1) 26 июня 2016 года, с 7 ч 59 м до 8 ч 03 м по местному времени

страняющегося от станции излучения, до системы береговых лазерных деформографов. Этот анализ показал, что количество приходов фазоманипулированного сигнала

с разных станций было от трех до восьми, в соответствии со строением дна по каждой трассе излучения. Данные, полученные от каждого лазерного деформографа, дополняя общий результат.

Моменты первого прихода сигнала с каждой станции излучения, полученные с начала регистрации, — различны. Например, период времени первого прихода со станции 1 был 3,3 с, со станции 2 — 3,0 с, со станции 3 — 3,3 с, со станции 4 — 2,8 с. Разница этих периодов времени для первых приходов достигала 0,5 с. В соответствии с предварительными моделями структуры дна, глубина моря на станции 1 должна быть 30 м, а граница полупространства, сложенного гранитоидами, — 100 м. Соответствующие данные на станции 4 должны составлять 60 и 240 м.

### Заключение

Полученные при измерениях результаты привели к заключению, что предварительная структурная модель нуждается во внесении поправок. Если в дополнение к проведенным измерениям регистрировать

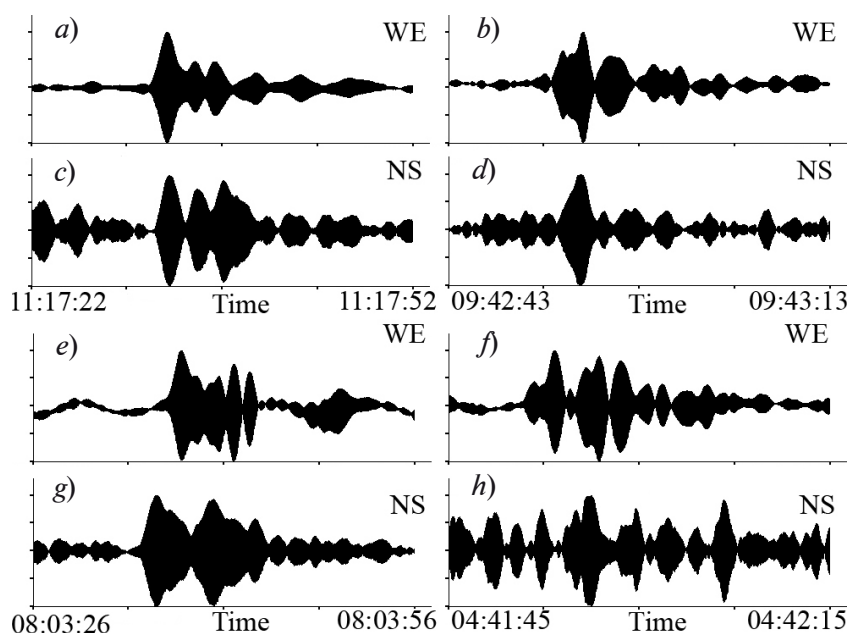


Рис. 4. Результаты математической свертки сигнала от контрольного гидрофона и данных лазерного деформографа; использованы деформографы WE (a,b,e,f) и NS (c,d,g,h); контрольные гидрофоны и гидроакустические излучатели располагались на станциях 1 (a, c), 2 (b, d), 3 (e, g), 4 (f, h) (см. рис. 1); WE, NS — 17,5-метровый и 52,5-метровый деформографы, соответственно



температуру толщи воды, то могут возникнуть разные варианты скорости распространения акустического сигнала в верхних слоях дна. Это и исходная скорость распространения сигнала в водном слое, и скорости пересечения осадочных слоев и распространения сигнала по границам осадочных слоев, а также по полупространству. При подборе известных скоростей распространения звука по рыхлым осадкам и скальным породам, сейсмических волн продольных, затухающих и незатухающих волн Рэлея, волн Стоунли можно сделать выводы о строении дна в исследуемой области. Такие исследования позволяют внести дополнения в уже существующие модели строения земной коры.

При использовании же мобильных лазерных деформографов можно получать без создания стационарных береговых станций новые данные о строении верхнего слоя земной коры в неисследованных областях российского шельфа.

#### Благодарности

В заключение авторы выражают благодарность научному сотруднику А.А. Пивоварову и старшему научному сотруднику А.Н. Швыреву за обеспечение работы гидроакустического излучателя.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (соглашение № 14-17-00041, обработка данных) и программы ДВО РАН «Дальний Восток».

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Долгих Г.И., Долгих С.Г., Пивоваров А.А., Самченко А.Н., Чупин В.А., Швырёв А.Н., Ярошук И.О. О перспективах применения лазерных деформографов для диагностики морского дна // ДАН. 2013. Т. 452. № 3. С. 321–325.
2. Чупин В.А., Долгих Г.И. Развитие технологии диагностики морского дна с помощью низкочастотных гидроакустических излучателей и береговых лазерных деформографов // Вестник ДВО РАН. 2015. Т. 6. № 184. С. 90–95.
3. Васильев Б.И., Марков Ю.Д., Царько Е.И., Демидова Т.И. О геологическом строении континентального склона залива Петра Великого (Японское море) // Вопросы геологии дна Японского моря. Владивосток: Издание Дальневосточного научного центра. Тихоокеанское отд. Института океанологии, 1973. С. 49–57.
4. Свининников А.И., Ярошук И.О. Геоакустическая модель шельфа Японского моря (на примере залива Посыета) // Вестник ДВО РАН. 2006. № 3. С. 85–93.
5. Марков Ю.Д. Южноприморский шельф Японского моря в позднем плейстоцене и голоцене. Владивосток: Издание Дальневосточного научного центра АН СССР, 1983. 128 с.
6. Самченко А.Н., Карнаух В.Н., Аксентов К.И. Геолого-геофизические исследования верхней части осадочного чехла и геоакустическая модель шельфа залива Посыета (Японское море) // Тихоокеанская геология. 2013. Т. 32. № 1. С. 65–75.
7. Коротченко Р.А., Самченко А.Н., Ярошук И.О. Пространственно-временной анализ геоморфологии океанического дна залива Петра Великого Японского моря // Океанология. 2014. Т. 54. № 4. С. 538–545.

Статья поступила в редакцию 01.12.2016, принята к публикации 02.02.2017.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**ЧУПИН Владимир Александрович** — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева» Дальневосточного отделения Российской академии наук, г. Владивосток, Российская Федерация.

690041, Российская Федерация, г. Владивосток, Балтийская ул., 43  
chupin@poi.dvo.ru

**ДОЛГИХ Григорий Иванович** — доктор физико-математических наук, академик РАН, зав. отделом Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева» Дальневосточного отделения РАН, г. Владивосток, Российская Федерация.

690041, Российская Федерация, г. Владивосток, Балтийская ул., 43  
dolgikh@poi.dvo.ru

**САМЧЕНКО Александр Николаевич** — кандидат географических наук, старший научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева» Дальневосточного отделения Российской академии наук, г. Владивосток, Российская Федерация.

690041, Российская Федерация, г. Владивосток, Балтийская ул., 43  
samchenco@poi.dvo.ru

## REFERENCES

- [1] **G.I. Dolgikh, S.G. Dolgikh, A.A. Pivovarov, et al.**, The feasibility of laser strainmeters for sea floor diagnostics, *Doklady Earth Sciences*. 452 (1) (2013) 971–975.
- [2] **V.A. Chupin, G.I. Dolgikh**, Technology development of sea-bottom diagnostics by means of low-frequency hydroacoustic radiators and coastal laser strainmeters, *Bullentin of the East Branch of the Russian Academy of Sciences*. 2015. 6 (184) (2015) 90–95.
- [3] **B.I. Vasilyev, Yu.D. Markov, E.I. Tsarko, T.I. Demidova**, О геологическом строении континентального склона залива Петра Великого (Японское море) [On geological structure of the continental slope of Peter the Great Bay (the Sea of Japan)], In: *On the bed geology of The Sea of Japan*, Vladivostok. (1973) 49–57.
- [4] **A.I. Svinnikov, I.O. Yaroshchuk**, Geoacoustic modeling of the Sea of Japan shelf (for Possyet Bay taken as an example), *Bullentin of the East Branch of the Russian Academy of Sciences*. (3) (2006) 85–93.
- [5] **Yu.D. Markov**, Yuzhnoprиморский shelf Yaponskogo morya v pozdnem Pleystotsene i Golotsene [South-seaboard shelf of the Sea of Japan in the Later Pleistocene and Holocene], Vladivostok: DVNTs AN SSSR (1983).
- [6] **A.N. Samchenko, V.N. Karnaukh, K.I. Aksentov**, Geological geophysical studies of the upper sedimentary cover and geo-acoustic model for the Posiet Bay shelf (the Sea of Japan), *Russian Journal of Pacific Geology*. 32 (1) (2013) 65–75.
- [7] **R.A. Korotchenko, A.N. Samchenko, I.O. Yaroshchuk**, The spatiotemporal analysis of the bottom geomorphology in Peter the Great Bay of the Sea of Japan, *Oceanology*. 54 (4) (2014) 497–504.

*Received 01.12.2016, accepted 05.02.2017.*

## THE AUTHORS

**CHUPIN Vladimir A.**

*V.I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute*

43 Baltiyskaya St., Vladivostok, 69004, Russian Federation  
chupin@poi.dvo.ru

**DOLGIKH Grigoriy I.**

*V.I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute*

43 Baltiyskaya St., Vladivostok, 69004, Russian Federation  
dolgikh@poi.dvo.ru

**SAMCHENKO Aleksander N.**

*V.I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute*

43 Baltiyskaya St., Vladivostok, 69004, Russian Federation  
samchenco@poi.dvo.ru

DOI: 10.18721/JPM.10202

UDC 543.084.852; 351.814.375.3

## **SPECIAL FEATURES OF RADIO CONTROL LINK FOR ENERGY EFFICIENT LED LIGHT SOURCES**

**A.V. Aladov<sup>1</sup>, V.P. Valyukhov<sup>2</sup>, V.D. Kuptsov<sup>2</sup>,  
S.V. Demin<sup>1</sup>, A.V. Valyukhova<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Submicron Heterostructures for Microelectronics Research  
and Engineering Center of the RAS, St. Petersburg, Russian Federation

<sup>2</sup>Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

The aim of the study is to reveal the special features of radio control link model in LR-WPAN under operating conditions of interference of the reflected and the line-of-sight component and to evaluate the radio link's range of positive light source control. The results of development and practical implementation of controlled spectrally tunable light emitting diode (LED) light sources with ISM- and ZigBee(IEEE 802.15.04)-based radio frequency transceivers are presented. A software application developed in LabVIEW simulation of a radio control link for light sources and used for evaluating the radio control link's range of various combinations of polarization of transmitting and receiving antennas has been discussed. It was established and experimentally verified that the received energy was able to be computed using the two-ray model: a line-of-sight ray and the reflected one. This approach is simpler as compared to cellular networks in which multiple reflections from various objects result in multi-path propagation without line-of-sight component.

**Key words:** controlled light source; interference; technology; led; link control range; antenna

**Citation:** A.V. Aladov, V.P. Valyukhov, V.D. Kuptsov, S.V. Demin, A.V. Valyukhova, Special features of radio control link for energy efficient LED light sources, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics And Mathematics. 10(2) (2017) 16–27. DOI: 10.18721/JPM.10202

## **ОСОБЕННОСТИ РАДИОКАНАЛА УПРАВЛЕНИЯ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНЫМИ СВЕТОДИОДНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ОСВЕЩЕНИЯ**

**А.В. Аладов<sup>1</sup>, В.П. Валюхов<sup>2</sup>, В.Д. Купцов<sup>2</sup>,  
С.В. Демин<sup>1</sup>, А.В. Валюхова<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Научно-технологический центр микроэлектроники и субмикронных  
гетероструктур РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Исследована модель радиоканала управления беспроводной сети LR-WPAN в условиях интерференции прямой и отраженной волн, а также изучена достижимая дальность безотказного управления светодиодными источниками освещения по радиоканалу. Приведены результаты разработки и практической реализации управляемых, спектрально перестраиваемых светодиодных источников освещения, радиочастотные трансиверы которых выполнены по технологиям ISM (868 МГц) и ZigBee (IEEE 802.15.04, 2445 МГц). Рассмотрена LabVIEW-версия моделирования радиолинии управления источниками освещения с учетом особенностей их практического применения для определения диапазона





по дальности при различных комбинациях ориентации (поляризации) антенн передатчика и приемника.

**Ключевые слова:** управляемый источник освещения; интерференция; светодиод; диапазон по дальности; антенна; передатчик; приемник

**Ссылка при цитировании:** Aladov A.V., Valyukhov V.P., Kuptsov V.D., Demin S.V., Valyukhova A.V. Special features of radio control link for energy efficient LED light sources // St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 2017. Vol. 10. No. 2. Pp. 16–27. DOI: 10.18721/JPM.10202

## Introduction

According to the research results on the effects of indoor lighting environments on human organism, poor illumination or color temperature of lighting sources can affect users' vision and divide their attention, and hence, cause users to feel tired or fretful [1, 2]. Light emitting diodes (LEDs) satisfy the requirements to modern light sources, first of all, because their high energy efficiency, luminous efficacy of 150 lm/W in mass-produced LEDs, allows sufficient savings in energy consumption. Also the ability to improve the quality of generated light by dynamic control of spectral-color parameters (smart light based on RGB-mixing). The quality of generated light depends, first of all, on the ability to produce light with a wide range of color temperatures (2700 – 6500 K) with high color rendering indexes [3].

This paper presents the results of theoretical studies of achievable radio control link's range in Low Rate-Wireless Personal Area Network (LR-WPAN) and practical implementation of wireless networks of energy-efficient dynamically controlled LED light sources using ISM (868 MHz) and ZigBee (IEEE 802.15.04, 2445 MHz) technologies.

The LED sources are used for illumination of living, communal and industrial quarters with the ability to regulate color, spectral and brightness lighting characteristics with time and the creation of an optimal lighting environment. The LED light sources described below produce white light with the required spectral, color and brightness characteristics using the principle of RGBW color-mixing: controlled polychromatic LED light source (CPLLS) and energy-efficient dynamically controlled LED light sources (EDCLLS).

Most European wireless equipment operates at 2.4 GHz, however, 868 MHz is used for some narrow band and wide band applications, such as street light control, social alarm, gener-

ic alarm and non-specific small range distances (SRDs) systems.

ZigBee is a standard based on the IEEE 802.15.4 standard for wireless personal networks. This standard allows for the creation of very low cost and low power networks. These networks are created from sensors and actuators and can wireless control many electrical products such as remote controls, medical, industrial, and security sensors [4].

## Practical implementation of CPLLS and EDCLLS networks

The wireless CPLLS and EDCLLS networks contain the following components: terminal devices (lamps) with LED light sources playing their role; a remote control station (RCS), which coordinates the network and controls its operation in all modes; a PC that also serves as a network coordinator when setting up the network and for some modes of its operation. The CPLLS and EDCLLS devices themselves include the following components: a power supply for standby mode; a main power supply; a microcontroller with a control board including a wireless link; LED drivers for power management; LED bars with series-connected LEDs.

The SPLLS and EDCLLS which form a LR-WPAN are intended for use in good-sized rooms in all three dimensions (length, width, height). This influences the radio control link analysis. The orientation of the transmitting and receiving antennas with respect to the ground may result in a complex configuration that must be taken into account when designing light sources. Light sources are controlled using a remote control station. Hand-held equipment is generally operated close to the ground and this implies that the ground influence has to be considered to do valid range calculations for the link.

It is assumed that the path has a line-of-sight (LoS) component that is limited by free-

space loss (large open room, large retail stores, sports arenas, open-plan offices, exhibition halls), but not by additional loss due to obstacles and transmission through building materials, and there is no mitigation of free-space loss by channeling.

The CPLLS's color temperature lies in the range between 2700 and 6500 K, the light intensity does in the range between 1700 and 2400 lm, and this network exhibits high values of color rendering indexes (no less than 80 – 90). The power used by the source is less than 20 W (18.4 W), luminous efficacy is 85 – 120 lm/W. Six drivers transform the constant current from a power supply to the LED's feed current with pulse width modulation (PWM). Total supply current is no more than 1 A. The PWM frequency was set by a microcontroller within a range of 1.25 – 10 kHz and the duty cycle of PWM varied from 100 (1% PWM) to 1 (100% PWM). The brightness was varied by increasing the PWM period relative to the brightness at the optimal PWM frequency ( $F_{opt} = 2.5$  kHz), corresponding to 100% light intensity of the LED unit. At 10% light intensity the PWM period corresponds to 250 kHz frequency. This improves the speed of CPLLS and is higher than the 100 Hz threshold sensitivity of a human eye to the modulation of brightness. RCS operating in the 868.7 – 869.2 MHz band can be used with narrow or wide band (NB and WB, respectively) modulations, has the transmitter effective radiated power (ERP) 25 mW (+14 dBm) and duty cycle less than 0.1 %. The receiver category is defined by ETSI EN 300-220-1. A microcontroller receives commands from an RF transceiver using the SPI interface, controls the current drivers for LEDs, and turns the light source on and off. The same transceiver chip CC1110FX is used in the microcontroller board and in the RCS. The chip is a low-power SoC (System-on-Chip) ISM/SRD with MCU, Memory, USB controller and high sensitivity (–110 dBm at 1.2 kBaud and –87 dBm at 250 kBaud). Receiver has high selectivity and good blocking performance, programmable data rate up to 500 kBaud and output power up to 10 dBm, low current consumption (RX: 16.2 mA @ 1.2 kBaud, TX: 15.2 mA @ – 6.0 dBm). There are two power-saving modes: Power Mode

1 (0.8  $\mu$ A) and Power Mode 2 (0.6  $\mu$ A). The CC1110FX uses the GFSK (Gaussian Frequency – Shift Keying) modulation.

The CC1110 chip is compatible with many PCB mounted antennas including a DN024 antenna that is used in a RCS and microcontroller unit as a transmitting and a receiving antenna respectively. An RCS controls CPLLS according to the program entered by the operator manually after pressing the 'ON' button and setting the color temperature using the light intensity control button. In the standby mode the CPLLS power consumption is less than 0.5 W.

The CPLLS network has a star topology. The RCS serves as the network coordinator, and the light sources do terminal devices.

Circuit design and technical specification of the RF channels of a RCS and the control microcontroller of EDCLLS are identical because the same module – ZigBit 2.4 GHz Single chip Wireless Module ATZB-S1-256-3-0-C [5] supporting IEEE 802.15.4 standard is used. The module has high sensitivity (–97 dB at error rate BER 1%) and optimal transmitter output power of +3 dBm result in unique power budget (up to 100.6 dB) of the link. The range of the radio control link in free space if the transceivers are positioned at the height of 0.5 m above ground is 170 – 570 m. This is achieved for various combinations of the transceivers' orientations (polarizations) and in the absence of interference from other transmitters. In real life situations the multi-path propagation, the interference and other factors can significantly reduce the range of the radio control link.

### Model of radio control link

The idealized model of a radio control link is often described by the Friis transmission equation [6]:

$$P_R = P_T \frac{G_T G_R \lambda^2}{(4\pi)^2 d^n} \quad (1)$$

where  $P_R$  is a power available at the receiving antenna;  $P_T$  is a power supplied to the transmitting antenna;  $G_R$ ,  $G_T$  are the gains of the receiving and the transmitting antennas, respectively;  $\lambda$  is the wavelength ( $\lambda = c / f$ ,  $c$  is the light speed in vacuum,  $f$  is the frequency),  $d$  is the distance between two antennas (the

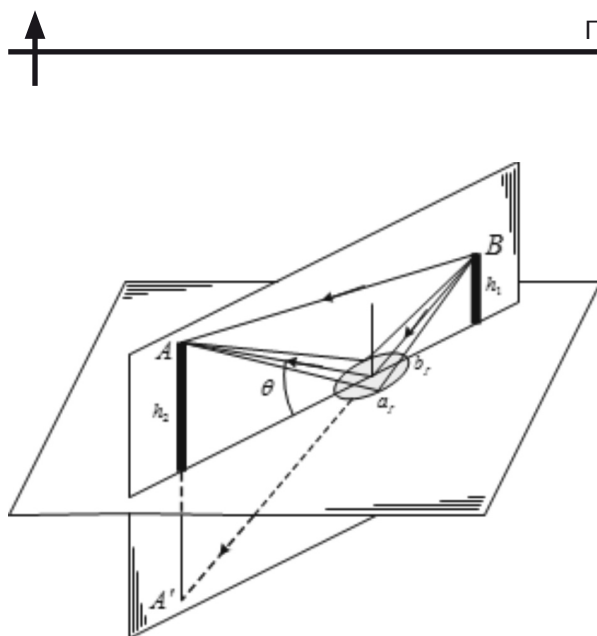


Fig. 1. Two-ray interference scheme of radio control link.

The horizontal plane is an infinite, perfectly flat ground one; points  $A$  and  $B$  show the positions of the transmitting and the receiving antennas; the rays' directions are shown by arrows

projection on the Earth's surface),  $n$  is the path loss exponent.

Eq. (1) is often used to determine the power budget of a radio control link. In real control links the waves are reflected and obstructed by all objects illuminated by the transmitting antenna. In this paper, a two-ray interference model is used where the ground reflecting incident wave toward the transmitting antenna influences the radiation pattern. The interference of the two rays at a receiving antenna produces a particular multi-lobe field structure.

Fig. 1 represents schematically the position where there is an infinite, perfectly flat ground plane and there are no other objects obstructing the signal path.

The refracted wave, describing the penetration of the energy into the soil through the reflecting interface, is usually not taken into account due to high absorption of high-frequency radio waves.

Points  $A$  and  $B$  show the positions of the transmitting and the receiving antennas. The field at the receiving antenna is a sum of the direct ray and the ray reflected from the ground (secondary wave). The paths of the rays are  $R_1$  and  $R_2$ , respectively, the length of the control link  $R = d$ , the heights of the transmitting and receiving antennas are  $h_1$  and  $h_2$ , it is assumed

that  $h_1 > \lambda$  and  $h_2 > \lambda$ . The effect of the reflected ray can be imitated by a fictional source located under the Earth's surface symmetrically to the real source.

In sufficiently long control links  $R \gg h_1, h_2$  and the rays  $AB$  and  $A'B$  can be assumed to be parallel, the difference in distance travelled by the rays  $R_2 - R_1$  is

$$\Delta R = R_2 - R_1 = 2h_1 \sin \theta$$

that is much smaller than  $R$ , and it is possible to assume

$$1/R_1 \approx 1/R_2 \approx 1/R$$

and in the calculations of the amplitudes of the direct and the reflected rays.

With these assumptions the interference formula describing the power at the receiving antenna is given by

$$P_R = P_T \frac{G_T G_R \lambda^2 |V|^2}{(4\pi R)^2} \quad (2)$$

where  $|V|$  is the ground influence factor depending on the heights of the antennas above the ground, the reflectivity of the ground and the antennas' radiation pattern.

Other factors are the same as in the Friis transmission equation. The reflected ray is formed by an area of the ground's surface that is determined by the first Fresnel's zone. The Fresnel's zone is shaped like an ellipse with the long axis oriented in the direction of the wave propagation. The lengths of the short and the long axes (see Fig. 1) are, respectively

$$b_f = \sqrt{\frac{h_1 h_2}{(h_1 + h_2) \sin \theta}}, \quad a_f = \frac{b_f}{\sin \theta}. \quad (3)$$

The assumption of the direct and reflected rays being parallel needs additional clarification in the case of RSD radio control links. In actuality,

$$R_2^2 - R_1^2 = 4h_1 R_1 \sin \theta - 4h_1^2.$$

Assuming  $(R_1 + R_2) \approx 2R$ , the difference in distances travelled is

$$\Delta R = R_2 - R_1 = 2h_1 \sin \theta - 2h_1/R.$$

The discrepancy in  $\Delta R$  between the approximate and real cases is  $2h_1/R$  and can be neglected if it is much smaller than  $\pi$ .

The concept of parallel rays is applicable if

$$2kh_1^2/R \ll \pi \text{ or } R \gg 4h_1^2/\lambda.$$

Both SPLLS and EDCLLS are used in combination with a remote control station (RCS). In the former case the RCS is controlled by a human operator. This limits the transmission antenna height to 1.5 – 1.8 m. In the latter case the RCS automatically changes parameters with time without the attention of a human operator. The height of the receiving antenna may reach 2.4 m (standard ceiling height in a modern building). It follows from Fig. 1 that the tangent of the incidence angle  $\theta$  is

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{h_1 + h_2}{d}. \quad (4)$$

The amplitudes of the reflected wave  $E_R$  and the direct wave  $E_T$  depend on the distance difference  $(R_2 - R_1)$  where

$$R_1 = \sqrt{d^2 + (h_1 - h_2)^2}, \quad R_2 = \sqrt{d^2 + (h_1 + h_2)^2}. \quad (5)$$

In the maximum points the function

$$\begin{aligned} \cos k(R_2 - R_1) &= -1, \\ (R_2 - R_1) &= (2n_f - 1)\lambda/2, \end{aligned}$$

the distances to the maximums of the radiation pattern are equal to

$$R_{\max} = \left[ \frac{16h_1^2h_2^2}{(2n_f - 1)^2\lambda^2} - (h_1^2 + h_2^2) + \frac{(2n_f - 1)^2\lambda^2}{16} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

In the minimum points the function

$$\begin{aligned} \cos k(R_2 - R_1) &= +1, \\ (R_2 - R_1) &= n_f\lambda, \end{aligned}$$

the distances to the minima of the radiation pattern are equal to

$$R_{\min} = \left[ \frac{4h_1^2h_2^2}{n_f^2\lambda^2} - (h_1^2 + h_2^2) + \frac{n_f^2\lambda^2}{4} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (7)$$

In the case of  $h_1 \approx h_2$ , the following equations for the coordinates of the maxima and minima are used:

$$\begin{aligned} R_{\max} &= \frac{4h_1h_2}{(2n_f - 1)\lambda} - \frac{(2n_f - 1)\lambda}{4}, \\ R_{\min} &= \frac{2h_1h_2}{n_f\lambda} - \frac{n_f\lambda}{2} \end{aligned} \quad (8)$$

where  $n_f = 1, 2, \dots$  is the Fresnel's zone number.

The calculation data obtained for radiation patterns of SPLLS and EDCLLS light sources are presented in Table 1. In addition to this data we obtained the value  $2kh_1/R_1 = 2.06$ ,  $R \gg 26$  m for SPLLS light source and for  $h_1 = 1.5$  m. Then,  $2kh_1/R_1 = 0.96$ ,  $R \gg 73.34$  m for EDCLLS light source, for  $h_1 = 1.5$  m and  $h_2 = 6.5$  m. In this case the concept of parallel rays is inapplicable in many practical applications.

The relative amplitude of the reflected wave is described by reflection coefficients known in optics as Fresnel's coefficients. In the cases of horizontal, vertical and circular polarizations

Table 1

Calculation data for radiation patterns of two light sources

| $h_1$ , m | $R_{\min 1}$ , m |        | $R_{\max 1}$ , m |        | $\theta_{\min 1}$ , D |        | $\theta_{\max 1}$ , D |        |
|-----------|------------------|--------|------------------|--------|-----------------------|--------|-----------------------|--------|
|           | SPLLS            | EDCLLS | SPLLS            | EDCLLS | SPLLS                 | EDCLLS | SPLLS                 | EDCLLS |
| 1.5       | 56.42            | 158.92 | 112.84           | 317.84 | 7.58                  | 2.52   | 4.00                  | 1.08   |
| 2.4       | 90.27            | 254.27 | 180.55           | 553.68 | 5.09                  | 1.43   | 4.18                  | 0.34   |

Notes. 1. The performance data of the light sources are the following:  $f = 868.7$  MHz,  $\lambda = 0.3456$  m (SPLLS) and  $f = 2445$  MHz,  $\lambda = 0.1227$  m (EDCLLS).

2.  $h_1$  is the transmitting antenna height, the receiving antenna heights are the same for the both light sources ( $h_2 = 6.5$  m).

Symbols:  $R_{\min 1}$ ,  $R_{\max 1}$  are the minimum and the maximum of the first Fresnel's zone of the radiation pattern,  $\theta$  are the incident angles.



they are given by

$$\begin{aligned}\Gamma_h &= \frac{\sin \theta - \sqrt{\eta - \cos^2 \theta}}{\sin \theta + \sqrt{\eta - \cos^2 \theta}}, \\ \Gamma_v &= \frac{\eta \sin \theta - \sqrt{\eta - \cos^2 \theta}}{\eta \sin \theta + \sqrt{\eta - \cos^2 \theta}}, \\ \Gamma_c &= \frac{\Gamma_h + \Gamma_v}{2}, \\ \eta &= \varepsilon_r - j60\sigma\lambda\end{aligned}\quad (9)$$

where  $\Gamma_h$ ,  $\Gamma_v$ ,  $\Gamma_c$  are the horizontal, vertical and circular polarization reflection coefficients, respectively;  $\varepsilon_r$ ,  $\sigma$  and  $\eta$  are the permittivity, the conductivity and the complex permittivity of the reflecting medium.

The reflection coefficients are complex numbers meaning that during reflection not only the amplitude of the reflected wave changes but also its phase does. Assuming that both media have equal permeability  $\mu_r = 1$  and that one medium is a free space, the reflection coefficient depends only on the complex permittivity of the material. The complex permittivity of typical building materials, obtained experimentally [7], demonstrates significant variations from one material to another, while showing a little frequency dependence (see Table 2).

The presence of the imaginary part of the complex electric permittivity is an evidence of the presence of the electrical conductance. However, numerical estimation show that the influence of the imaginary part of  $\eta$  can be neglected during calculations of the coefficients  $\Gamma_h$  and  $\Gamma_v$ .

At a frequency of 2445 MHz, the minimum of the first Fresnel's zone  $R_{\min 1} = 58.68$  m, the incidence angle  $\theta = 3.8^\circ$ , the reflection coefficients  $\Gamma_h = -0.834 + j0.024$ ,  $\Gamma_v = -0.762 - j0.005$  for  $h_1 = 1.5$  m,  $h_2 = 2.4$  m,  $\eta = 2.0 - j0.5$ . Assuming  $\eta = 2$ , the reflection coefficients are  $\Gamma_h = -0.876$ ,  $\Gamma_v = -0.767$ , thus the assumption of  $\sigma = 0$  does not produce significant errors.

To calculate the range of a radio control link let us use the model [6] that accounts for the ground reflection. The same paper presents the experimental results validating the ground reflection model. The necessary formulae are the following:

$$\begin{aligned}\theta &= \arctan \frac{h_1 + h_2}{d}, \\ R_1 &= \sqrt{d^2 + (h_1 - h_2)^2}, \quad R_2 = \sqrt{d^2 + (h_1 + h_2)^2}, \\ \cos k(R_2 - R_1) &= \cos(R_2 - R_1) \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \text{sign}(\Gamma), \\ P_{dir \text{ trans}} &= P_T \frac{G_T G_R \lambda^2}{(4\pi R_1)^2}, \\ P_{ref \text{ trans}} &= P_T \frac{G_T G_R \lambda^2}{(4\pi R_2)^2} \cdot |\Gamma|, \\ P_{tot} &= P_{dir \text{ trans}} + P_{ref \text{ trans}} \cos(R_2 - R_1) \frac{2\pi}{\lambda} \text{sign} |\Gamma|, \\ P_{tot \text{ dBm}} &= 10 \log_{10}(P_{tot} \cdot 10^{-3})\end{aligned}$$

where  $\theta$  is the incidence angle;  $R_1$ ,  $R_2$  are the direct and the reflected ray path lengths, respectively;  $P_{dir \text{ trans}}$ ,  $P_{ref \text{ trans}}$  are the power quantities of the direct and the reflected waves, respectively;  $P_{tot}$ ,  $P_{tot \text{ dBm}}$  are the total received

Table 2

The complex permittivity values of typical building materials [7]

| Material                     | $\eta$         |                |
|------------------------------|----------------|----------------|
|                              | 1.0 GHz        | 57.5 GHz       |
| Concrete                     | $7.00 - j0.85$ | $6.50 - j0.43$ |
| Lightweight concrete         | $2.0 - j0.5$   | —              |
| Floorboard (synthetic resin) | —              | $3.91 - j0.33$ |
| Plaster board                | —              | $2.25 - j0.03$ |
| Ceiling board (rock wool)    | $1.20 - j0.01$ | $1.59 - j0.01$ |
| Glass                        | $7.0 - j0.1$   | $6.81 - j0.17$ |
| Fibreglass                   | $1.2 - j0.1$   | —              |



power quantities in watts and in decibels above one milliwatt.

It follows from Eqs. (6) and (7) given for  $R_{\max}$  and  $R_{\min}$ , that the smaller is the angle  $\theta$  the farther from the geometrical point of reflection is the center of the Fresnel's zone, and the ellipse itself is longer and narrower. At a long distance the lowest, i.e., the first ( $n = 1$ ) lobe of the radiation pattern is the most important. If the angle  $\theta$  is equal to the angle of the 'axis' of this lobe then the lobe is closer to the ground. For the field at the receiving antenna to be consistent with the interference approach it is necessary for the reflecting ground surface to be smooth (with small disturbances) at least within the first Fresnel's zone. The disturbances outside the first Fresnel's zone have little

influence. In optics [8] the disturbances (the deviations from a perfectly flat surface) of the surface of a reflecting mirror must not exceed  $\lambda/10$  or even  $\lambda/16$ . These values correspond to the normal incidence and can be considered as limiting values. If the incidence is not normal then the influence of disturbances is decreased by a factor of  $\sin\theta$ , allowing for disturbance height

$$\Delta h \leq \lambda/(10\sin\theta).$$

For a long radio link the Rayleigh criterion is often used that states that the maximum disturbance height for mirror like reflection is limited by [9]

$$\Delta h \leq \lambda/(8\sin\theta).$$

In any practical situation the allowed

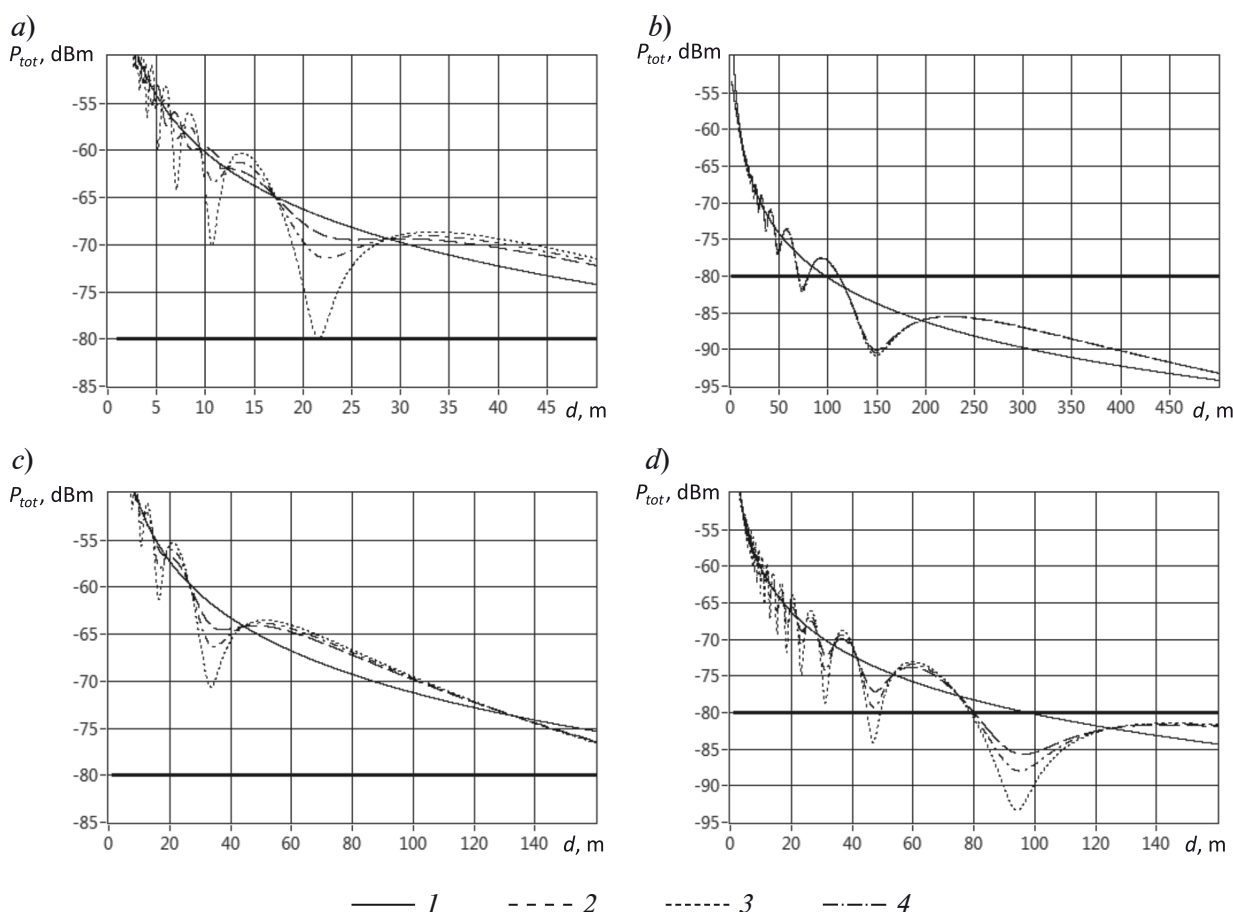


Fig. 2. Plots of the total received radiowave power versus the distance between the 2 antennas of various heights for 2 light sources and various media.

The data was obtained for an ideal link (the Friis equation) (curves 1) and for a dipole with the vertical (2), horizontal (3) and circular (4) polarizations. The data for EDCLS (a, b, d) and SPLLS (c) light sources is presented;  $h_1 = 1.15$  m (a), 1.50 m (b), 2.40 m (c, d);  $h_2 = 1.15$  m (a), 6.00 m (b), 2.40 m (c, d);  $\eta = 18 - j18$  (a),  $12.0 - j0.1$  (b),  $7.00 - j0.85$  (c, d);  $P_r = 0$  dBm



disturbance height will depend on  $R_{\max 1}$  and  $\sin \theta_{\max 1}$ .

For the EDLLS light source discussed above,  $\lambda = 0.1227$  m,  $\theta_{\max 1} = 2.18^\circ$  and  $\Delta h \leq 0.32$  m. This is in good agreement with another estimate of  $\Delta h$ , according to which the first lobe is properly formed near the maximum at large values of  $R \approx d$ :  $\Delta h \leq h/4$ . If  $h = 1.5$  m then  $\Delta h \leq 0.38$  m.

### The results of the radio control link simulation

The received power values in decibels above one milliwatt calculated using the Friis transmission equation and also the radio control link simulation for the vertical, horizontal and circular polarizations are shown in Fig. 2. The plots are created using a software application developed in LabVIEW for simulation of a light source command radio control link taking its specific requirements into account. The program allows calculating the total received power, the reflection coefficients and other parameters of radio wave's propagation as functions of the operating frequency, the heights of a transmitting and a receiving antennas, real and imaginary parts of the dielectric permittivity, the radiation patterns and the transmitter power. A convenient graphical user interface allows studying the results over the wide range of the input parameters. The simulation results help in determining the radio control link range for different mutual orientations (polarizations) of the transmitting and the receiving antennas.

For a horizontal dipole with no directivity in the vertical plane the effect of the ground, reflecting the incident wave towards the

receiving antenna, is very strong. It results in the interference of the waves at the receiving antenna which produces a multi-lobed field structure in the equatorial plane of the dipole. The minima and maxima appear at certain values of angle  $\theta$  in accordance with the above equations. The number of minima is

$$N \geq 2h_1/\lambda + 0.5,$$

where  $N$  is the integer number.

Each change in the dipole height by  $\lambda/2$  changes the lobe number by one. An increase in  $h$  also increases the paths length difference ( $R_2 - R_1$ ) and places the lobes of the radiation pattern closer to the ground. At the same time  $\sin \theta_{\max}$  decreases and low objects ( $\theta < \theta_{\max}$ ) receive stronger field. An increase in  $h_2$  first improves the reception ( $\theta < \theta_{\max 1}$ ), then worsens it, then again improves it, etc.

The positions of the maxima and minima of the electric field are determined by the radio control link's geometry and are practically independent of  $\epsilon_r$ . However, the more is  $\epsilon_r$  value the sharper are the minima and maxima. With a decrease in  $\epsilon_r$  the maxima become lower and minima higher, and the multi-lobe structure becomes less prominent. This smoothing tendency grows with decreasing  $h_1$  as long as the multi-lobe structure of the radiation pattern exists, i.e., as long as  $h_1, h_2 > \lambda$ .

Table 3 shows the total received power  $P_{\text{tot dBm}}$  for an ideal link (according to the Friis transmission equation) and for a dipole with the vertical ( $V$ ), circular ( $C$ ) and horizontal ( $H$ ) polarizations.

If the ratio  $h/\lambda$  is changed then the lines

Table 3

Calculation results for the total received power (developed in LabVIEW)

| Ideal or real link | $P_{\text{tot dBm}}, \text{ dBm}$ |        |                       |        |                       |        |
|--------------------|-----------------------------------|--------|-----------------------|--------|-----------------------|--------|
|                    | $\eta = 7.00 - j0.85$             |        | $\eta = 2.00 - j0.85$ |        | $\eta = 1.20 - j0.10$ |        |
|                    | SPLLS                             | EDCLLS | SPLLS                 | EDCLLS | SPLLS                 | EDCLLS |
| Friis equation     | -61.9                             | -76.0  | -61.9                 | -76.0  | -61.9                 | -76.0  |
| $V$ -dipole        | -64.2                             | -81.0  | -65.5                 | -82.0  | -64.9                 | -81.0  |
| $C$ -dipole        | -66.5                             | -82.6  | -66.5                 | -82.6  | -66.0                 | -81.5  |
| $H$ -dipole        | -71.9                             | -87.8  | -67.6                 | -84.9  | -65.1                 | -82.2  |

Notes. The input parameters for the SPLLS light source:  $f = 868.7$  MHz,  $h_1 = h_2 = 2.4$  m,  $R_{\min 1} = 33.33$  m; for the EDCLLS light source:  $f = 2445.0$  MHz,  $h_1 = 1.5$  m,  $h_2 = 2.4$  m,  $R_{\min 1} = 58.68$  m.



limiting the field's variation would remain as before while the  $P_{tot\ max}$  and  $P_{tot\ min}$  values lying on these curves, would move down (in the case of increasing  $h/\lambda$ ) towards the smaller  $\theta$  (and vice versa). The general shape of the curves remains the same. The interference factor  $\Delta$ , that is equal to the difference

$$\Delta = P_{tot\ for\ V.C.H-dipol} - P_{tot\ F}$$

between the real (i.e.,  $P_{tot\ for\ V.C.H-dipol}$ ) and the ideal ( $P_{tot\ F}$ ) cases, is the largest for a dipole with the horizontal polarization. For the vertical and circular polarizations  $\Delta$  is practically the same.

The plots of the total received power distribution versus the distance  $d$  show that the paths' length difference cannot be small as compared to the wavelength  $\lambda$  for closely spaced antennas. For the horizontal polarization ( $H$ -dipole) in the region of oscillations the envelope of the maxima behaves like  $\sim 1/R^2$  and the amplitudes of maxima and minima are proportional to the factors  $(1 + |\Gamma_h|)^2$  and  $(1 - |\Gamma_h|)^2$  respectively [6]. The last field maximum corresponds to the values of  $h_1$  and  $h_2$  at which  $\theta = \theta_{max1}$ . Starting with the distance where the powers of an ideal and real links become equal the cosine decreases monotonously and the area in which  $P_{tot}$  changes with distance like  $\sim 1/R^4$  begins. For a long link when  $\theta \rightarrow 0$  we get the Vvedenskiy transmission equation [8]. For a vertical polarization ( $V$ -dipole), the amplitudes of maxima and minima are proportional to the factors

$$[(1 + |\Gamma_h|)\cos^2\theta]^2$$

and

$$[(1 - |\Gamma_h|)\cos^2\theta]^2$$

limiting the field variations, in the region of oscillations.

If the angle  $\theta$  is equal to the Brewster's angle  $\theta_0$ , ( $\text{ctg}\theta_0 = \sqrt{\epsilon}$ ), the two curves coincide. When vertically polarized waves fall on the surface of an ideal dielectric ( $\sigma = 0$ ,  $\Gamma_v$  is real) at this angle, the reflection coefficient  $|\Gamma_h| \rightarrow 0$ , and its phase is equal to  $\pi$  and  $\theta < \theta_0$ , and is equal to zero at  $\theta > \theta_0$ . The difference between  $H$ - and  $V$ -dipoles described above explains significantly less amplitudes of oscillations in the case of  $V$ -dipole.

For very long radio control links, the ratio of the received and the transmitted power is

given by the Vvedenskiy transmission equation

$$\frac{P_R}{P_T} = \left( \frac{h_1 h_2}{R^2} \right)^2 \quad (10)$$

and is independent of polarization and the dielectric permittivity [8].

If  $R \approx d$  is small compared to  $R_2$  then  $P_{dir\ trans} \gg P_{ref\ trans}$ , and the limits of a change in the interference factor are significantly reduced. With further decrease of  $R$ , the field of the reflected wave can be neglected. In this case the interference factor is close to unity and the Friis transmission equation can be used. It is important to note that all equations derived for an electrically small dipole are applicable to a half-wavelength dipole [8].

The radio control link's range is determined by an equality of the total received power and the receiver sensitivity. In Fig. 2, the radio link's range complies with the first (from the origin) intersection of the receiver sensitivity corresponding to horizontal lines (in decibels above one milliwatt) and the received power depending on the distance. Fig. 2 shows a case when the respective receiver sensitivity is of  $-80$  dBm. For a long unobstructed path (line-of-sight link), the first Fresnel zone breakpoint may occur. The Fig. 2 shows that communication would be lost (in the case of the receiver's sensitivity being of  $-80$  dBm), as a rule, at about the distance  $R_{min1} = 21$  m for the  $H$ -dipole in the minimum of the first Fresnel's zone, while it is obvious that the potential range is longer. For the  $C$ - and  $V$ -dipoles, a decrease in the signal strength due to diffraction is significantly smaller. If the value of the dielectric permittivity is about 1 to 2 then a decrease in the signal strength is again significantly smaller and is practically the same for any polarization.

According to the recommendations given in Ref. [7], in the line-of-sight channels, directional  $C$ -polarization antennas offer an effective means of reducing the delay spread. When the  $C$ -polarization signal is incident on a reflecting surface at an incidence angle larger than the Brewster's one, the handedness of the reflected  $C$ -polarization signal is reversed. The reversal of the  $C$ -polarization signal at each reflection means that multipath components arriving after one reflection are orthogonally



polarized to the line-of-sight component and this eliminates a significant proportion of the multipath interference. Since all existing building materials exhibit Brewster angle less than  $45^\circ$  ( $\epsilon_r = 7.0, 2.0, 1.2 \leftrightarrow \theta_0 = 8.13^\circ, 26.15^\circ, 39.80^\circ$ ) multipath propagation due to a single reflection (that is the main source of multipath components) is effectively suppressed in most environments irrespective of the interior structure and materials in the room.

### Summary

Light emitting diode lighting technologies drastically change the possibilities of control of the light quality. Smart light can be created by changing spectral content, color and intensity of lighting in time. Energy efficient dynamically controlled light sources find application in lighting systems of medical institutions, in museums and art exhibitions providing the best color reproduction of paintings, in industrial lighting for improving working conditions and increasing attentiveness of personnel. This paper discusses two variants of design and construction of wireless networks of dynamically controlled polychromatic light sources: using ISM/SRD and ZigBee (IEEE 802.15.4) technologies. Optical lighting modules are built using AlInGaP and AlGaInP structures, have a luminous efficiency

of  $85 - 120 \text{ lm/W}$  and varying light temperatures from relaxing ( $T_c = 1700 \text{ K}$ ) to activating ( $T_c = 10000 \text{ K}$ ). Such controlled LED light sources can be used to correct the psychophysiological state of people.

The maximally continuous spectrum approaching the natural light is achieved providing the high values of color rendering indexes as well as their leveling. A hardware-software complex supporting testing, tuning and control of a network in various modes of operation is developed.

The most convenient dynamic control method for LED light sources is the use of a radio control link. The received power may be computed using the two-ray model: a line-of-sight ray and a reflected one. This approach is significantly different (it is much simpler) as compared to cellular networks in which multiple reflections from various objects results in the multi-path propagation. A software application was developed in LabVIEW for link simulation that has a convenient user interface for setting the parameters of a radio control link with horizontal, vertical and circular polarizations. The circular polarization is most effective in the case of the multi-path propagation in the operating area of energy efficient dynamically controlled LED light sources.

### REFERENCES

- [1] **P.R. Boyce**, The impact of light in buildings on human health, Indoor and Built Environment. 19 (1) (2010) 8–20.
- [2] **D.Y. Su, C.C. Liu, C.M. Chiang, W. Wang**, Analysis of the long-term effect of office lighting environment on human responses, International Journal of Social, Behavioral, Educational, Economic, Business and Industrial Engineering. 6 (7) (2012) P. 2.
- [3] **A.V. Aladov, V.N. Aladov, V.P. Valyukhov, et. al.**, Type LED dynamically controlled light sources for novel lighting technology, St. Petersburg Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. (4) (2014) 38–47.
- [4] **D. Gislason**, Zigbee wireless networking, San Juan Software, Friday Harbor, WA, United States (2008).
- [5] **A.V. Aladov, V.P. Valyukhov, S.V. Demin, et al.**, Wireless network of controlled energy-efficient LED lighting source, St. Petersburg Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. (1) (2015) 29–36.
- [6] **T.I. Kvaksrud**, Range measurements in an open field environment, Design Note DN018. Texas Instruments, SWRA 169A, 1–14.
- [7] Recommendation ITU-RP. P.1238-2. Propagation data and prediction methods for the planning of indoor radio communication systems and radio local area networks in the frequency range 900 MHz to 100 GHz// [www.itu.int/rec/R-REC.P.1238/en](http://www.itu.int/rec/R-REC.P.1238/en)
- [8] **B.A. Vvedenskiy, A.G. Arenberg**, On propagation of ultrashort radiowaves, Moscow, Soviet Radio (1948).
- [9] **G.T. Markov, B.M. Petrov, G.P. Grudinskaya**, Electrodynamics and radiowave propagation, Moscow, Soviet Radio (1979).

*Received 21.12.16, accepted 09.02.2017.*

## THE AUTHORS

**ALADOV Andrey V.**

*Submicron Heterostructures for Microelectronics Research and Engineering Center of the RAS*  
26 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 194021, Russian Federation  
aaladov@mail.ioffe.ru

**VALYUKHOV Vladimir P.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
Valyukhov@yandex.ru

**KUPTSOV Vladimir D.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
vdkuptsov@yandex.ru

**DEMIN Sergey V.**

*Submicron Heterostructures for Microelectronics Research and Engineering Center of the RAS*  
26 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 194021, Russian Federation  
demin@mail.ioffe.ru

**VALYUKHOVA Anna V.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
avalukhova@imop.ru

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Boyce P.R. The impact of light in buildings on human health // *Indoor and Built Environment*. 2010. Vol. 19. No. 1. Pp. 8–20.
2. Su D.Y., Liu C.C., Chiang C.M., Wang W. Analysis of the long-term effect of office lighting environment on human responses // *International Journal of Social, Behavioral, Educational, Economic, Business and Industrial Engineering*. 2012. Vol. 6. No. 7. P. 2.
3. Аладов А.В., Аладов В.Н., Валухов В.П., Закгейм А.Л., Цацульников А.Ф. Динамически управляемые светодиодные источники света для новых технологий освещения // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки*. 2014. № 4(206). С. 38 – 47.
4. Gislason D. Zigbee wireless networking. WA. United States: San Juan Software, Friday Harbor, 2008. 425 p.
5. Аладов А.В., Валухов В.П., Демин С.В., Закгейм А.Л., Цацульников А.Ф. Беспроводная сеть управляемых энергоэффективных светодиодных источников освещения // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки*. 2015. № 1(213). С. 50 – 60.
6. Kvaksrud T.I. Range measurements in an open field environment// *Design Note DN018*. Texas Instruments. SWRA 169A. Pp. 1–14.
7. Recommendation ITU-RP. P.1238-2. Propagation data and prediction methods for the planning of indoor radio communication systems and radio local area networks in the frequency range 900 MHz to 100 GHz // [www.itu.int/rec/R-REC.P.1238/en](http://www.itu.int/rec/R-REC.P.1238/en)
8. Введенский Б.А., Аренберг А.Г. Вопросы распространения ультракоротких волн. М.: Советское радио, 1948. 144 с.
9. Марков Г.Т., Б.М. Петров, Г.П. Грудинская. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Советское радио, 1979. 374 с.

*Статья поступила в редакцию 21.12.2016, принята к публикации 09.02.2017.*

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**АЛАДОВ Андрей Вальменович** — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Научно-технологического центра микроэлектроники и субмикронных гетероструктур РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

194021, Российская Федерация, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26  
aaladov@mail.ioffe.ru

**ВАЛЮХОВ Владимир Петрович** — доктор технических наук, профессор кафедры радиофизики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
valyukhov@yandex.ru

**КУПЦОВ Владимир Дмитриевич** — кандидат технических наук, доцент кафедры радиофизики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
vdkuptsov@yandex.ru

**ДЕМИН Сергей Васильевич** — заведующий лабораторией Научно-технологического центра микроэлектроники и субмикронных гетероструктур РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

194021, Российская Федерация, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26  
demin@mail.ioffe.ru

**ВАЛЮХОВА Анна Владимировна** — ассистент высшей школы международных образовательных программ Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
avalukhova@imor.ru

DOI: 10.18721/JPM.10203

UDC 543.084.852; 351.814.375.3

## **WIRELESS NETWORKS OF ENERGY EFFICIENT DYNAMICALLY CONTROLLED LED SOURCES**

**A.V. Aladov<sup>1</sup>, V.P. Valyukhov<sup>2</sup>, V.D. Kuptsov<sup>2</sup>, A.L. Zakgeim<sup>1</sup>,  
M.N. Mizerov<sup>1</sup>, S.V. Demin<sup>1</sup>, A.V. Valyukhova<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Submicron Heterostructures for Microelectronics Research and Engineering Center of the RAS,  
St. Petersburg, Russian Federation

<sup>2</sup>Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

The paper presents the results of development and practical implementation of wireless networks of controlled spectrally tunable light emitting diode (LED) light sources using RF transceivers operating in the unlicensed frequency bands of 868 and 2400 MHz. Such sources allow synthesizing either a white light with various color temperatures or a colored light with different tints; they are of significant interest in connection with general lighting and with some special applications. The problems of practical realization of light sources and their optimization with respect to luminous efficiency, dynamic range and the distance of wireless control have been investigated.

**Key words:** LED; dynamic control; ISM and ZigBee technologies; PCB antenna

**Citation:** A.V. Aladov, V.P. Valyukhov, V.D. Kuptsov, A.L. Zakgeim, M.N. Mizerov, S.V. Demin, A.V. Valyukhova, Wireless networks of energy efficient dynamically controlled LED sources, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 10 (2)(2017) 28–36. DOI: 10.18721/JPM.10203

## **БЕСПРОВОДНЫЕ СЕТИ ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНЫХ, ДИНАМИЧЕСКИ УПРАВЛЯЕМЫХ СВЕТОДИОДНЫХ ИСТОЧНИКОВ**

**А.В. Аладов<sup>1</sup>, В.П. Валюхов<sup>2</sup>, В.Д. Купцов<sup>2</sup>, А.Л. Закгейм<sup>1</sup>,  
М.Н. Мизеров<sup>1</sup>, С.В. Демин<sup>1</sup>, А.В. Валюхова<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Научно-технологический центр микроэлектроники и субмикронных гетероструктур РАН,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Приведены результаты разработки и практической реализации беспроводных сетей управляемых, спектрально перестраиваемых светодиодных источников освещения, приемопередатчики которых действуют в нелицензируемых диапазонах 868 и 2400 МГц. Подобные источники, позволяющие синтезировать либо белый свет в широком диапазоне световых температур, либо окрашенное излучение различных цветовых оттенков, представляют большой интерес как для общего освещения, так и для ряда специальных применений. Рассматриваются вопросы практической реализации источников света и их оптимизации по световой отдаче и динамическому диапазону по дальности радиоканала управления.

**Ключевые слова:** светодиод; динамическое управление; технология ISM; технология ZigBee; радиочастотный приемопередатчик; антенна





**Ссылка при цитировании:** Aladov A.V., Valyukhov V.P., Kuptsov V.D., Zakgeim A.L., Mizerov M.N., Demin S.V., Valyukhova A.V. Wireless networks of energy efficient dynamically controlled LED sources // St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 2017. Vol. 10. No. 2. Pp. 28–36. DOI: 10.18721/JPM.10203

## Introduction

Light emitting diodes (LEDs) due to their technical and economic advantages (low power consumption, a long service life and low service costs, a small size, the absence of hazardous IR and UV radiation, ease of disposal) are the leading contenders for future light sources. Currently, when the world-leading manufacturers such as Nichia, Cree, Philips, Lumileds and Osram have all achieved a very high level of luminous efficiency of 150 – 200 lm/W in their mass-produced LEDs, the quality of generated light becomes increasingly important [1, 2]. Lighting systems have to be capable of generating light with a wide range of color temperatures (2700 – 6500 K) and with a high color-rendering index. To satisfy the modern requirements to high-quality lighting, the average color-rendering index  $R_a$  must be more than 95, and special color-rendering indexes  $R_8 - R_{14}$  must be no less than 85 [3, 4].

Another important property of lighting is its controllability, i.e., the possibility to change its spectral and color parameters. The ability to control the spectrum and color expands functionalities of light sources. It also changes the approaches to solving many lighting problems, from general lighting, including street lighting, comfortably mixed and room lighting, to special tasks like medicine, especially surgery, agricultural technology, exterior architectural and museum lighting [5 – 7]. The control range may be variable, from small variation of color temperature with time to production of a large gamut of natural colors including millions of colors.

This paper presents the results of practical implementation of wireless networks of energy efficient, dynamically controlled LED light sources for illumination of living, communal and industrial quarters with the capability to regulate color, spectral and brightness lighting characteristics with time and creation of an optimal lighting environment, including:

Imitation of natural light (inside windowless rooms) with a gradual change in the color temperature during the day thus matching the biological cycles, especially in winter when there is a lack of natural light;

Creation of special lighting conditions to increase the efficiency, attention and concentration of personnel working under pressure and to provide relaxation and relief of the nervous pressure;

Museum lighting to provide art exhibitions with better conditions of color perception of paintings and to create comfortable lighting conditions for appreciation of works of art;

Lighting systems for child care and medical establishments.

The LED light sources described above produce white light with the required spectral, color and brightness characteristics using the principle of RGBW color-mixing: controlled polychromatic LED light source (CPLLS) and energy-efficient dynamically controlled LED light sources (EDCLLS) [8]. Most European wireless equipment operates at 2.4 GHz, however, 868 MHz is used for some narrow-band and wide-band application, such as street light control, social alarm, generic alarm and non-specific SRDs.

## Practical implementation of CPLLS and EDCLLS networks

The wireless CPLLS and EDCLLS networks contain the following components: terminal devices (lamps) with LED light sources playing their role; a remote control station (RCS) which coordinates the network and controls its operation in all modes; a PC that also serves as a network coordinator when setting up the network and for some modes of its operation.

The CPLLS and EDCLLS devices themselves incorporate the following components: a main power supply; a power supply for the standby mode; a microcontroller with a control board including a wireless link; LED drivers for power management; LED bars with series-connected LEDs.



### Main characteristics of CPLLS

The problem of optimal color mixing in order to provide white light with the required color temperature and concurrently to achieve a good compromise between the luminous efficiency and color-rendering index was investigated in Ref. [9, 10]. One of the main results of this work can be briefly formulated as follows: given the typical half-width of the color spectra of semiconductor light sources  $\Delta\lambda_{0.5} \approx 15 - 40$  nm creation of white light with the high color rendering index  $R_a > 95$  require extra radiation of 4 – 5 semiconductor light sources with various peak light wavelengths  $\lambda_{peak}$ , relatively uniformly spread over the whole visible region. Even denser filling of the black-body radiation spectrum by adding auxiliary LEDs does not improve the CRI but leads to a decrease in luminous efficacy and an increase in complexity. At the same time, even a small deviation of the peak light wavelength of any of the LEDs from the optimal value can result in a sharp decrease in some of the color rendering indexes,

especially  $R_8 - R_{14}$ , related to highly saturated colors. The problem can be solved by using luminaire-based LEDs which exhibit a wider spectrum of  $\Delta\lambda_{0.5} \approx 70 - 100$  nm.

The key element of a light source is a polychromatic LED module [11] consisting of six light-emitting diodes with the wavelengths of  $460 \pm 5$ ,  $490 \pm 5$ ,  $510 \pm 10$ ,  $530 \pm 10$ ,  $560 \pm 10$  and  $630 \pm 10$  nm. Four such modules are connected in series. The spectra of the selected LEDs are shown in Fig. 1.

It is important to note that each color temperature  $T_c$  requires adding only four bands. Six-band LED module was selected to achieve universality by covering a wider band of  $T_c$  and accentuating some colors for special lighting conditions (for microscopy, surgery, museums).

CPLLS provides the color temperature range 2700 – 6500 K, the light intensity from 1700 to 2400 lm and high values of the color-rendering indexes not less than 80 – 90. The power used by the source is less than 20 W (18.4 W), the luminous efficacy from 85 to

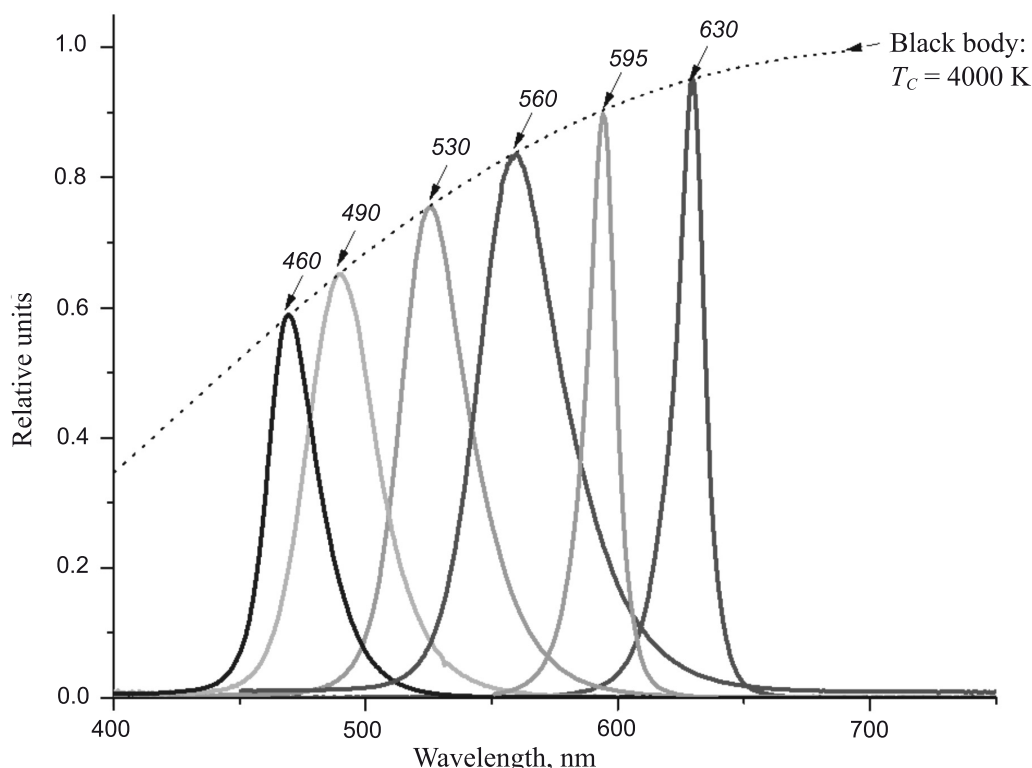


Fig. 1. Spectral distributions of 6 LEDs used in color mixing; the envelope is the black-body spectrum at  $T_c = 4000$  K (shown by a dotted line)



120 lm/W. Six drivers transform the constant current from a power supply to the LED's feed current with pulse width modulation (PWM). The total supply current is no more than 1 A. The PWM frequency was set by a microcontroller within a range of 1.25 – 10 kHz and the duty cycle of PWM varied from 100 to 1 (from 1 to 100 % PWM). The brightness was varied by increasing the PWM period relative to the brightness at the optimal PWM frequency ( $F_{opt} = 2.5$  kHz) corresponding to 100 % light intensity of the LED unit. At 10 % light intensity the PWM period corresponds to 250 kHz frequency. This improves the speed of CPLLS and is higher than the 100 Hz threshold sensitivity of the human eye to the modulation of brightness.

RCS operating in the 868.7 – 869.2 MHz band that can be used with narrow- or wide-band (NB or WB) frequency modulation, has the transmitter effective radiated power (ERP) of 25 mW (+14 dBm) and the duty cycle less than 0.1 %. The receiver category is defined by ETSI EN 300-220-1.

A microcontroller receives commands from an RF transceiver using the SPI interface, controls the current drivers for LEDs and turns the light source on and off. The same transceiver chip CC1110FX is used in the microcontroller board and in the RCS. The chip is a low-power SoC (System-on-Chip) ISM/SRD with MCU, Memory, USB controller and high sensitivity (–110 dBm at 1.2 kBaud and –87 dBm at 250 kBaud). The receiver has high selectivity and a good blocking performance, the programmable data rate up to 500 kBaud and the output power up to 10 dBm, the low current consumption (RX: 16.2 mA @ 1.2 kBaud, TX: 15.2 mA @ –6 dBm). There are two power saving modes: Power Mode 1 (0.8  $\mu$ A) and Power Mode 2 (0.6  $\mu$ A). The CC1110FX uses the GFSK (Gaussian Frequency-Shift Keying) modulation.

The CC1110 chip is compatible with many PCB mounted antennas including a DN024 antenna used in the RCS and a microcontroller unit as a transmitting and receiving antenna, respectively. An RCS controls the CPLLS according to the program entered by the operator manually after pressing the 'on' button and setting the color temperature using the light

intensity control button. In standby mode the CPLLS power consumption is less than 0.5 W.

The CPLLS network has a star topology. The RCS serves as the network coordinator and the light sources are terminal devices.

Each RCS has a unique address that is set during manufacturing. If any button on the RCS is pressed, then a light control command is sent. This command contains the RCS address. Each light source is programmed to work with only one RCS. The number of light sources can be quite large.

### Main characteristics of EDCLLS

For the EDCLLS network realized the most promising technology using the LR-WPAN (Low-Rate Wireless Personal Area Network) devices is based on the IEEE 802.15.4 standard and on the accompanying higher layer ZigBee standard [12, 13]. The IEEE 802.15.4 standard describes only two lowest networking layers: a physical one (PHY) and a medium access sub-layer (MAC), while ZigBee has all seven layers supporting the creation of monitoring and control networks. IEEE 802.15.4 standard has proved to be successful and now many manufacturers produce devices supporting it.

The standard architecture of IEEE 802.15.4 has several layers; each of them is responsible for the realization of one part of the standard and provides its services to the higher layer. LR-WPAN device provides PHY including radiofrequency (RF) transceiver with a low-level control mechanism and MAC provides access to PHY for all types of transmission.

PHY provides information for PHY and the control services, maintaining control functions and supporting a database of controlled objects connected with the defined physical layer. The PHY information service performs transmission and reception of the protocol data units (PDU) via the radio channel.

ZigBee and IEEE 802.15.4 standards require wireless device to implement a duty cycle of no more than 1% of the total operating time that helps to increase the autonomy of devices up to several months or years. The devices supporting IEEE 802.15.4 standard use a low transmitted power because increasing the power up to more than 10 dBm in a low-cost system-on-chip is economically ineffective. According to the Eu-

ropean regulation (ETS EN 800328), transmission with the power higher than 10 dBm may be problematic without additional frequency filtering of out-of-band emissions. Most IEEE 802.15.4 compliant devices exhibit the transmitted power level in the range of  $-3 - 0$  dBm to reduce interference. The transceivers use a frequency band of 2400.0 – 2483.5 MHz that is allowed in the Russian Federation. The Offset Quadrature Phase-Shift Keying (O-QPSK) modulation and Direct Sequence Spread Spectrum (DSSS – a method of transforming a binary sequence into a pseudo-random sequence modulating the carrier frequency) are used. This allows tolerating low values of the signal-to-noise ratio (SNR) and the signal-to-interference one. A typical low-cost receiver achieves a packet error rate (PER) of 1 % and so it requires SNR values from 5 to 6 dB.

The ZigBee devices have one of the lowest power transmitters in combination with the most sensitive receivers of all the competing devices. This combination makes a positive impact of low microwave radiation exposure on people from the ZigBee networks. This is especially important for EDCLLS. In this case manufacturers take into account that devices must provide optimal lighting in the areas of constant human presence. In this regard, the ZigBee technology is particularly attractive for providing ecological safety as compared to all other wireless standards.

The MAC layer maintains the continuity of the MAC information service and the MAC control service. They provide the network control interface and support a database of objects controlled at MAC layer. The MAC information service provides the transmission and the reception of MAC layer protocol units (MPDU) using the PHY information service.

A data transfer model is defined by the network topology. The EDCLLS network uses a star topology with two data transfer modes: a transfer to a network coordinator (a personal computer (PC) or a remote control station (RCS)) and that from a coordinator to a network device.

The EDCLLS is a PAN network without any support for beacons, where the information unit is sent to a coordinator using a domainless scheme CSMA-CA.

An analysis of all color-rendering indexes shows that quite satisfactory results are produced by the four-color color-mixing schemes RGBA and RGBW. A combination of five spectral bands of LED sources is optimal for producing high-quality white light with a wide range of color temperatures:  $T_c = 2500 - 10,000$  K.

A five-color LED module was selected to increase and equalize the color-rendering indexes for each color temperature  $T_c$  and to emphasize some colors for special cases of lighting.

The electronic design and the technical specification of the RF channels of the RCS and the control microcontroller of the EDCLLS are identical because the same module, ZigBit 2.4 GHz Single chip Wireless Module ATZB-S1-256-3-0-C [14] supporting the IEEE 802.15.4 standard, is used. The module has high sensitivity ( $-97$  dB at packet error rate 1 %) and the optimal transmitter output power of  $+3$  dBm result in the unique power budget (up to 100.6 dB) of the link. The range of the radio link is 170 – 570 m in the free space if the transceivers are located at a height of 0.5 m above ground. This result is achieved at various combinations of the transceiver's orientations (polarizations) and in the absence of interference from other transmitters. In actual practice, multi-path propagation, interference and other factors can significantly reduce the range of the radio link.

The power consumption of the RCS in the programming mode is less than 5 W and 0.5 W in the control mode.

Since the control of the EDCLLS network by the RCS is continuous, the problem of reducing the standby power is important. The problem was solved by developing a power supply unit for both RCS and EDCLLS transceivers, the latter having a power consumption of 60 – 80 mW during reception and 1 – 5 W in standby mode. Low power levels are due to the low supply current of the ATZB-S1-256-3-0-C microcontroller: they are 9.6 mA, 16.4 mA and 0.6  $\mu$ A during reception, transmission and standby modes, respectively. The AC/DC converter of the RCS is the same as in an EDCLLS. It uses a UPLNK574 chip and provides ultra-low power consumption during continuous operation.



The power supply of the EDCLLS consists of two modules of 20 W each (40 W total). The modular design is determined by the shape of the EDCLLS's case and allows reducing the power supply's volume and increasing its reliability and electromagnetic compatibility.

The EDCLLS network has three shortened addresses: individual, broadcast and group.

Let us describe the messages sent in the EDCLLS network.

**Search for network devices.** The network coordinator (PC) sends a request with a broadcast address (with an identification number  $PAN = 0 \times FFFF$  and a device address  $0 \times FFFF$ ). The source (PC) address can be of any number. All EDCLLS devices in return send a packet of data to the network coordinator address. The packet contains the network identification number and the individual EDCLLS device number. The transmission is performed using the domainless CSMA-CA method. The result of the search is a table of all devices within radio link reach.

*Control data transmission to an individually selected device.* The network coordinator (PC) sends control data to any address within the table. No acknowledgement is required.

*Connect a device to a group.* Any device after receiving a command to connect to a group containing its address memorizes a network identification number (PC PAN).

*Control data transmission to a group address.* This message is sent to the  $0 \times FFFE$  address with no acknowledgement required. The number of individually controlled EDCLLS groups is 65534 (the addresses  $0 \times 0000$  and  $0 \times FFFF$  are excluded).

The EDCLLS network software has the following operating modes:

The control of the EDCLLS network (possibly, from the RCS) via a radio link in continuous-operation energy-saving mode;

Programming of individual addresses for each RCS and EDCLLS device during manufacture;

Testing of the EDCLLS devices and setting up a network using a PC with a USB-adaptor Atmel ATZB-X -233-USB instead of an RCS;

Programming the RCS from a PC using a USB adapter Atmel ATZB-X 233-USB.

## Conclusion

Creating spectrally tunable semiconductor light sources and their application is a complex multidisciplinary task linking several areas of science and technology. New lighting technologies radically improve the ability to control the quality of light, including a time variation of the spectral content, the color, the intensity, the modulation frequency (individual tuning and smart lighting). This work presents two variants of building wireless networks of dynamically controlled polychromatic light sources using the technologies of ISM/SRD and ZigBee (IEEE 802.15.4 standard).

The CPLLS light source has a luminous efficacy in the range of 85 – 120 lm/W,  $T_c = 2700 - 6500$  K, the color rendering index  $R_a > 90$ . For the RGBW version of this source, a powerful 6-chip module has been developed using AlInGaP and AlGaInP heterostructures. In the EDCLLS the spectral and the color parameters of a 4-color RGBW optical module vary from 2700 K with the color-rendering index  $CR_1 = 97.17$  to 10,000 K with  $CR_1 = 85.83$ .

In both light sources the RGB-source parameters are stabilized with respect to intensity, temperature and time using the PWM of the supply current and negative feedback systems based on color sensors. There is a possibility to select two types of color influence: relaxing ( $T_c = 1700$  K) and activating ( $T_c = 10,000$  K). Using these sources, it is possible to create controlled light sources capable of purposefully correcting the psycho-physiological state of the human organism.

A nearly continuous spectrum very close to the natural spectrum of light, exhibiting high values of color-rendering indexes, has been achieved. A combination of hardware and software tools was developed to provide testing, tuning and control of the network in various operating modes.

## Acknowledgements

The authors are grateful for the opportunity to measure LED light characteristics in the Center of Multi-User Facilities "Element Base of Microwave Photonics and Nanoelectronics: Technology, Diagnostics, Metrology".



## REFERENCES

- [1] Cree's MK-R LED offers up to 200 lumens-per-watt. LED professional review LpR, 35, [http://www.led-professional.com/downloads / LpR35\\_034254.pdf](http://www.led-professional.com/downloads / LpR35_034254.pdf), Accessed January, 2013.
- [2] Cree: First to break 300 lumens-per-watt barrier, <http://cree.com/News-and-Events/Cree-News/PresReleases/2014/March/300LPW-LED-barrier>, Accessed March, 2014.
- [3] Specifications for the Chromaticity of Solid State Lighting Products. ANSI C78.377-2015 American National Standard for Electric Lamps, <http://www.nema.org>, Accessed March, 2015.
- [4] LED engine achieves highest color rendering in world's smallest LED emitters for high-end directional lighting, LED professional review LpR, 37 (2013) 28.
- [5] A.L. Zakgeim, Svetodiodnye sistemy osveshcheniya: energoeffektivnost, zritelnoe vospriyatie, bezopasnost dlya zdorovya cheloveka [LED systems of lighting: energy efficiency, visual perception, safety for human health], Svetotekhnika. (6) (2012) 12–20.
- [6] A.V. Aladov, V.N. Aladov, V.P. Valyukhov, et al., Svetoekologiya i novye tekhnologii osveshcheniya [Light ergonomics and new lighting technologies], Arkhit. i Stroit. Nauki. 1 (18) (2014) 2–5.
- [7] A.V. Aladov, V.P. Valyukhov, A.L. Zakgeim, et al., Type LED dynamically controlled light sources for novel lighting technology, St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics. 4 (206) (2014) 38–47.
- [8] A.V. Aladov, V.P. Valyukhov, S.V. Demin, et al., Wireless network of controlled energy-efficient LED lighting source, St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics. 1(213) (2015) 50–60.
- [9] A. Zukauskas, R. Vaicekauskas, F. Ivanauskas, et al., Optimization of white polychromatic semiconductor lamps, Appl. Phys. Lett. 80 (2002) 234–236.
- [10] S. Chhajed, Y. Xi, Y.L. Li, et al., Influence of junction temperature on chromaticity and color-rendering properties of trichromatic white-light sources based on light-emitting diodes, J. Appl. Phys. 97 (2005) 054506-1–054506-8.
- [11] A.F. Tsatsulnikov, V.V. Lundin, A.V. Sakharov, et al., Monolithic white LED with active region based on InGaN quantum wells, separated by short-period InGaN/GaN superlattice, Physics and Technology of Semiconductor. 44 (6) (2010) 837–840.
- [12] IEEE 802.15. 4 Part 15.4. Wireless medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specification for low-rate wireless personal area networks (WPANs), user.engineering.uiowa/~mcover/lab/802.15.4-2003.pdf. Accessed October, 2013.
- [13] ZigBee Specification, Document 053474r20, <http://www.zigbee.org/download/standards-zigbee-specification/> Accessed September 19, 2012.
- [14] Atmel ZigBit 2.4 GHz single chip wireless module ATZB-S1-256-3-0C [Datasheet], [http://www.atmel.com/images/atmel-42191-wireless-zigbit-atzb-s1-256-3-0-c\\_datasheet.pdf](http://www.atmel.com/images/atmel-42191-wireless-zigbit-atzb-s1-256-3-0-c_datasheet.pdf), Accessed March, 2014.

Received 21.12.2016, accepted 26.02.2017

## THE AUTHORS

### ALADOV Andrey V.

*Submicron Heterostructures for Microelectronics Research and Engineering Center of the RAS*  
26 Politeknicheskaya St., St. Petersburg, 194021, Russian Federation  
aaladov@mail.ioffe.ru

### VALYUKHOV Vladimir P.

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politeknicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
Valyukhov@yandex.ru

### KUPTSOV Vladimir D.

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politeknicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
vdkuptsov@yandex.ru

### ZAKGEIM Aleksander L.

*Submicron Heterostructures for Microelectronics Research and Engineering Center of the RAS*  
26 Politeknicheskaya St., St. Petersburg, 194021, Russian Federation  
zakgeim@mail.ioffe.ru

**MIZEROV Michail N.**

*Submicron Heterostructures for Microelectronics Research and Engineering Center of the RAS*  
26 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 194021, Russian Federation  
mmizerov@mail.ioffe.ru

**DEMIN Sergey V.**

*Submicron Heterostructures for Microelectronics Research and Engineering Center of the RAS*  
26 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 194021, Russian Federation  
demin@mail.ioffe.ru

**VALYUKHOVA Anna V.**

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University  
29 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
avalukhova@imop.ru

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cree's MK-R LED offers up to 200 lumens-per-watt. LED professional review LpR. 35. Режим доступа: [http://www.led-professional.com/downloads/LpR35\\_034254.pdf](http://www.led-professional.com/downloads/LpR35_034254.pdf). Последнее обращение: январь 2013.
2. Cree: first to break 300 lumes-per-watt barrier. Режим доступа: <http://cree.com/News-and-Events/Cree-News/PresReleases/2014/March/300LPW-LED-barrier>. Последнее обращение: март 2014.
3. Specifications for the chromaticity of solid state lighting products. ANSI C78.377-2015 American National Standard for Electric Lamps. Режим доступа: <http://www.nema.org>. Последнее обращение: март 2015.
4. LED engine achieves highest color rendering in world's smallest LED emitters for high-end directional lighting. LED professional review LpR. 2013. No. 37. P. 28.
5. **Закгейм А.Л.** Светодиодные системы освещения: энергоэффективность, зрительное восприятие, безопасность для здоровья (обзор) // Светотехника. 2012. № 6. С. 12–21.
6. **Аладов А.В., Аладов В.Н., Валюхов В.П., Закгейм А.Л., Цацульников А.Ф.** Светозаология и новые технологии освещения // Архитектура и строительные науки. 2014. № 1 (18). С. 2–5.
7. **Аладов А.В., Валюхов В.П., Закгейм А.Л., Черняков А.Е., Цацульников А.Ф.** Динамически управляемые светодиодные источники света для новых технологий освещения // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2014. № 4 (206). С. 38–47.
8. **Аладов А.В., Валюхов В.П., Демин С.В., Закгейм А.Л., Цацульников А.Ф.** Беспроводная сеть управляемых энергоэффективных светодиодных источников освещения // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2015. № 1 (213). С. 50–60.
9. **Zukauskas A., Vaicekauskas R., Ivanauskas F., Gaska R., Shur M.S.** Optimization of white polychromatic semiconductor lamps // Appl. Phys. Lett. 2002. Vol. 80. No. 2. Pp. 234–236.
10. **Chhajed S., Xi Y., Li Y.L., Gessmann Th., Schubert E.F.** Influence of junction temperature on chromaticity and color-rendering properties of trichromatic white-light sources based on light-emitting diodes // J. Appl. Phys. 2005. No. 5. Vol. 97. Pp. 054506-1–054506-8.
11. **Цацульников А.Ф., Лундин В.В., Сахаров А.В., Заварин Е.Е., Усов С.О., Николаев А.Е., Крыжановская Н.В., Силицын М.А., Сизов В.С., Закгейм А.Л., Мизеров М.Н.** Монолитный белый светодиод с активной областью на основе квантовых ям InGa<sub>N</sub>, разделенных короткопериодными InGa<sub>N</sub>/Ga<sub>N</sub> сверхрешетками // Физика и техника полупроводников. 2010. Т. 44. № 6. С. 837–840.
12. IEEE 802.15. 4 Part 15.4. Wireless medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specification for low-rate wireless personal area networks (WPANs). Режим доступа: <http://engineering.uiowa/~mcover/lab/802.15.4-2003.pdf>. Последнее обращение: октябрь, 2013.
13. ZigBee Specification. Document 053474r20. Режим доступа: <http://www.zigbee.org/download/standards-zigbee-specification>. Последнее обращение: 19 сентября 2012.
14. Atmel ZigBit 2.4 GHz single chip wireless module ATZB-S1-256-3-0C [Datasheet]. Режим доступа: [http://www.atmel.com/images/atmel-42191-wireless-zigbit-atzb-s1-256-3-0-c\\_datasheet.pdf](http://www.atmel.com/images/atmel-42191-wireless-zigbit-atzb-s1-256-3-0-c_datasheet.pdf). Последнее обращение: март 2014.

Статья поступила в редакцию 21.12.2016, принята к публикации 26.02.2017.



#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**АЛАДОВ Андрей Вальменович** — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Научно-технологического центра микроэлектроники и субмикронных гетероструктур РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

194021, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26  
aaladov@mail.ioffe.ru

**ВАЛЮХОВ Владимир Петрович** — доктор технических наук, профессор кафедры радиофизики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
valyukhov@yandex.ru

**КУПЦОВ Владимир Дмитриевич** — кандидат технических наук, доцент кафедры радиофизики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
vdkuptsov@yandex.ru

**ЗАКГЕЙМ Александр Львович** — кандидат технических наук, заместитель директора по научной работе Научно-технологического центра микроэлектроники и субмикронных гетероструктур РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

194021, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26  
zakgeim@mail.ioffe.ru

**МИЗЕРОВ Михаил Николаевич** — кандидат физико-математических наук, директор Научно-технологического центра микроэлектроники и субмикронных гетероструктур РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

194021, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26  
mmizerov@mail.ioffe.ru

**ДЕМИН Сергей Васильевич** — заведующий лабораторией Научно-технологического центра микроэлектроники и субмикронных гетероструктур РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

194021, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26  
demin@mail.ioffe.ru

**ВАЛЮХОВА Анна Владимировна** — ассистент высшей школы международных образовательных программ Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
avalukhova@imor.ru

DOI: 10.18721/JPM.10204

УДК 621.384.663

## **СПОСОБЫ СНИЖЕНИЯ ЛУЧЕВОЙ НАГРУЗКИ НА ПАЦИЕНТОВ ПРИ ПРОТОННОЙ ТЕРАПИИ ЗАБОЛЕВАНИЙ ГЛАЗА**

**В.А. Бакаев<sup>1</sup>, Н.А. Иванов<sup>2</sup>, Ж.С. Лебедева<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Российская Федерация;

<sup>2</sup>НИЦ «Курчатовский институт» ФГБУ «Петербургский институт ядерной физики

им. Б.П. Константинова», г. Гатчина Ленинградской области, Российская Федерация

В статье описаны пути снижения радиационного фона в зале облучения при проведении процедур протонной лучевой терапии глаза. Необходимость такого снижения вызвана опасностью эффекта «малых доз» для здоровья персонала и пациентов. Затрагиваются аспекты снижения фона как за счет вторичных частиц, рождающихся в системах формирования пучка, так и снижения дозы облучения здоровых тканей пациента при проведении лучевой терапии, благодаря корректной оценке биологического эффекта от протонов с энергиями до 60 МэВ. Результаты проведенных расчетов доказывают, что увеличение диаметра пучка протонов дает возможность снизить радиационный фон в зале облучения более чем втрое и соответственно уменьшить лучевую нагрузку на тело пациента. Для снижения лучевой нагрузки на прилежащие органы требуется корректно учитывать показатель относительной биологической эффективности.

**Ключевые слова:** протонная офтальмология; вторичное излучение; радиационный фон; относительная биологическая эффективность

**Ссылка при цитировании:** Бакаев В.А., Иванов Н.А., Лебедева Ж.С. Способы снижения лучевой нагрузки на пациентов при протонной терапии заболеваний глаза // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. Т. 10. № 2. С. 37–44. DOI: 10.18721/JPM.10204

## **METHODS FOR REDUCING THE PATIENT RADIATION EXPOSURE DURING THE PROTON EYE-DESEASE THERAPY**

**V.A. Bakaev<sup>1</sup>, N.A. Ivanov<sup>2</sup>, Zh.S. Lebedeva<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation;

<sup>2</sup>National Research Centre “Kurchatov Institute” B.P. Konstantinov Petersburg

Nuclear Physics Institute, St. Petersburg, Russian Federation

The paper is devoted to techniques for reduction of background radiation in the room for conducting the proton eye radiotherapy. The necessity of this reduction stems from the health risk of low-dose effect on the personal and patients. We have touched the aspects of the background reduction both at the cost of secondary particles, produced in the beam-forming systems, and the dose reduction for patient's healthy tissue (when carrying out beam-therapy) owing to the correct assessment of

the biological effects of protons with energies up to 60 MeV. The obtained calculation results prove that an increase in the proton beam diameter provides the possibility of reducing the background radiation by more than a factor of three in the room and of correspondingly decreasing the body's radiation exposure. It is necessary to take correct account of RBE to reduce the radiation exposure of contiguous organs.

**Key words:** proton therapy; secondary radiation; radiation exposure; relative biological effectiveness (RBE)

**Citation:** V.A. Bakaev, N.A. Ivanov, Zh.S. Lebedeva. Methods for reducing the patient radiation exposure during the proton eye-disease therapy, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 10 (2) (2017) 37–44. DOI: 1018721/JMP.10204

## Введение

В Петербургском институте ядерной физики имени Б.П. Константинова планируется создание центра протонной терапии заболеваний глаза на базе циклотрона Ц-80 на энергию протонов до 80 МэВ. Важной задачей при организации центров лучевой терапии является снижение радиационного фона в зале облучения; необходимость такого снижения вызвана опасностью эффекта «малых доз» у персонала и пациентов. Данный эффект состоит в долговременных побочных последствиях лечебного облуче-

ния [1], в частности в развитии вторичного рака в результате воздействия на организм (особенно детский) вторичных нейтронов. Этот эффект плохо изучен, но независимо от этого наиболее приемлемым считается максимально возможное снижение фона (в том числе нейтронного) без потери качества пучка.

## Метод исследования

Для формирования медицинского пучка при протонной терапии заболеваний глаза традиционно применяется метод пассивного рассеяния, при котором входной пучок

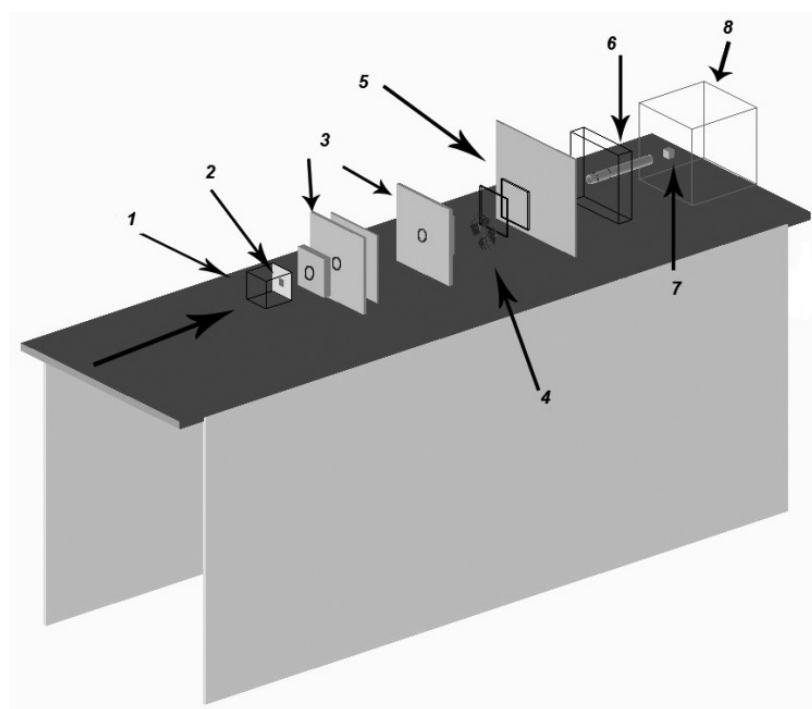


Рис. 1. Схема виртуальной экспериментальной установки:

1 – выход ускорителя, 2 – рассеивающая система, 3 – система коллимации, 4 – гребенчатый фильтр, 5 – система мониторинга пучка, 6 – система конечной коллимации, 7 – чувствительный объем, 8 – фантом.  
Толстая стрелка указывает направление облучения



проходит устройства коллимации, рассеяния и модуляции энергии протонов с целью создания требуемого вида модифицированной кривой Брэгга в облучаемой области. Согласно типичной схеме указанного формирования (рис. 1 [2, 3]), пучок протонов расширяется и делается однородным по сечению при помощи системы рассеивателей и коллиматоров.

### Проблема снижения радиационной нагрузки на пациента

Основная причина возникновения радиационного фона в зале облучения при протонной терапии глаза состоит в том, что большая часть протонов поглощается в системе формирования медицинского пучка, оборудовании и в стенах зала облучения. Как правило, в зал облучения вводится пучок протонов диаметром 2 – 5 мм («узкий»), который проходит ряд устройств с целью формирования медицинского пучка [2, 3]. Последний должен соответствовать диаметру опухоли и может достигать 4 см. При этом свыше 90 % протонов поглощается в элементах системы формирования, оборудования и стенах зала облучения. До 10 % от числа таких протонов вызывают ядерные реакции с ядрами атомов конструкционных материалов [4]; в результате реакций образуются вторичные частицы и радионуклиды. Необходимо отметить, что среди вторичных частиц наибольшую опасность представляют нейтроны, которые имеют высокую биологическую эффективность и способны вызывать дополнительную активацию материалов в зале облучения.

Нами предложен и смоделирован вариант «широкого» входного пучка, диаметр которого должен соответствовать диаметру облучаемой области [5]. Расчеты проведены на основе программного комплекса Geant 4.9.6, который с использованием метода Монте-Карло позволяет моделировать прохождение различных видов излучения через разные среды. Программа была протестирована относительно пространственного распределения поглощенной дозы и образования нейтронов в тканеэквивалентных материалах.

Проведены расчеты проводки пучка протонов при различных диаметрах входного пучка протонов с энергией 60 МэВ:

«узкого» пучка радиусом 2 мм и угловой расходимостью  $4,2 \cdot 10^{-3}$  рад;

«широкого» пучка, диаметр которого на входе в зал облучения равен диаметру области облучения 25 мм; угловая расходимость составляла  $7,0 \cdot 10^{-4}$  рад.

В обоих случаях создавалась одинаковая модифицированная кривая Брэгга со следующими параметрами:

ширина 12 мм,

диаметр конечного коллиматора 25 мм.

Следует отметить, что элементы системы формирования для узкого и широкого пучков были несколько различны. В частности, для широкого пучка не применялись рассеивающие фольги.

В результате расчетов установлено, что при одинаковых характеристиках поглощенной дозы в облучаемой области для узкого пучка величина эффективности составила  $\epsilon_n = 0,06$ , а для широкого пучка  $\epsilon_b = 0,17$ . Остальная часть пучка протонов  $(1 - \epsilon)$  поглощается в материалах зала облучения, создавая в результате ядерных реакций вторичные частицы и радионуклиды. Количественное отношение таких протонов  $\eta$  для случаев узкого и широкого пучков определяется следующим выражением:

$$\eta = (\epsilon_b / \epsilon_n) \cdot [(1 - \epsilon_n) / (1 - \epsilon_b)]. \quad (1)$$

Из формулы (1) следует, что применение широкого пучка позволяет примерно втрое снизить радиационный фон в зале облучения, по сравнению с использованием традиционной схемы с узким пучком.

Следует отметить, что различие в эффективности узкого и широкого пучков будет нарастать по мере увеличения поперечного размера облучаемой области. Кроме того, для широкого пучка система формирования медицинского пучка в зале облучения становится более простой и, соответственно, надежной.

Рассмотренный выше способ уменьшения радиационного фона в зале облучения дает возможность снизить риск развития осложнений, связанных с облучением всего тела в малых дозах.

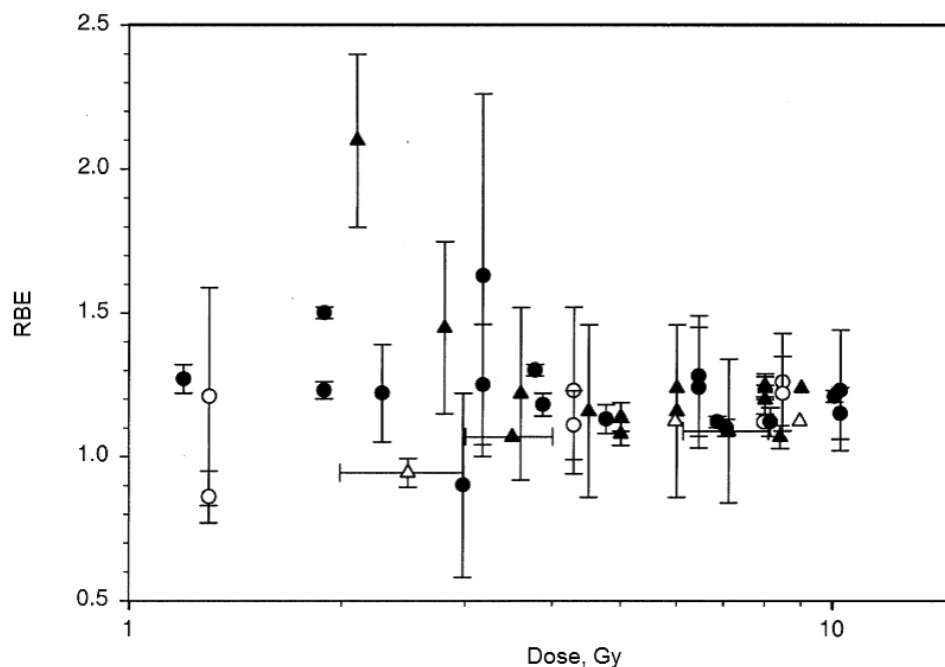


Рис. 2 [8]. Значения RBE протонов в зависимости от дозы облучения во фракции для инактивации клетки, измеренные методом *in vitro* в центре плато модифицированной кривой Брэгга. Представлены данные для культуры китайского хомяка (затусованные символы) и для других культур (незатусованные); приведены RBE для протонов с энергиями меньше (кружки) и больше (треугольники) 100 МэВ

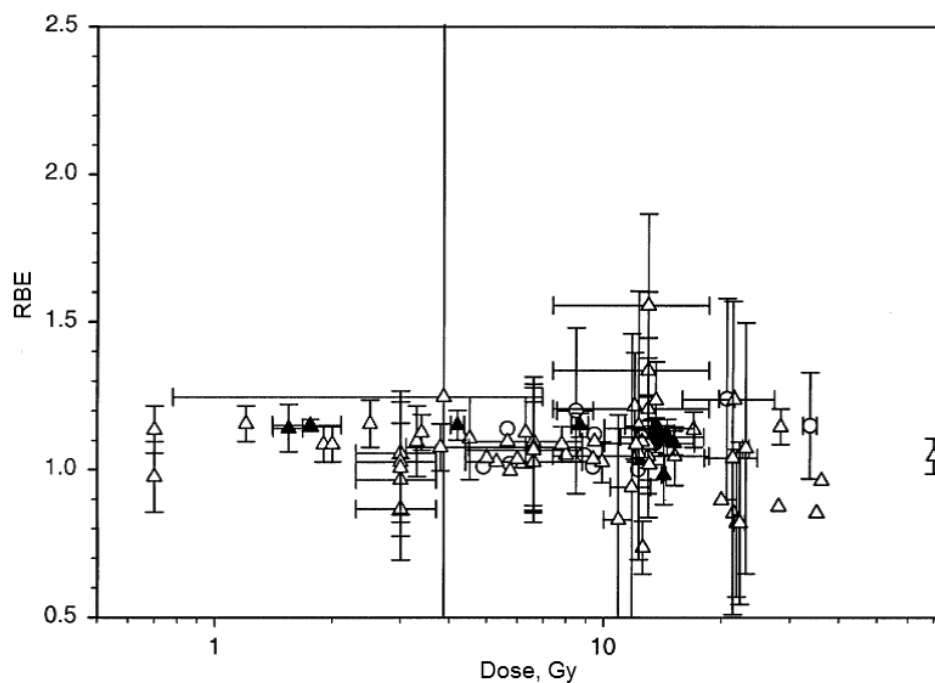


Рис. 3 [8]. Те же зависимости, что на рис. 2, но значения получены методом *in vivo*. Представлены данные исследований на крипте тонкого кишечника млекопитающих (затусованные символы) и на других культурах (незатусованные)



Второй аспект, позволяющий снизить лучевую нагрузку на здоровые органы при протонном облучении, связан с качеством проводимой лучевой терапии, в частности с минимизацией дозы на органы, прилегающие к опухоли. При протонной терапии в онкоофтальмологии применяются дозы до 60 – 70 Гр, подводимые за пять сеансов облучения [6]. При этом зрительный нерв, расположенный непосредственно за глазом, является критической структурой. По данным количественного анализа эффектов в нормальных тканях в клинике (QUANTEC – Quantative Analyses of Normal Tissue Effects in the Clinic), оценка риска развития оптической нейропатии в зрительном нерве сильно меняется при варьировании дозы. Так, при максимальной дозе в 55 – 60 Гр риск осложнений составляет 3 – 7 %, а при дозе свыше 60 Гр – до 20 % [7]. Таким образом, для достижения клинического эффекта с минимальным риском осложнений необходимо максимально точное определение поглощенной дозы в областях как очень высокого градиента дозы, так и раздела двух анатомических структур.

Известно, что биологический эффект облучения тканей зависит не только от величины поглощенной дозы, но и от характера ее выделения, а именно, от количества актов ионизации под действием частицы в критическом объеме клетки или, соответственно, от величины линейной потери энергии (ЛПЭ, англ. LET) частицы. В связи с этим было введено понятие об относительной биологической эффективности (ОБЭ, англ. RBE – Relative Biological Effectiveness):

$$RBE = D_{\gamma} / D, \quad (2)$$

где  $D$  – доза, поглощенная в ткани при облучении данным видом излучения;  $D_{\gamma}$  – доза, необходимая для достижения такого же эффекта при облучении эталонным излучением.

В качестве эталонного выбирают излучения, действие которых хорошо изучено: жесткое рентгеновское (200 – 250 кВ) или гамма-излучение радионуклида  $^{60}\text{Co}$ .

На рис. 2 и 3 приведены экспериментальные данные по величинам RBE протонов,

полученные методами *in vitro* и *in vivo* [8]. Из этих данных следует, что проведенные эксперименты не позволяют однозначно определять RBE протонов. В клинической практике протонной терапии принято для перехода от поглощенной дозы к биологической (независимо от энергии протонов) использовать величину RBE, усредненную по результатам исследований *in vivo* и равную 1,1.

Однако многочисленные эксперименты указывают на рост RBE с уменьшением энергии протонов [9], и, соответственно, с ростом LET протонов. К настоящему времени разработано несколько теоретических моделей, учитывающих зависимость RBE ионов от величины их LET.

### Результаты и их обсуждение

На рис. 4 представлены результаты наших расчетов дозных распределений при прохождении протонов с максимальной энергией 60 МэВ в воде (водном фантоме):

(i) без учета RBE протонов (т. е. поглощенная доза);

(ii) с постоянной величиной RBE, равной 1,1;

(iii) с величиной RBE, учитывающей зависимость от LET протонов согласно модели Уилкенса [9]; сами же величины LET получены нами непосредственно при расчете.

Наши расчеты были проведены методом Монте-Карло по программе Geant4.

Из данных рис. 4 видно, что учет зависимости RBE от LET приводит к значительному изменению формы модифицированной кривой Брэга в области плато поглощенной дозы. Особенно значительное повышение биологического эффекта наблюдается в дистальной части этой кривой, что может приводить к переоблучению расположенных за объемом облучения критических структур. Из рис. 4 также следует, что уточнение RBE может уменьшить необходимую поглощенную дозу (и флюенс протонов) примерно на 20 %.

### Заключение

Результаты проведенных расчетов показывают, что увеличение диаметра пучка



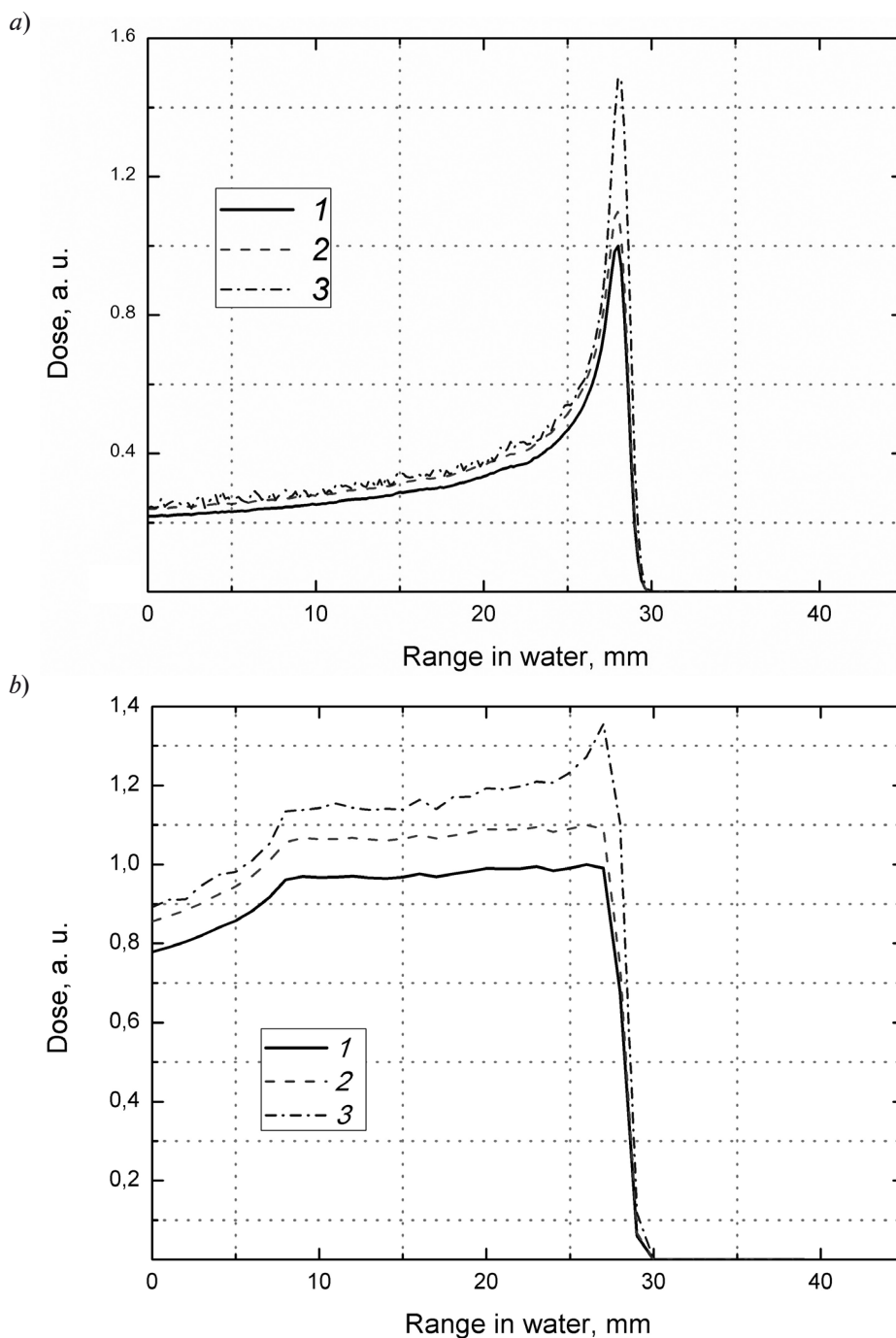


Рис. 4. Расчетные дозные распределения: пик Брэгга для пробега протонов с энергией 60 МэВ в воде (а) и модифицированная кривая Брэгга (б). Представлены данные без учета (1) и с учетом (2, 3) RBE; 2 – RBE = 1,1 (константа), 3 – учтена зависимость RBE от LET [9]

протонов дает возможность снизить радиационный фон в зале облучения более чем втрое и соответственно уменьшить лучевую нагрузку на тело пациента. Для снижения

лучевой нагрузки на прилежащие органы требуется корректно учитывать коэффициент RBE. Этот аспект требует дополнительных исследований.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Paganetti H.** (ed.). Proton therapy physics. Boca Raton: CRC Press, 2012. 651 p.
2. Shielding design and radiation safety of charged particle therapy facilities. Ed. N.E. Ipe. PTCOG Pub, 2010. 445 p.
3. **Иванов Н.А., Лебедева Ж.С.** Оценка параметров пучка протонов для применения в офтальмологии // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2013. № 1(165). С. 128–135.
4. **Moyers M.F., Vatnitsky S.M.** Practical implementation of light ion beam treatments. Madison: Med. Phys. Pub., 2012. 580 p.
5. **Иванов Н.А., Лебедева Ж.С.** Возможности снижения радиационного фона в зале протонной терапии // Письма в журнал технической физики. 2014. Т. 40. Вып. 16. С. 36–41.
6. **Delaney T.F., Kooy H.M.** Charged particle radiotherapy. Philadelphia: Lippincott Williams & Wilkins, 2008. 530 p.
7. **Mayo C.** Radiation dose – volume effects of optic nerves and chiasm, QUANTEC: Organ-specific paper // Int. J. Radiation Oncology Biol. Phys. 2010. Vol. 76. No. 3, Supplement. Pp. S28–S35.
8. **Paganetti H., Niemierko A., Ancukiewicz M., et al.** Relative biological effectiveness (RBE) values for proton therapy // Int. J. Radiation Oncology Biol. Phys. 2002. Vol. 53. No. 2. Pp. 407–421.
9. **Wilkins J.J., Oelfke U.** A phenomenological model for the relative biological effectiveness in therapeutic proton beams // Phys. Med. Biol. 2004. Vol. 49. No. 13. Pp. 2811–2825.

Статья поступила в редакцию 29.11.2016, принята к публикации 16.03.2017.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**БАКАЕВ Виктор Анатольевич** — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
v\_bakaev@phmf.spbstu.ru

**ИВАНОВ Николай Арсеньевич** — доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией Национального исследовательского центра «Курчатовский институт» ФГБУ «Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова», г. Гатчина Ленинградской области, Российская Федерация.

188300, Российская Федерация, Ленинградская обл., г. Гатчина, мкр. Орлова роща, д. 1  
ivanovna46@yandex.ru

**ЛЕБЕДЕВА Жанна Сергеевна** — кандидат физико-математических наук, научный сотрудник НИЦ «Курчатовский институт» ФГБУ «Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова», г. Гатчина Ленинградской области, Российская Федерация.

188300, Ленинградская обл., г. Гатчина, мкр. Орлова роща, д. 1  
zhanna-med.phys@mail.ru

## REFERENCES

- [1] **H. Paganetti**, ed., Proton therapy physics, Boca Raton, CRC Press (2012).
- [2] Shielding design and radiation safety of charged particle therapy facilities, Ed. N.E. Ipe., PTCOG Pub. (2010).
- [3] **N.A. Ivanov, Zh.S. Lebedeva**, Proton beam characteristics estimation for using in ophthalmology, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. No. 1(165) (2013) 128–135.
- [4] **M.F. Moyers, S.M. Vatnitsky**, Practical implementation of light ion beam treatments, Madiso, Med. Phys. Pub. (2012).
- [5] **N.A. Ivanov, Zh.S. Lebedeva**, Possibilities of background-radiation-level reduction in proton-therapy rooms, Techn. Phys. Lett. 40 (8) (2014) 693–696.
- [6] **T.F. Delaney, H.M. Kooy**, Charged particle radiotherapy, Philadelphia, Lippincott Williams & Wilkins (2008).
- [7] **C. Mayo**, Radiation dose – volume effects of optic nerves and chiasm, QUANTEC: Organ-specific paper, Int. J. Radiation Oncology Biol. Phys. 76 (3), Suppl. (2010) S28–S35.
- [8] **H. Paganetti, A. Niemierko, M. Ancukiewicz, et al.**, Relative biological effectiveness (RBE) values

for proton therapy, *Int. J. Radiation Oncology Biol. Phys.* 53 (2) (2002) 407–421.

[9] **J.J. Wilkens, U. Oelfke**, A phenomenological

model for the relative biological effectiveness in therapeutic proton beams, *Phys. Med. Biol.* 49 (13) (2004) 2811–2825.

*Received 29.11.2016, accepted 16.03.2017.*

#### THE AUTHORS

**BAKAEV Victor A.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

v\_bakaev@phmf.spbstu.ru

**IVANOV Nikolay A.**

*National Research Centre “Kurchatov Institute” B.P. Konstantinov Petersburg Nuclear Physics Institute*

1, Orlova Roscha mcr., Gatchina, Leningrad region, 188300, Russian Federation

ivanovna46@yandex.ru

**LEBEDEVA Zhanna S.**

*National Research Centre “Kurchatov Institute” B.P. Konstantinov Petersburg Nuclear Physics Institute*

1, Orlova roscha mcr., Gatchina, Leningrad region, 188300, Russian Federation

zhanna-med.phys@mail.ru

DOI: 10.18721/JPM.10205

УДК 537.226

## ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И МИКРОСТРУКТУРА ВОДНЫХ СУСПЕНЗИЙ ДЕЗИНТЕГРИРОВАННЫХ НАНОГЕЛЬ-ПЛЕНОК БАКТЕРИАЛЬНОЙ ЦЕЛЛЮЛОЗЫ

**А.К. Хрипунов<sup>1</sup>, Т.П. Степанова<sup>1</sup>, А.А. Ткаченко<sup>2</sup>,  
Д.П. Романов<sup>3</sup>, Э.П. Астапенко<sup>1</sup>, В.М. Капралова<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>Институт высокомолекулярных соединений РАН,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация;

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный университет,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация;

<sup>3</sup>Институт химии силикатов им. И.В. Гребенщикова РАН,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация

<sup>4</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация;

Исследованы концентрационные зависимости диэлектрической проницаемости и фактора диэлектрических потерь водных суспензий наногель-пленок бактериальной целлюлозы *Gluconacetobacter xylinus* (БЦ), дезинтегрированных при скорости вращения ножей 15000 и 20000 об/мин. Показано, что в области малых концентраций концентрационная зависимость диэлектрической проницаемости имеет линейный характер. Проведена оценка величин дипольных моментов коллоидов БЦ с помощью статистической теории диэлектрической поляризации Бакингейма, модифицированной для систем, состоящих из двух полярных компонентов. Рассчитано число мономерных единиц целлюлозы в коллоиде БЦ, которое оказалось равным 113. Рассчитаны объем коллоида БЦ и характерное время вращения геометрического тела, аппроксимирующего коллоид. Рассчитанное время совпадает с экспериментальным значением времени диэлектрической релаксации. Различия значений диэлектрической проницаемости и фактора диэлектрических потерь для водных суспензий БЦ, дезинтегрированной при 15000 и 20000 об/мин, в выбранной области концентраций находятся в пределах погрешности измерений. Проведенное исследование дезинтегрированной БЦ диэлектрическим и рентгенографическим методами позволяет считать, что постоянство стехиометрии коллоидов указывает на ориентационное упорядочение микрофибрилл в коллоиде, идентичное надмолекулярной структуре НГП БЦ.

**Ключевые слова:** бактериальная целлюлоза; наногель-пленка; водная суспензия; коллоид; ориентационная диэлектрическая поляризация

**Ссылка при цитировании:** Хрипунов А.К., Степанова Т.П., Ткаченко А.А., Романов Д.П., Астапенко Э.П., Капралова В.М. Диэлектрические свойства и микроструктура водных суспензий дезинтегрированных наногель-пленок бактериальной целлюлозы // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. Т. 10. № 2. С. 45–57. DOI: 10.18721/JPM.10205

## DIELECTRIC PROPERTIES AND MICROSTRUCTURE OF THE DISINTEGRATED NANOGEL FILMS OF BACTERIAL CELLULOSE

A.K. Khripunov<sup>1</sup>, T.P. Stepanova<sup>1</sup>, A.A. Tkachenko<sup>2</sup>,  
D.P. Romanov<sup>3</sup>, E.P. Astapenko<sup>1</sup>, V.M. Kapralova<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Institute of Macromolecular Compounds RAS, St. Petersburg, Russian Federation;

<sup>2</sup>St. Petersburg State University, St. Petersburg, Russian Federation;

<sup>3</sup>I.V. Grebenshchikov Institute of Silicate Chemistry, St. Petersburg, Russian Federation;

<sup>4</sup>Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

The concentration dependencies of dielectric permittivity and dielectric loss factor have been studied for the water suspensions of nanogel films of bacterial cellulose *Gluconacetobacter xylinus* (BC) disintegrated with the plug knives rotation speed of 15000 and 20000 rpm. The dipole moments of BC colloids have been evaluated using Buckingham statistical theory of dielectric polarization modified for binary polar systems. The number of monomer units of cellobiose in the BC colloid being equal to 113, the volume and the characteristic rotation time of the colloid particles were calculated. The difference between values of dielectric parameters for BC samples disintegrated at 15000 and 20000 rpm were within experimental error. The constant stoichiometry of BC colloids and the identity of orientation ordering of microfibrils in colloids to that of the BC nanogel films have been shown by dielectric and X-ray studies.

**Key words:** bacterial cellulose; nanogel film; aqueous suspension; colloid; orientation dielectric polarization

**Citation:** A.K. Khripunov, T.P. Stepanova, A.A. Tkachenko, D.P. Romanov, E.P. Astapenko, V.M. Kapralova, Dielectric properties and microstructure of the disintegrated nanogel films of bacterial cellulose, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 10(2) (2017) 45–57. DOI: 10.18721/JPM.10205

### Введение

Интерес к исследованию структуры и свойств наногель-пленок бактериальной целлюлозы *Gluconacetobacter xylinus* (НГП БЦ) связан с возможностью ее применения в медицине и в новейших технологиях промышленности [1 – 7].

Известно [8 – 10], что морфологическая структура нативной НГП БЦ, образованной в условиях статического культивирования, сложна и недостаточно изучена. С помощью ЯМР-спектроскопии установлено, что для НГП БЦ характерна трехмерная упорядоченная структура, включающая наноразмерные кристаллиты из фрагментов цепей целлюлозы [11]. На рис. 1, а представлен фрагмент структуры целлюлозы с упорядочением цепей за счет внутри- и межмолекулярных водородных связей, а на рис. 1, б – поликристаллические структуры в высушенных гель-пленках БЦ.

НГП БЦ удерживает воду в пропорции примерно 1:100, что является важным свойством при использовании ее в материалах медицинского назначения.

Для решения некоторых задач в области медицины и техники наиболее эффективным оказалось использование дезинтегрированной НГП БЦ, что и определило необходимость изучения ее макроскопических свойств [12 – 14]. Диэлектрический метод является полезным инструментом при установлении корреляции молекулярной структуры и макроскопических свойств поляризованной системы [15]. Так, исследование методом статической диэлектрической поляризации разбавленных водных растворов модифицированной целлюлозы (полиметилцеллюлозы), выявило тенденцию ее макромолекул к ассоциации, приводящей при определенных термодинамических условиях к переходу раствора в гель [16].

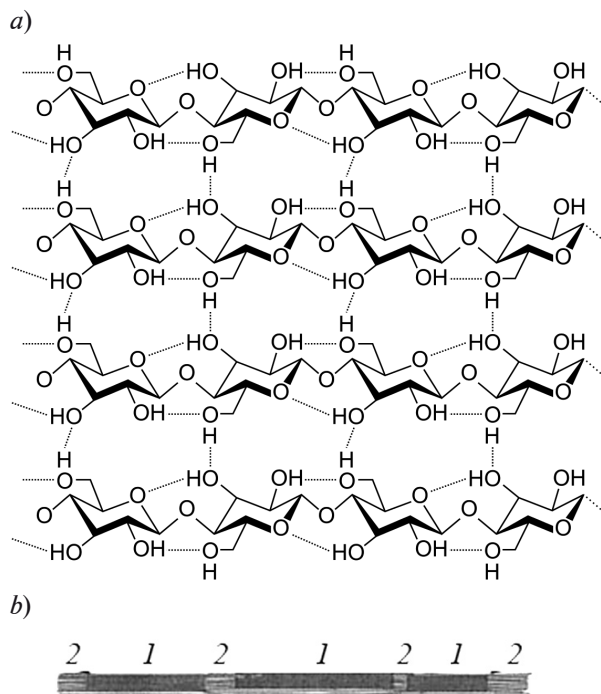


Рис. 1. Структура бактериальной целлюлозы *Gluconacetobacter xylinus*:

a – фрагмент структуры с упорядочением цепей за счет межмолекулярных водородных связей,  
b – кристаллиты (1) и аморфные области (2) из макрофибрилл целлюлозы

Целью настоящей работы являлось изучение особенностей диэлектрического поведения дезинтегрированной НГП БЦ, изначально имеющей пространственную структуру геля, созданную бактерией в процессе синтеза.

### Методика эксперимента

Биосинтез НГП БЦ описан ранее [17]. После удаления бактерий общепринятым методом кипячения в растворе 1%-го NaOH и тщательной промывки дистиллированной водой полученную гель-пленку БЦ высушивали до постоянного веса. Сухую пленку БЦ растворяли в очищенном кадоксене (кадмийэтилендиаминовый комплекс), чтобы получить молекулярно-дисперсный раствор, а затем вискозиметрическим методом определить молекулярную массу БЦ. Полученное таким образом значение указанной величины составило  $3,89 \cdot 10^5$  Д.

Дезинтеграцию гель-пленки БЦ проводили с добавлением дистиллированной воды в блендере (JTC, Omniblend 1, модель TM-767) при двух скоростях вращения ножей:  $1,5 \cdot 10^4$  и  $2,0 \cdot 10^4$  об/мин; процедура проводилась в три этапа по 5 мин (в целом 15 мин), с перерывами по 30 мин для охлаждения коллоидной суспензии до комнатной температуры.

Начальная концентрация БЦ в полученной коллоидной суспензии (КС БЦ), определенная по выпариванию до постоянного веса, составляла  $w_2 = 0,305$  г/г. Последующие образцы водной КС БЦ с меньшим содержанием БЦ получали добавлением дистиллированной воды к исходной коллоидной суспензии. Исходная КС БЦ и ее водные растворы представляли собой гелевую систему с неоседающими коллоидами.

Измерения диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  КС БЦ в области концентраций БЦ  $0,016 \leq w_2 \leq 0,305$  г/г проводили в диэлектрической измерительной ячейке-бюксе (рис. 2), в которой цилиндрический резервуар («земля») 1 и потенциальный электрод 2 в форме диска изготовлены из титана. Стекланные бусинки 3, определяющие расстояние между электродами, были вмонтированы в нижнюю поверхность потенциального электрода. Крышка бюкса 6, притертая к резервуару, изготовлена из пирексного стекла. В верхнюю часть крышки на шлифе вводится стеклянная пробка 7 с запаянной стеклянной трубочкой 5 и платиновой иглой 4, входящей в верхний электрод, центрируя его в ячейке. Термопара 8 вводится в дно резервуара бюкса.

Межэлектродную емкость ячейки  $C_0$  определяли стандартным способом, используя неполярные растворители. Емкость  $C_0$  и объем заполнения ячейки составляли 15 пФ и 4 см<sup>3</sup> соответственно. С целью исключения влияния приэлектродной поляризации на диэлектрические параметры изучаемых водных систем, измерения электрической емкости проводили на частоте 1 МГц (измеритель LRC E7-12). При данной частоте измеряемую диэлектрическую проницаемость водной суспензии  $\epsilon'$  можно принять за квазистатическую величину, так как максимум фактора диэлектрических потерь



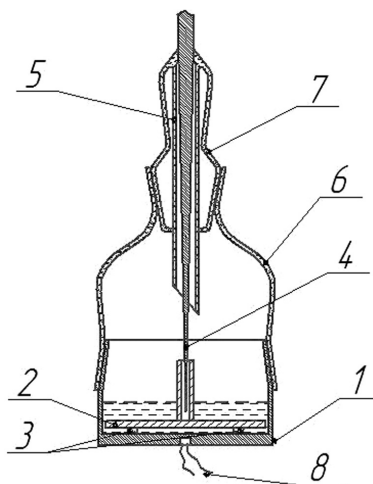


Рис. 2. Измерительная ячейка-бюкс:  
1 – цилиндрический резервуар («земля»),  
2 – электрод, 3 – стеклянные бусинки,  
4 – платиновая игла, 5 – запаянная стеклянная  
трубочка, 6 – крышка бюкса, 7 – стеклянная  
пробка, 8 – термopapa

$\varepsilon''$  воды находится при частоте примерно  $5 \cdot 10^9$  Гц. Измерения частотной зависимости  $\varepsilon''$  проводили на приборе Novocontrol «LCR Meter 4270» в области частот 50 Гц –

990 кГц. Температура измерений макроскопических диэлектрических параметров водных систем составляла 295 К.

Рентгеновские исследования исходных и дезинтегрированных высушенных пленок проводили на установке ДРОН-2 и в рентгеновской камере РКВ-86. Использовали  $\text{Cu}_{K\alpha}$ -излучение.

#### Экспериментальные данные и их обсуждение

**Дипольный момент и объем коллоида БЦ.**  
На рис. 3 представлена зависимость электрической емкости ячейки, заполненной КС БЦ, от массовой концентрации  $w_2$ . Эта суспензия была предварительно дезинтегрирована при двух скоростях вращения ножей блендера:  $1,5 \cdot 10^4$  и  $2,0 \cdot 10^4$  об/мин.

Из рис. 3 видно, что концентрационные зависимости емкости 1 и 2 в целом проявляют нелинейный характер. Однако на участках кривых, где концентрация менее 0,15 г/г, эти зависимости симбатны и линейны, что свидетельствует о неизменности стехиометрии коллоидов БЦ в суспензии в этой области концентраций. При значении-

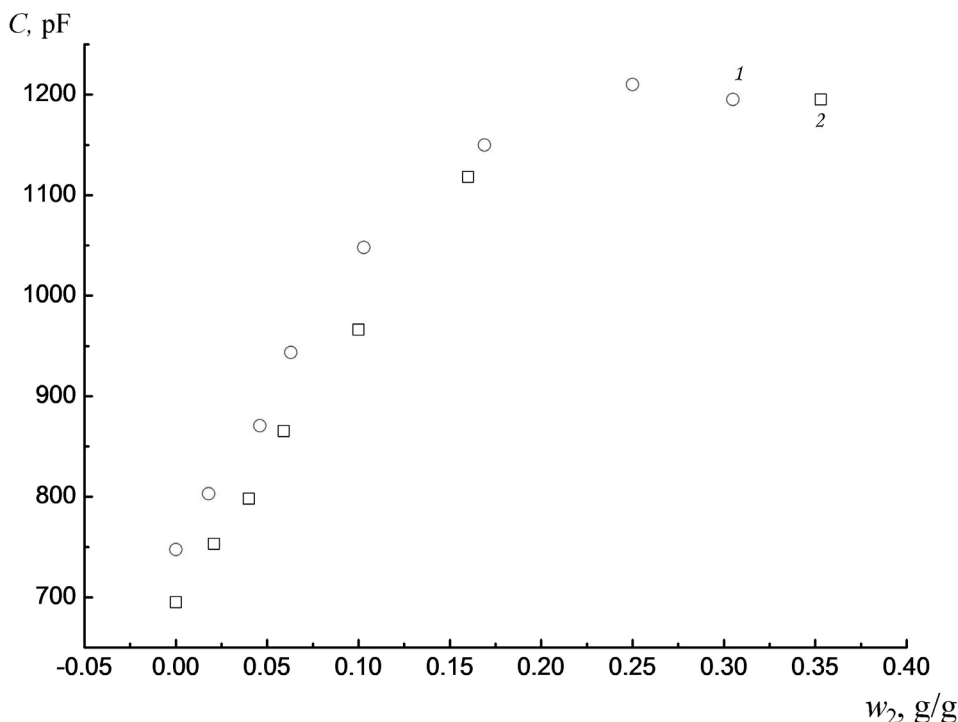


Рис. 3. Концентрационные зависимости электрической емкости ячейки, заполненной КС БЦ, измельченной на блендере при скоростях вращения ножей  $1,5 \cdot 10^4$  (1) и  $2,0 \cdot 10^4$  (2) об/мин

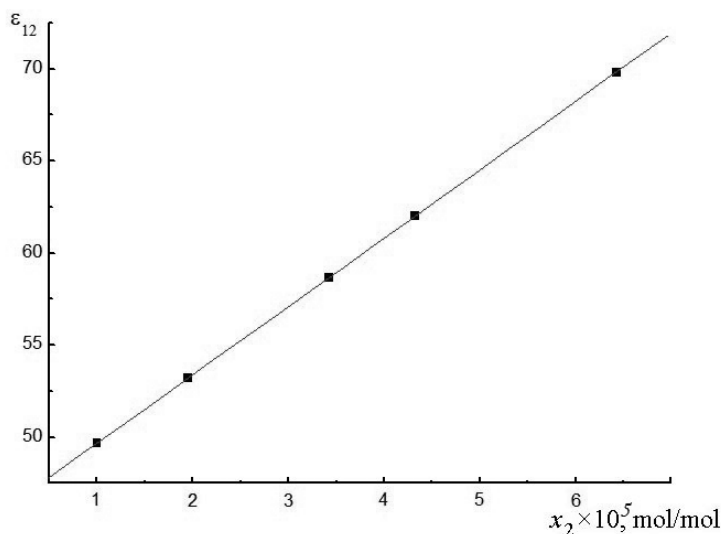


Рис. 4. Зависимость диэлектрической проницаемости коллоидной суспензии БЦ от молярной концентрации БЦ ( $T = 295 \text{ K}$ )

ях  $w_2$ , превышающих 0,17 г/г, кривые  $C(w_2)$  выходят на плато и зависимость становится единой для суспензий обоих образцов КС БЦ. Такой результат свидетельствует о едином характере морфологии в КС БЦ, несмотря на разную скорость дезинтеграции, и о единой тенденции к дальнейшей макроаглогации.

На рис. 4 представлена зависимость диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{12}$  КС БЦ от молярной концентрации БЦ  $x_2$  в области ее линейности. Линейный характер концентрационной зависимости  $\epsilon_{12}$  позволяет использовать статистическую теорию диэлектрической поляризации Бакингейма [18] для определения ориентационной диэлектрической поляризации  $S_{12}$  коллоидов БЦ в суспензии.

Необходимо принять во внимание, что БЦ представляет собой чистый по химической структуре продукт, макромолекулы которого состоят только из звеньев целлобиозы. Благодаря этому, с целью оценки дипольных моментов коллоида БЦ, мы использовали статистическую теорию поляризации Бакингейма для двухкомпонентной системы, включающей молекулы целлобиозы и воды. Ниже приводим в кратком изложении схему расчета ориентационной поляризации КС БЦ и дипольного момента единичного коллоида (использован опыт

наших прежних исследований дипольных моментов целлобиозы и воды диэлектрическим методом [22]).

*Схема расчета.* Согласно теории Бакингейма для системы из двух полярных компонентов, справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{(\epsilon_{12} - 1)(2\epsilon_{12} + 1)}{3\epsilon_{12}} \right] V_{12} - \\ & - \left[ \frac{(n_1^2 - 1)(2\epsilon_{12} + 1)}{(2\epsilon_{12} + n_1^2)} \right] V_1 x_1 - \\ & - \left[ \frac{(n_2^2 - 1)(2\epsilon_{12} + 1)}{(2\epsilon_{12} + n_2^2)} \right] V_2 x_2 = \\ & = \frac{4\pi N_A}{3kT} [(\mu_{1eff})^2 x_1 + (\mu_{2eff})^2 x_2], \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость;  $n$  — показатель преломления;  $V$  — молярный объем,  $V = M v_{sp}$  ( $v_{sp}$  — удельный объем;  $M$  — молекулярная масса);  $x$  — молярная доля,  $T$  — абсолютная температура,  $N_A$  — число Авогадро,  $k$  — постоянная Больцмана,  $\mu_{eff}$  — эффективный дипольный момент (индексы 1 и 2 относятся к растворителю и к растворенному веществу соответственно, индекс 12 — к исследуемой системе).

Дипольные моменты  $\mu_{1eff}$  и  $\mu_{2eff}$  определяли графическим путем, экстраполируя концентрационную зависимость суммар-

ной ориентационной поляризации  $S_{12}$  к бесконечному разбавлению:

$$S_{12} = (\mu_{1eff})^2 x_1 + (\mu_{2eff})^2 x_2; \quad (2)$$

$$S_{12} = (\mu_{1eff})^2 + [(\mu_{2eff})^2 - (\mu_{1eff})^2]x_2 = a + bx_2. \quad (3)$$

Используя параметры  $a$  и  $b$ , вычисляли дипольные моменты  $(\mu_{1eff})^2|_{x_2=0}$  и  $(\mu_{2eff})^2|_{x_2=0}$  из следующих выражений:

$$a = S_{12}|_{x_2=0} = (\mu_{1eff})^2|_{x_2=0};$$

$$b = \frac{\partial S_{12}}{\partial x_2}|_{x_2=0} = (\mu_{2eff})^2|_{x_2=0} - (\mu_{1eff})^2|_{x_2=0}; \quad (4)$$

$$(\mu_{2eff})^2|_{x_2=0} = (\mu_{1eff})^2|_{x_2=0} + b.$$

Дипольный момент молекулы воды в жидком состоянии рассчитывали по формуле Онзагера:

$$\frac{(\varepsilon - n^2)(2\varepsilon + n^2)}{\varepsilon(n^2 + 2)^2} = \frac{4\pi N_A}{3} \frac{\rho}{M} \frac{\mu^2}{3kT}, \quad (5)$$

где  $\varepsilon, n, \rho$  — диэлектрическая проницаемость, показатель преломления и плотность соответственно;  $\mu, M$  — дипольный момент и молекулярная масса воды.

Значения показателя преломления  $n$  определяли из молярной рефракции  $R_D$  по формуле

$$R_D = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{M}{\rho}. \quad (6)$$

Молярную рефракцию  $R_D$  для мономерного звена БЦ (целлобиозы) рассчитывали как аддитивную сумму молярных рефракций связей [19].

Плотность компонента 2 (целлобиозы) рассчитывали по формуле Сведберга [20]:

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{c_{12} - (\rho_{12} - \rho_1)}{\rho_1 c_{12}}, \quad (7)$$

где  $\rho_{12}$  — плотность раствора,  $\rho_1$  — плотность растворителя,  $c_{12}$  — объемная концентрация целлобиозы в растворе.

В табл. 1 и 2 приведены необходимые значения параметров КС БЦ для расчета ориентационной диэлектрической поляризации  $S_{12}$ .

На рис. 5 приведена концентрационная зависимость ориентационной диэлектрической поляризации  $S_{12}$ , полученная по представленной расчетной схеме.

Согласно уравнениям (2) и (3), экстраполяция величины  $S_{12}$  к  $x_2 = 0$  дает величину  $(\mu_{1eff})^2$ , т. е. значение для дипольного момента растворителя (воды). Полученный дипольный момент  $\mu_{1eff} \approx 3,1$  Д совпадает с дипольным моментом молекулы воды в своем континууме при его определении по теории Онзагера. Значение дипольного момента второго компонента раствора, КС БЦ, равно

Таблица 1

Характеристики компонентов водной суспензии дезинтегрированной НГП БЦ

| $x_2 \times 10^5$ ,<br>моль/моль | $\varepsilon_{12}$ | $v_{12}$ , см <sup>3</sup> /г | $V_{12} = v_{12}(M_1 x_1 + M_2 x_2) \times 10^5$ ,<br>см <sup>3</sup> /моль | $S_{12}$ , Д <sup>2</sup> |
|----------------------------------|--------------------|-------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| 0                                | 49,670             | 0,98261                       | —                                                                           | —                         |
| 0,945                            | 53,188             | 0,98253                       | 0,94753                                                                     | 9,74                      |
| 2,422                            | 58,664             | 0,98251                       | 2,42211                                                                     | 10,78                     |
| 3,318                            | 61,990             | 0,98248                       | 3,31777                                                                     | 11,41                     |
| 5,426                            | 69,820             | 0,98249                       | 5,42635                                                                     | 12,90                     |

Таблица 2

Характеристики воды и целлобиозы ( $T = 20$  °С)

| Вода            |                            |         |                  | Целлобиоза                 |          |
|-----------------|----------------------------|---------|------------------|----------------------------|----------|
| $\varepsilon_1$ | $v_1$ , см <sup>3</sup> /г | $n_1^2$ | $\mu_1$ , Д [10] | $v_2$ , см <sup>3</sup> /г | $n_2^2$  |
| 80,36           | 1,0018                     | 1,7778  | 3,10             | 0,537                      | 2,893178 |

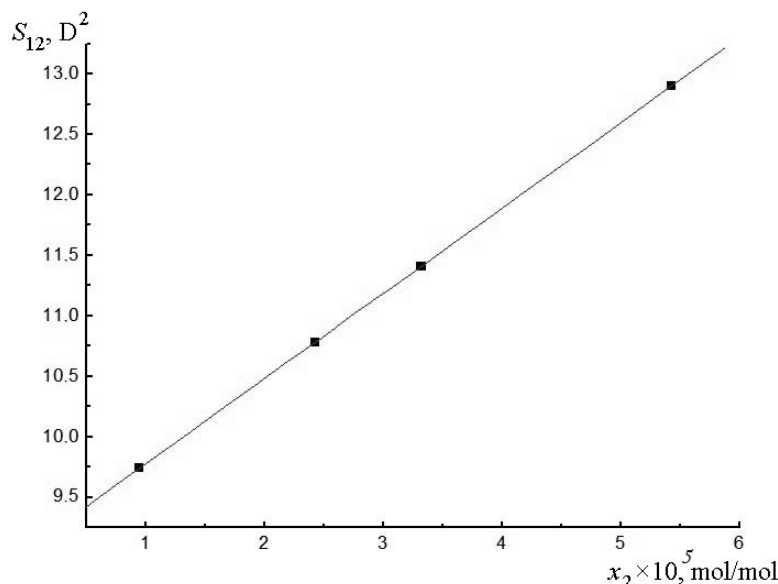


Рис. 5. Концентрационная зависимость ориентационной поляризации КС БЦ в водных растворах;  $T = 295 \text{ K}$

$$\begin{aligned}
 (\mu_{2eff})^2 &= b + (\mu_{1eff})^2 = \\
 &= 70550 + 9,07 \approx 70560(D^2); \\
 \mu_{2eff} &= 266 \text{ Д}.
 \end{aligned}$$

Если использовать значение дипольного момента молекулы ЦБ из работы [21], равное примерно 25 Д, то можно оценить число мономерных единиц целлобиозы в отдельном коллоиде:

$$K = (\mu_{2eff})^2 / 25^2 = 70559 / 625 \approx 113.$$

Таким образом, в коллоиде водной суспензии дезинтегрированной БЦ содержится 113 мономерных единиц целлобиозы. Зная молекулярную массу целлобиозы, равную 342, определяем молекулярную массу коллоида:

$$\begin{aligned}
 M &= M(\text{целлобиозы}) \cdot K = \\
 &= 342 \cdot 113 = 38646 \approx 3,9 \cdot 10^4.
 \end{aligned}$$

Далее мы использовали приведенные в работе [9] геометрические размеры мономерной единицы, а также микрофибрилл, и оценили размеры коллоида. Мономерная единица целлобиоза в глюкановой цепи имеет длину 1 нм, ширину 0,4 – 0,5 нм; глюкановые цепи разделены в среднем на 0,66 нм. Указанные цепи образуют микрофибриллы шириной 3,5 нм. В одной микро-

фибрилле в отдельный ряд укладывается  $3,5/0,5 = 7$  (мономерных единиц).

Толщина микрофибриллы составляет 6 – 7 нм. При выборе толщины микрофибриллы в 6,5 нм и длине мономерного звена 1,0 нм получаем объем одной микрофибриллы при длине 1 нм:

$$V = 3,5 \cdot 6,5 \cdot 1,0 = 22,75 \text{ (нм}^3\text{)}.$$

Дипольный момент одной микрофибриллы длиной в одно мономерное звено получается равным

$$25^2 \cdot 7 = 4375 (D^2).$$

Таким образом, число микрофибрилл в коллоиде длиной 1,0 нм будет составлять

$$N = 70559/4375 = 16,$$

а объем одного коллоида, состоящего из 16 микрофибрилл длиной в 1 нм, получается следующим:

$$\begin{aligned}
 V(\text{коллоида}) &= v \cdot N = \\
 &= 22,75 \text{ нм}^3 \cdot 16 = 364 \text{ нм}^3.
 \end{aligned}$$

Итак, приведем *основные характеристики коллоида БЦ в водной суспензии*:

|                               |                  |
|-------------------------------|------------------|
| дипольный момент, Д .....     | 266              |
| число мономерных единиц ..... | 113              |
| молекулярная масса.....       | $3,9 \cdot 10^4$ |
| объем, нм <sup>3</sup> .....  | 364              |

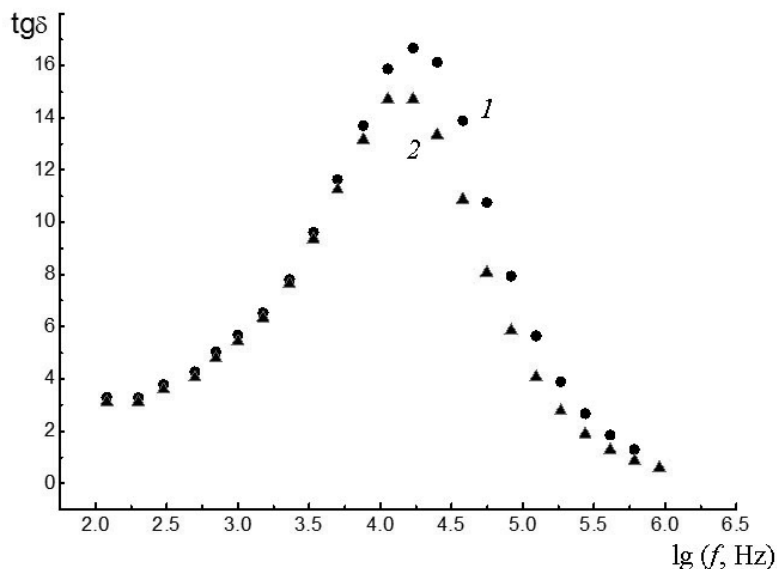


Рис. 6. Частотная зависимость тангенса угла диэлектрических потерь водных суспензий коллоидов НГП БЦ при массовых концентрациях  $w_2 = 0,120$  г/г (1) и  $0,169$  г/г (2)

**Релаксация дипольной поляризации водных суспензий дезинтегрированной бактериальной целлюлозы.** На рис. 6 представлены частотные зависимости тангенса угла диэлектрических потерь ( $\text{tg}\delta$ ) водных суспензий КС БЦ при концентрациях  $w_2$  (г/г), равных  $0,120$  и  $0,169$ .

Используя полученное выше значение объема коллоида водной суспензии БЦ, равное  $364 \text{ нм}^3$ , мы рассчитали диаметр  $D^*$  цилиндра высотой  $L^* = 1,0 \text{ нм}$ :

$$V = L^*(\pi D^{*2}/4);$$

$$\pi D^{*2}/4 = V/L^* = 364 \text{ нм}^3/1,0 \text{ нм} = 364 \text{ нм}^2;$$

$$D^* = [(364 \cdot 4)/\pi]^{1/2} = 21,5 \text{ (нм)}.$$

Далее, принимая коллоид БЦ за цилиндр диаметром  $21,5 \text{ нм}$  и высотой  $1,0 \text{ нм}$ , мы рассчитали по формуле Брёрса [22] время  $\tau^*$  его вращения в воде:

$$\tau^* = \frac{\pi\eta L^{*3}}{6kT \left( \ln \frac{L^*}{b^*} - \gamma \right)},$$

где радиус  $b^* = D^*/2 = 0,5 \text{ нм}$ ,  $\gamma = 0,9$  и для воды  $\eta = 0,001004 \text{ Па}\cdot\text{с}$ .

Расчет времени релаксации  $\tau^*$  дает следующее значение:

$$\tau^* = [3,14 \cdot 0,001004 \cdot (21,5 \cdot 10^{-8})^3]/[6 \cdot 1,38 \times$$

$$\times 10^{-16} \cdot 293 \cdot 2,86] = 4,66 \cdot 10^{-5} \text{ (с)}.$$

Экспериментальное время релаксации определено из частотной зависимости  $\text{tg}\delta(f)$ :

$$\tau = 1/(2\pi f (\text{при } (\text{tg}\delta)_{\text{max}})) =$$

$$= 1/(2 \cdot 3,14 \cdot 10^4) \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ (с)}.$$

Таким образом, время переориентации коллоида дезинтегрированной БЦ в водной суспензии имеет одинаковый порядок величины с расчетным временем вращения геометрического тела; размеры тела оценены из значения объема коллоида, которое найдено методом статической диэлектрической поляризации.

На рис. 7 представлены для сравнения рентгеновские дифрактограммы высушенных пленок БЦ в нативном и дезинтегрированном состояниях. Для обоих обнаружено три основных пика при значениях углов отражения  $2\theta$ , равных примерно  $15,0$ ,  $16,6$  и  $22,4^\circ$ .

Полуширины трех рефлексов в окрестностях указанных значений углов отражения позволяют отслеживать средний размер упорядоченных областей БЦ. При переходе к дезинтегрированной пленке БЦ интенсивность первого рефлекса возрастает, а его полуширина уменьшается, что ука-

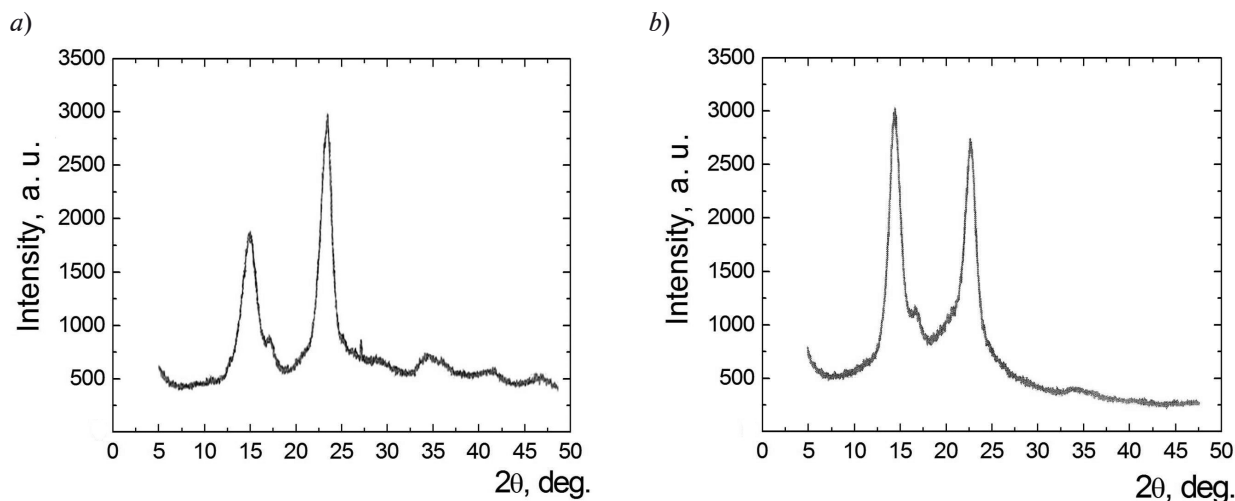


Рис. 7. Рентгеновские дифрактограммы нативной (a) и дезинтегрированной (b) высушенных наногель-пленок БЦ

зывает на бóльшую ориентационную упорядоченность кристаллических областей второй пленки. Именно этот результат и свидетельствует о сохранении постоянной стехиометрии коллоидов БЦ в водной суспензии дезинтегрированной БЦ (рис. 8).

Постоянство стехиометрии коллоидов указывает на ориентационное упорядочение микрофибрил БЦ в коллоиде, идентичное надмолекулярной структуре высушенной гель-пленки БЦ, что находится в согласии с данными рентгеновских дифрактограмм.

### Заключение

Проведенное исследование диэлектрических свойств дезинтегрированных наногель-пленок бактериальной целлюлозы *Gluconacetobacter xylinus* показало, что в концентрационной области разбавленных водных суспензий коллоидов БЦ стехиометрия коллоидов остается постоянной. Это свидетельствует о том, что надмолекулярная структура коллоидов (межмолекулярное ориентационное упорядочение фрагментов глюкановых цепей в коллоиде) не изменяется.

Методом статической диэлектрической поляризации оценен дипольный момент коллоида БЦ, его объем и число целлоби-



Рис. 8. Схематичное представление модели геля водной суспензии коллоидов дезинтегрированной БЦ:  
1 – коллоид, 2 – фрагменты неупорядоченных цепей БЦ, 3 – молекулы воды

озных единиц в коллоиде.

Методом динамической дипольной поляризации оценено время релаксации коллоида БЦ, которое составляет приблизительно  $10^{-5}$  с и совпадает с экспериментальным значением.

Анализ рентгеновских дифрактограмм позволяет сделать заключение, что межмолекулярная упаковка фрагментов глюкановых цепей в коллоиде имеет высокую степень ориентационного упорядочения, характерного для кристаллитов в надмолекулярной структуре высушенных гель-пленок БЦ.



# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хрипунов А.К., Ткаченко А.А., Баклагина Ю.Г. и др. Бактериальная целлюлоза — перспективный материал для использования в медицинской практике // Матер. II Междунар. конф. «Современные подходы к разработке эффективных перевязочных средств, шовных материалов и полимерных имплантантов»: под ред. В.Д. Федорова, А.А. Адамяна. М.: Ин-т хирургии, 1995. С. 71.
2. Парамонов Б.А., Копейкин В.В., Ткаченко А.А. и др. Перспективы применения раневых покрытий, полученных на основе целлюлозы, продуцируемой *Acetobacter xylinum* // Сб. трудов I Междунар. науч.-практич. конф. «Современные полимерные материалы в медицине и медицинской технике». СПб: Ин-т высокомолек. соед. РАН, 2005. С. 203.
3. Хрипунов А.К., Синяев В.А., Баклагина Ю.Г. и др. Композиты на основе целлюлозы и аморфных фосфатов кальция — перспективные биоматериалы для медицины // Всерос. совещание «Биокерамика в медицине», 20 — 21 ноября 2006 г., Сб. тезисов докладов. М.: Институт физико-химических проблем керамических материалов РАН, 2006. С. 55.
4. Buyanov A.L., Gofman I.V., Revel'skaya L.G., et al. Anisotropic swelling and mechanical behavior of composite bacterial cellulose — poly(acrylamide or acrylamide—sodium acrylate) hydrogels // Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials. 2010. Vol. 3. No. 1. Pp. 102–111.
5. Zhang H.J., Yan X.J., Jiang Y., Cong J. Development and characteristic of bacterial cellulose for antimicrobial wound dressing // Adv. Mater. Res. 2010. Vol. 978. Pp. 152–153.
6. Буянов А.Л., Божкова С.А., Сапрыкина Н.Н. и др. Эффект остеоинтеграции гидрогелей на основе полиакриламида и целлюлозы, наблюдаемый в ходе экспериментов *in vivo* // Applied and Fundamental Studies: Proc. of the 7th Intern. Acad. Conference, November 29 — 30, 2014, Louis., USA. Publishing House Science and Innovation Center, Ltd., 2014.
7. Резник А.С., Журавлева Н.М., Безрукова М.А., и др. // Органо-минеральные композиты на основе целлюлозы *Gluconacetobacter xylinum* для энергетики // Федоровская сессия. Матер. конф. СПб.: Росс.минерал.общество, 2016. С. 159 — 160.
8. Brown R.M., JR. The biosynthesis of cellulose // Pure Appl. Chem. A. 1996. Vol. 33. No. 10. Pp. 1345–1373.
9. Kondo T., Nojiri M., Hishikawa Yu., et al. Biodirected epitaxial nanodeposition of polymers on oriented macromolecular templates // PNAS. October 29, 2002. Vol. 99. No. 22. Pp. 14008–14013.
10. Gama M., Gatenholm P., Klemm D. Bacterial nanocellulose — a sophisticated multifunctional material. London, New York: CRC Press, 2013. 304 p.
11. Бабушкина Т.А., Климова Т.П., Штыкова Э.В. и др. Исследование геле-пленок целлюлозы *Acetobacter xylinum* и ее модифицированных образцов методами ЯМР 1H, криопорометрии и малоуглового рентгеновского рассеяния // Кристаллография. 2010. Т. 55. № 2. С. 344–349.
12. Kose R., Mitani I., Kasai W., Kondo T. “Nanocellulose” as a single nanofiber prepared from pellicle secreted by *Gluconacetobacter xylinus* using aqueous counter collision // Biomacromolecules. 2011. Vol. 12. No. 3. Pp. 716 — 720.
13. Kuijk A., Koppert R., Versluis P., et al. Dispersions of attractive semiflexible fiberlike colloidal particles from bacterial cellulose microfibrils // Langmuir: the ACS Journal of Surfaces and Colloids. 2013. Vol. 29. No. 46. Pp. 14356–14360.
14. Mourran A., Wu Y., Gumerov R.A., et al. When colloidal particles become polymer coils // Langmuir: the ACS Journal of Surfaces and Colloids. 2016. Vol. 32. No. 3. Pp. 723–730.
15. Böttcher C.J.F. Theory of electric polarization. Vol. 1. Elsevier, 1973. 396 p.
16. Степанова Т.П., Артамонова А.С., Капралова В.М. Дипольный момент и ассоциация метилцеллюлозы в гелеобразующих полярных растворителях с водородной связью // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2009. № 4 (88). С. 143–150.
17. Болотникова Л.С., Самсонова Т.И. Зависимость между молекулярным весом и характеристической вязкостью целлюлозы в растворах кадмийэтилендиаминового комплекса // Высокомолекулярные соединения. 1964. Т. 6. № 3. С. 533–537.
18. Buckingham A.D. A theory of the dielectric polarization of polar substances // Proc. Roy. Soc. A. Mathem. A. Phys. Sci. 1956. Vol. A38. No. 1213. Pp. 235–244.
19. Vol'kenstein M.V. Configurational statistics of polymer chains. New York: Interscience, 1966.
20. Svedberg T., Pedersen R.O. The ultracentrifuge. Pt. 1. Sec. 3. Oxford, 1940. P. 62.
21. Степанова Т.П., Артамонова А.С., Капралова В.М. Дипольный момент и структура целлобиозы в полярных растворителях с водород-



ной связью // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2009. № 1(73). С. 33–40.

22. **Broersma S.** Rotational diffusion constant of a cylindrical particle // J. Chem. Phys. 1960. Vol. 32. No. 6. Pp. 1626–1635.

*Статья поступила в редакцию 22.03.17, принята к публикации 04.04.2017.*

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**ХРИПУНОВ Альберт Константинович** — кандидат химических наук, старший научный сотрудник Института высокомолекулярных соединений РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

199004, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Большой пр. В.О., 31  
xelmie@mail.macro.ru

**СТЕПАНОВА Тамара Павловна** — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института высокомолекулярных соединений РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

199004, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Большой пр. В.О., 31  
t\_stepanova2005@mail.ru

**ТКАЧЕНКО Альбина Александровна** — кандидат биологических наук, старший преподаватель Санкт-Петербургского государственного университета, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

199034, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9  
albina.tkachenko@mail.ru

**РОМАНОВ Дмитрий Павлович** — кандидат геолого-минералогических наук, научный сотрудник Института химии силикатов им. И.В. Гребенщикова РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

199034, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, наб. Макарова, 2  
ichsran@isc.nw.ru

**АСТАПЕНКО Элла Павловна** — кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Института высокомолекулярных соединений РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

199004, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Большой пр. В.О., 31  
imc@hq.macro.ru

**КАПРАЛОВА Виктория Маратовна** — кандидат физико-математических наук, доцент Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
kapralova2006@yandex.ru

#### REFERENCES

[1] **A.K. Khripunov, A.A. Tkachenko, Yu.G. Baklagina, et al.**, Bakterialnaya tsellyuloza — perspektivniy material dlya ispolzovaniya v meditsinskoй praktike [The bacterial cellulose is promising material for clinical application], Mat. II Mezhdunar. conf. «Sovremennyye podkhody k razrabotke effektivnykh perevyezochnykh sredstv, shovnykh materialov i polimernykh implantantov» [Modern approaches to the development of effective surgical dressings, suture materials and polymeric implants], Moscow, Nov. 21–22, 1995, P. 71.

[2] **B.A. Paramonov, V.V. Kopeykin, A.A. Tkachenko, et al.**, Perspektivy primeneniya ranevykh pokrytiy, poluchennykh na osnove tsellyulozy, produtsyruemoй Acetobacter xylinum [Prospects for application of wound dressings based on cellulose produced by Acetobacter xylinum], Sb. tr. I Mezhdunar. nauch.-praktich. conf. «Sovremennyye

polimernyye materialy v meditsine i meditsinskoй tekhnike» [Modern polymeric materials for medicine and medical engineering], St. Petersburg, 2005. P. 203.

[3] **A.K. Khripunov, V.A. Sinyayev, Yu.G. Baklagina et al.**, Kompozity na osnove tsellyulozy i amorfnykh fosfatov kaltsiya — perspektivnyye biomaterialy dlya meditsiny [Cellulose- and amorphous calcium phosphate based composites as perspective biomaterials for medicine], Vseross. soveshchaniye «Biokeramika v meditsine» [Bioceramics for medicine], Nov. 20–21, 2006, Moscow.

[4] **A.L. Buyanov, I.V. Gofman, L.G. Revel'skaya, et al.**, Anisotropic swelling and mechanical behavior of composite bacterial cellulose–poly(acrylamide or acrylamide — sodium acrylate) hydrogels, Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials.

3 (1) (2010) 102–111.

[5] **H.J. Zhang, X.J. Yan, Y. Jang, J. Cong**, Development and characteristic of bacterial cellulose for antimicrobial wound dressing, *Adv. Mater. Res.* 978 (2010) 152–153.

[6] **A.L. Buyanov, S.A. Bozhkova, N.N. Saprykina, et al.**, Effekt osteointegratsii gidrogeley na osnove poliakrilamida i tsellyulozy, nablyudayemyy v khode eksperimentov in vivo [An in vivo effect of the osteointegration of hydrogels based on polyacrylamide and cellulose], *Applied and Fundamental Studies: Proc. of the 7th Intern. Acad. Conference*, November 29–30, 2014, Louis, USA, Publishing House Science and Innovation Center, Ltd., 2014.

[7] **A.S. Reznik, N.M. Zhuravleva, M.A. Bezrukova et al.**, Organo-mineralnyye kompozity na osnove tsellyulozy *Gluconacetobacter xylinum* dlya energetiki [Organic-mineral composites on the base of cellulose *Gluconacetobacter xylinum* for power engineering], *Fedorovskaya sessiya. Materialy konferentsii*, St. Petersburg (2016) 159–160.

[8] **R.M. Brown, JR.**, The biosynthesis of cellulose, *Pure Appl. Chem. A*, 33 (10) (1996) 134–1373.

[9] **T. Kondo, M. Nojiri, Yu. Hishikawa, et al.**, Biodirected epitaxial nanodeposition of polymers on oriented macromolecular templates, *PNAS*, 99 (22) (2002) 14008–14013.

[10] **M. Gama, P. Gatenholm, D. Klemm**, *Bacterial nanocellulose – a sophisticated multifunctional material*, CRC Press, London, New-York (2013).

[11] **T.A. Babushkina, T.P. Klimova, E.V. Shtykova, et al.**, Issledovaniye gel-plenok tsellyulozy *Acetobacter xylinum* i yeye modifitsirovannykh obraztsov metodami YaMR 1H, krioporometrii i malouglovogo rentgenovskogo rasseyaniya [A study of gel films of *Acetobacter xylinum* cellulose and its modofocations by NMR <sup>1</sup>H, cryoporometry and small-angle X-ray scattering], *Kristallografiya*. 55 (2) (2010) 344–349.

[12] **R. Kose, I. Mitani, W. Kasai, T. Kondo**, “Nanocellulose” as a single nanofiber prepared from

pellicle secreted by *Gluconacetobacter xylinus* using aqueous counter collision, *Biomacromolecules*. 12 (3) (2011) 716–720.

[13] **A. Kuijk, R. Koppert, P. Versluis, et al.**, Dispersions of attractive semiflexible fiberlike colloidal particles from bacterial cellulose microfibrils, *Langmuir: the ACS Journal of Surfaces and Colloids*. 29 (46) (2013) 14356–14360.

[14] **A. Mourran, Y. Wu, R.A. Gumerov, et al.**, When colloidal particles become polymer coils, *Langmuir: the ACS Journal of Surfaces and Colloids*. 32 (3) (2016) 723–730.

[15] **C.J.F. Böttcher**, *Theory of electric polarization*, 1, Elsevier (1973).

[16] **T.P. Stepanova, A.S. Artamonova, V.M. Kapralova**, Dipole moment and association of methylcellulose in gel-forming polar solvents with hydrogen bond, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics*. No. 4(88) (2009) 143–150.

[17] **L.S. Bolotnikova, T.I. Samsonova**, Zavisimost mezhdu molekulyarnym vesom i kharakteristicheskoy vyazkostyu tsellyulozy v rastvorakh kadmietilendiaminovogo kompleksa [A correlation between a molecular weight and the viscosity of cellulose in the solutions of cadmium ethylene diamine complex], *Vysokomolek.soyed*. 6 (3) (1964) 533–537.

[18] **A.D. Buckingham**, A theory of the dielectric polarization of polar substances, *Proc. Roy. Soc. A., Mathem. A. Phys. Sci.* A38 (1213) (1956) 235–244.

[19] **M.V. Vol'kenstein**, *Configurational statistics of polymer chains*, Interscience, New York (1966).

[20] **T. Svedberg, R.O. Pedersen**, *The ultracentrifuge*, Oxford, 1940, Pt.1, Sec. 3, P. 62.

[21] **T.P. Stepanova, A.S. Artamonova, V.M. Kapralova**, Dipole moment and structure of cellobiose in polar solvents with hydrogen bond, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics*. No. 1(73) (2009) 33–40.

[22] **S. Broersma**, Rotational diffusion constant of a cylindrical particle, *J. Chem. Phys.* 32 (6) (1960) 1626–1635.

*Received 22.03.2017, accepted 04.04.2017.*

## THE AUTHORS

**KHRIPUNOV Albert K.**

*Institute of Macromolecular Compounds RAS*

31 Bolshoy Ave. V.O., St. Petersburg, 199004, Russian Federation  
xelmie@mail.macro.ru

**STEPANOVA Tamara P.**

*Institute of Macromolecular Compounds RAS*

31 Bolshoy Ave. V.O., St. Petersburg, 199004, Russian Federation  
t\_stepanova2005@mail.ru



**TKACHENKO Albina A.**

*St. Petersburg State University*

7–9, Universitetskaya Emb., St. Petersburg, 199034, Russian Federation

albina.tkachenko@mail.ru

**ROMANOV Dmitriy P.**

*I.V. Grebenshchikov Institute of Silicate Chemistry*

2 Makarova Emb., St. Petersburg, 199034, Russian Federation

ichsran@isc.nw.ru

**ASTAPENKO Ella P.**

*Institute of Macromolecular Compounds RAS*

31 Bolshoy Ave. V.O., St. Petersburg, 199004, Russian Federation

imc@hq.macro.ru

**KAPRALOVA Victoria M.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

kapralova2006@yandex.ru

DOI: 10.18721/JPM.10206

УДК 004.032.26

## **ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ КЛАСТЕРИЗАЦИИ К ФОРМИРОВАНИЮ ПРЕДСТАВИТЕЛЬСКОЙ ВЫБОРКИ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ МНОГОСЛОЙНОГО ПЕРСЕПТРОНА**

**А.А. Пастухов, А.А. Прокофьев**

Национальный исследовательский университет «МИЭТ», Москва, Российская Федерация

Рассмотрен вопрос эффективного формирования представительской выборки для обучения нейронной сети многослойный персептрон. Предложен подход, основанный на применении кластеризации, позволяющий увеличить энтропию обучающего множества. Рассмотрены различные алгоритмы кластеризации для формирования представительской выборки. На базе алгоритмов проведена кластеризация факторных пространств различной размерности и сформированы представительские выборки. Синтезирована и обучена нейронная сеть многослойный персептрон на множествах, сформированных с использованием и без использования кластеризации. Проведен сравнительный анализ эффективности алгоритмов кластеризации применительно к задаче формирования представительской выборки.

**Ключевые слова:** нейронная сеть; алгоритм кластеризации; представительская выборка; многослойный персептрон

**Ссылка при цитировании:** Пастухов А.А., Прокофьев А.А. Применение алгоритмов кластеризации к формированию представительской выборки для обучения многослойного персептрона // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. Т. 10. № 2. С. 58–68. DOI: 10.18721/JPM.10206

## **CLUSTERING ALGORITHMS APPLICATION TO THE REPRESENTATIVE SAMPLE FORMATION IN THE TRAINING OF THE MULTILAYER PERCEPTRON**

**A.A. Pastukhov, A.A. Prokofiev**

National Research University of Electronic Technology, Moscow, Russian Federation

In this paper, we have considered the problem of effective forming the representative sample for training the neural network of the multilayer perceptron (MLP) type. An approach based on the use of clustering that allowed to increase the entropy of the training set was put forward. Various clustering algorithms were examined in order to form the representative sample. The algorithm-based clustering of factor spaces of various dimensions was carried out, and a representative sample was formed. To verify our approach we synthesized the MLP neural network and trained it. The training technique was performed with the sets formed both with and without clustering. A comparative analysis of the effectiveness of clustering algorithms was carried out in relation to the problem of representative sample formation.





**Key words:** neural network; clustering algorithm; representative sample; multilayer perceptron

**Citation:** A.A. Pastukhov, A.A. Prokofiev. Clustering algorithms application to the representative sample formation in the training of the multilayer perceptron, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 10(2) (2017) 58–68. DOI: 10.18721/JPM.10206

### Введение

Для обучения нейронной сети типа «многослойный персептрон» (MLP) необходим этап предобработки данных еще до применения алгоритма обратного распространения ошибки. В большинстве опубликованных работ по применению нейронных сетей методика предобработки сводится к нормализации, масштабированию, а также начальной инициализации весов.

Данные действия, несомненно, необходимы, но их нельзя считать достаточными. При небольшой размерности факторного пространства следует учитывать специфику распределения исходных данных для эффективного обучения нейронной сети. При большом же количестве факторов эта задача существенно усложняется. В таком случае целесообразно применять кластеризацию для формирования обучающего множества из примеров признаков, наиболее уникальных по совокупности.

Существует большое количество алгоритмов кластеризации, но все их можно условно разделить на две группы: четкие и нечеткие. В свою очередь среди четких методов можно выделить две подгруппы: иерархические и неиерархические методы [1].

Отдельным классом следует также выделить алгоритмы кластеризации на основе нейронных сетей, которые нашли широкое применение в различных областях.

Так например, в работе [2] исследуется вопрос кластеризации данных на основе марковского алгоритма, а также самоорганизующихся растущих нейронных сетей. В работе [3] проводится сравнение алгоритмов кластеризации  $k$ -средних ( $k$ -means) и по плотности (DBSCAN – Density-Based Clustering of Applications with Noise) на случайной выборке, а также приводятся оценки эффективности этих алгоритмов на основании индекса Дэвис – Боулдина. Работа [4] посвящена исследованию кластеризации текстовых документов для создания авто-

матических рубрикаторов с использованием метрики Евклида – Махаланобиса, а в работе [5] изучены различные алгоритмы нейросетевой ассоциативной памяти для создания памяти антропоморфного робота.

В данной работе исследованы три метода четкой и один метод нечеткой кластеризации в задаче формирования представительской выборки для обучения нейронной сети и проанализированы эффективности этих алгоритмов с точек зрения прироста энтропии обучающего множества и повышения качества обучения нейронной сети типа MLP. Кроме того, проведен анализ изменений энтропии обучающего множества и среднеквадратичной ошибки обучения при использовании указанных алгоритмов.

Класс алгоритмов четкой кластеризации представлен в данной работе наиболее распространенным и простым в реализации алгоритмом  $k$ -means [3], самоорганизующимися картами Кохонена [6] (карты рассмотрены ранее в работе [7]), а также алгоритмом кластеризации, основанном на построении иерархического дерева кластеров [8].

Среди класса нечетких методов следует выделить алгоритм нечетких  $c$ -средних ( $c$ -means) [1] – базовый для большого количества других алгоритмов данного класса, который имеет множество программных реализаций (например, FCM-алгоритм (Fuzzy C-Means), реализованный в пакете MatLab).

### Постановка задачи

Как известно, обучение нейронной сети производится на трех подмножествах факторного пространства: обучающем, проверочном и тестовом. Вместе они формируют представительскую выборку для обучения нейронной сети. Обучающее множество используется для настройки свободных параметров сети, проверочное – для контроля эффективности переобучения, тестовое – для независимого тестирования уже



обученной нейронной сети. Одним из элементов качественного обучения является формирование обучающего множества из элементов факторного пространства, наиболее уникальных по совокупности признаков. Как было показано в работе [7], это достижимо применением кластеризации факторного пространства и выбора для обучающего множества представителей из каждого кластера.

Для достижения этой цели необходимо выбрать наиболее подходящий алгоритм кластеризации, удовлетворяющий определенным критериям.

**Постановка задачи.** Пусть

$$X = \{X^1, \dots, X^M, Y^1, \dots, Y^M\}$$

— факторное пространство,

где  $X^i = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ ,  $Y^i = \{y(X^i)\}$ ;  $M$  — количество векторов в факторном пространстве.

Требуется выделить среди рассматриваемых тот алгоритм кластеризации, который позволяет найти разбиение факторного пространства на три множества ( $T$  — обучающее,  $V$  — проверочное и  $E$  — тестовое) и для которого выполняются условия:

$$H_0(T) < H(T) \leq H_{\max}(T), \quad (1)$$

$$S_T \text{ принимает минимальное значение.} \quad (2)$$

Здесь  $H(T)$  — энтропия обучающего множества с использованием кластеризации;  $H_0(T)$  — энтропия обучающего множества для случайного разбиения факторного пространства на представительскую выборку;  $H_{\max}(T) = \log_2 N_t$  — максимальная энтропия этого множества ( $N_t$  — размер обучающего множества, составляющего 80 % от факторного пространства),  $S_T$  — среднеквадратичная ошибка обучающего множества.

### Исследование алгоритмов кластеризации

Как было отмечено выше, исследование проведено на четырех алгоритмах кластеризации:  $k$ -means,  $c$ -means, самоорганизующиеся карты Кохонена и иерархический метод. Во всех экспериментах количество кластеров было выбрано равным 80 % от объема факторного пространства.

На первом этапе исследования оценивался прирост энтропии обучающего множества, которое состоит из данных, сформированных с применением алгоритмов, указанных выше. Расчет энтропии производился по формуле Шеннона [9]:

$$H(x) = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i, \quad (3)$$

где  $p_i$  — вероятность выбора элемента из кластера.

На втором этапе нейронная сеть типа многослойный персептрон с архитектурой 4-4-1 была обучена на данных, сформированных с применением алгоритмов кластеризации.

Факторное пространство включает четыре входных параметра, сформированных случайным образом, и один выходной параметр — отклик.

Связь между входными и выходными параметрами задается нелинейной функцией

$$y = e^{x_1} + e^{x_2} + 2e^{x_3} - 3e^{x_4},$$

где  $x_1, x_2, x_3, x_4$  — соответствующие входные параметры,  $y$  — выходной параметр.

В вектор выходных сигналов внесен шум, который описан случайной величиной, распределенной по нормальному закону с дисперсией 0,02. Обучение нейронной сети производилось для функций Neural Network Toolbox (далее NNtoolbox) пакета MatLab. Параметры обучения приведены в табл. 1.

На рис. 1 приведены результаты обучения нейронной сети на данных, сформированных случайным образом (без применения кластеризации), с целью оценки эффективности (разница между среднеквадратичной ошибкой обучающего/проверочного и тестового множеств) алгоритмов.

Здесь и далее приведены результаты обучения нейронной сети на факторном пространстве, включающем 200 обучающих векторов, что не нарушает общности, так как далее будет показано, что прирост энтропии обучающего множества не зависит от количества составляющих его элементов.

Процедура обучения производилась десять раз для каждого случая. Начальная инициализация весов производилась для

Таблица 1

Параметры обучения нейронной сети

| Название параметра                           | Авторы параметра или его назначение | Наименование параметра в MatLab |
|----------------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|
| Алгоритм оптимизации                         | Левенберга – Марквардта             | TRAINLM                         |
| Функция адаптации                            | Градиентный спуск                   | LEARNGD                         |
| Критерий оптимизации                         | Среднеквадратичная ошибка           | MSE                             |
| Начальная инициализация свободных параметров | Нгуен – Видроу                      | INITNW                          |

функций NNtoolbox по алгоритму Нгуена – Видроу [10] при каждой процедуре обучения. В качестве результата приводится наиболее удачная попытка обучения с точки зрения минимума среднеквадратичной ошибки обучения.

Среднеквадратичная ошибка обучения вычисляется по следующей формуле:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2, \tag{4}$$

где  $x_i, y_i$  – фактический и ожидаемый результаты обучения на обучающем векторе  $i$ , соответственно.

В табл. 2 и 3 приведены результаты расчетов энтропии с применением алгоритма SOM (Вариант 1,  $H(T) = 0$ ), а также времени обучения нейронной сети  $T_1$  для случая обучения на данных, сформированных без использования кластеризации ( $T_2 = 0$ ).

Среднеквадратичная ошибка обучения для данного случая составляет 0,31462.

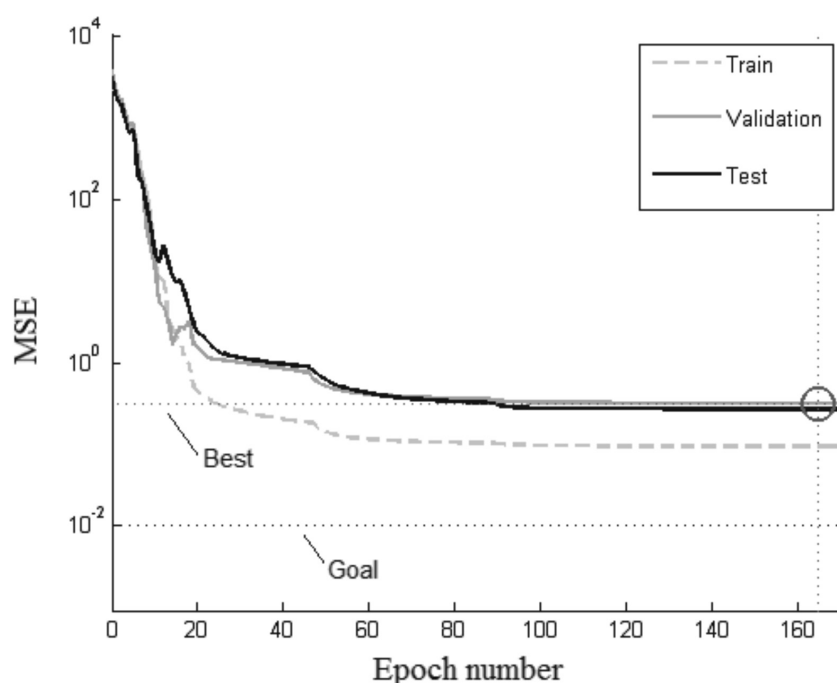


Рис. 1. Результаты обучения нейронной сети типа MLP на данных, сформированных без использования кластеризации:

MSE – среднеквадратичная ошибка обучения; Epoch number – текущая эпоха; представлено поведение ошибок для обучающего (Train), проверочного (Validation) и тестового (Test) множеств; Goal, Best – целевое и наилучшее значения ошибки, последнее достигнуто для проверочного множества

Таблица 2

Результаты расчета энтропии для факторных пространств различной размерности при двух вариантах применения алгоритма SOM

| N    | Энтропия, бит  |          |           |
|------|----------------|----------|-----------|
|      | Варианты 1 и 2 |          | Вариант 2 |
|      | $H_{\max}(T)$  | $H_0(T)$ | $H(T)$    |
| 100  | 6,32           | 6,05     | 6,19      |
| 200  | 7,32           | 7,02     | 7,15      |
| 300  | 7,91           | 7,67     | 7,79      |
| 400  | 8,32           | 8,07     | 8,17      |
| 500  | 8,64           | 8,38     | 8,50      |
| 600  | 8,91           | 8,66     | 8,77      |
| 700  | 9,13           | 8,86     | 8,97      |
| 800  | 9,32           | 9,05     | 9,17      |
| 900  | 9,49           | 9,16     | 9,31      |
| 1000 | 9,64           | 9,29     | 9,45      |

Обозначения:  $N$  – количество элементов факторного пространства;  $H_{\max}(T)$  – максимальная величина энтропии обучающего множества;  $H(T)$ ,  $H_0(T)$  – величины энтропии этого множества с использованием кластеризации (Вариант 2) и для случайного разбиения факторного пространства на представительскую выборку (Вариант 1, когда  $H(T) = 0$ ), соответственно.

**Самоорганизующиеся карты Кохонена (SOM).** Указанные карты [6, 11] представляют класс нейронных сетей с обучением без учителя. Данный класс относится к алгоритмам неиерархической кластеризации.

Самоорганизующиеся карты просты в реализации и позволяют гарантированно распределять данные по заданному числу кластеров после прохождения по слоям карты. Кроме того, алгоритм способен самостоятельно определять центры кластеров благодаря самоорганизации.

Алгоритм обучения SOM сводится к минимизации разности между входами нейронов соответствующего слоя и весовыми коэффициентами выходов этого нейрона:

$$\omega_i(t) = \omega_i(t-1) + \alpha[y_i^{n-1}(t) - \omega_i(t-1)], \quad (5)$$

где  $y_i^{n-1}$  – выход нейрона предыдущего слоя, соответствующий входу нейрона текущего слоя;  $\omega_i$  – весовой коэффициент

нейрона  $i$ ;  $t$  – номер эпохи обучения;  $\alpha$  – коэффициент скорости обучения (в простейшем случае  $\alpha \in [0; 1]$ ,  $\alpha = \text{const}$ ),  $n = 1, 2, \dots, N$  – слои карты,  $i = 1, 2, \dots, M$  – номера нейронов текущего слоя.

Далее приведены результаты расчетов и обучения сети MLP на данных, сформированных с помощью самоорганизующихся карт Кохонена (SOM). Подробный расчет приведен в работе [7].

Результаты расчетов для факторных пространств с количеством векторов от 100 до 1000 приведены в табл. 2 и 3.

Среднеквадратичная ошибка обучения составляет 0,11601. Анализ результатов, представленных в табл. 2 и 3, позволяет сделать вывод, что для любого  $N$  выполняются условия (1) и (2). Значение энтропии для случая с использованием кластеризации (Вариант 2) лежит между значениями  $H_0(T)$  и  $H_{\max}(T)$  для всех  $N$ . Временные затраты на обучение самоорганизующейся карты Кохонена (см. табл. 3, данные SOM) растут практически линейно. Однако время обучения многослойного персептрона  $T_2$  растет медленнее, чем время обучения самоорганизующейся карты Кохонена  $T_1$ .

Результаты обучения нейронной сети с использованием самоорганизующихся карт Кохонена приведены на рис. 2.

Наилучшая производительность нейронной сети (минимальная величина среднеквадратичной ошибки (MSE)) в данном случае составляет 0,11601, что значительно меньше аналогичного значения для случая, когда кластеризация не используется (см. рис. 1). Кроме того, разница между проверочным и тестовым множествами в случае использования кластеризации значительно меньше.

**Алгоритм k-means.** Данный алгоритм [12] также относится к классу неиерархической кластеризации и всегда распределяет данные по указанному количеству кластеров. Таким образом, в случае его применения в обучающее множество включено 80 % векторов, в тестовое – 10 %, в проверочное – оставшиеся 10 % векторов.

Аналогично данным предыдущего раздела, был рассчитан прирост энтропии обучающего множества с использованием кла-

Таблица 3

Зависимость промежутков времени, затраченных при использовании различных алгоритмов, от размера факторного пространства

| N    | Затраченное время, с |       |            |            |              |
|------|----------------------|-------|------------|------------|--------------|
|      | $T_1$                | $T_2$ |            |            |              |
|      |                      | SOM   | $k$ -means | $c$ -means | Hierarchical |
| 100  | 3                    | 1     | 0,1        | 1          | 0,093        |
| 200  | 5                    | 2     | 0,1        | 2          | 0,101        |
| 300  | 7                    | 4     | 0,1        | 3          | 0,103        |
| 400  | 10                   | 3     | 0,3        | 4          | 0,108        |
| 500  | 15                   | 3     | 0,4        | 5          | 0,111        |
| 600  | 21                   | 4     | 0,5        | 6          | 0,112        |
| 700  | 29                   | 9     | 0,7        | 9          | 0,114        |
| 800  | 36                   | 7     | 1,0        | 12         | 0,117        |
| 900  | 42                   | 8     | 1,2        | 16         | 0,118        |
| 1000 | 53                   | 11    | 1,5        | 22         | 0,120        |

Обозначения:  $N$  – количество элементов факторного пространства;  $T_1$  – время, затраченное на обучение многослойного персептрона на данных соответствующей размерности (архитектура персептрона выбиралась в соответствии с формулой (4) из расчета  $\varepsilon = 0,2$ );  $T_2$  – время, затраченное на кластеризацию с применением текущего алгоритма кластеризации.

Примечания. Исследована работа алгоритмов кластеризации  $k$ -means,  $c$ -means, иерархического метода (Hierarchical), а также самоорганизующиеся карты Кохонена (SOM), размер  $0,8N$ , для обучения на данных, сформированных без использования кластеризации (Вариант 1,  $T_2 = 0$ ) и с применением алгоритма кластеризации ( $T_2 \neq 0$ ).

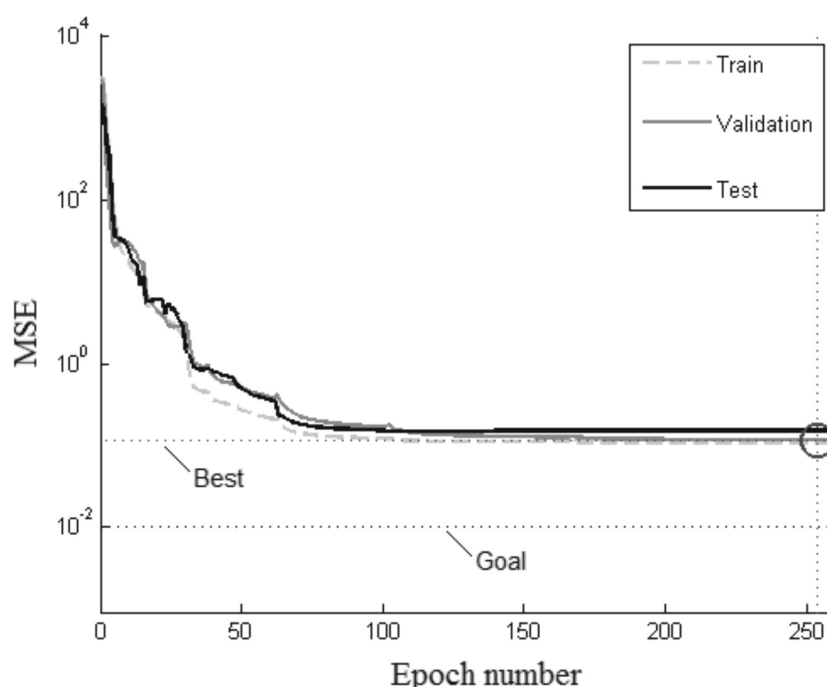


Рис. 2. Результаты обучения нейронной сети MLP на данных, сформированных с использованием алгоритма SOM

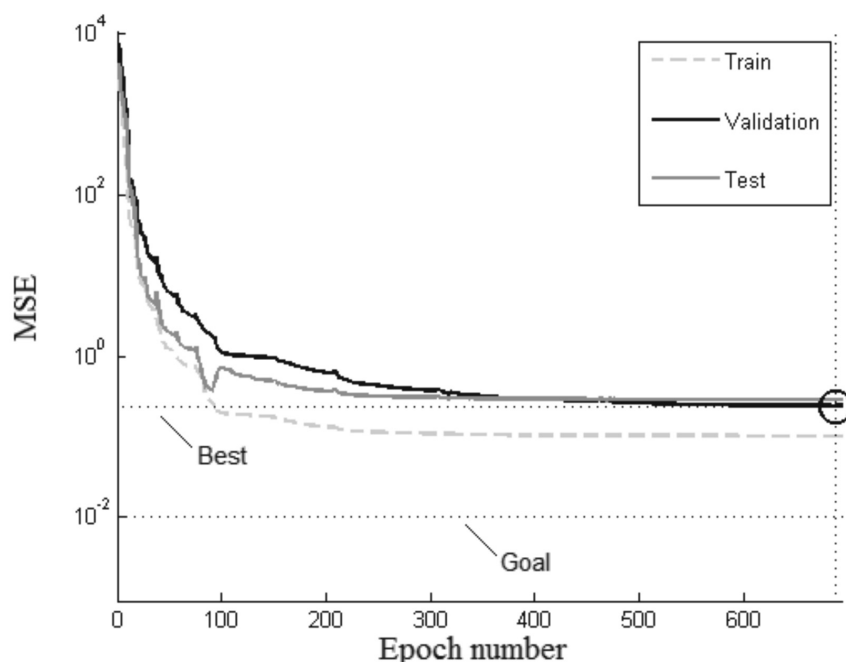


Рис. 3. Результаты обучения нейронной сети MLP на данных, сформированных с использованием алгоритма *k*-means

стеризации. В результате обучения прирост энтропии составил 0,19 бит. Среднеквадратичная ошибка обучения составила 0,23909. Зависимость времени работы алгоритма кластеризации от размера факторного пространства также приведена в табл. 3.

Прирост энтропии, как и в случае применения SOM, практически не меняется в зависимости от объема факторного пространства.

Время обучения нейронной сети оказалось на порядок меньше, чем при использовании SOM. Кроме того, по сравнению с самоорганизующимися картами, наблюдается больший прирост энтропии.

Результаты обучения нейронной сети на множестве, сформированном с применением алгоритма *k*-means, приведены на рис. 3.

Следует констатировать, что, несмотря на большее значения прироста энтропии, нейронная сеть обучилась хуже, чем на данных, сформированных с помощью SOM. Величина среднеквадратичной ошибки, а также разница между ошибками проверочного/тестового и обучающего множеств оказалась больше, чем с применением ал-

горитма SOM. Однако качество обучения улучшилось, по сравнению со случаем отсутствия кластеризации.

Подводя промежуточный итог вышеизложенному, следует отметить, что для алгоритма *k*-means величина прироста энтропии обучающего множества не является показательной. Это можно объяснить тем, что алгоритм *гарантированно* распределяет данные по указанному количеству кластеров и не справляется с задачей, когда объект в равной степени принадлежит к нескольким кластерам или вообще не принадлежит ни к одному из них.

Наибольший интерес с точки зрения расчета прироста энтропии представляет класс алгоритмов нечеткой кластеризации. Результаты такого исследования, проведенного для алгоритма *c*-means, приведены далее.

**Алгоритм *c*-means.** Данный алгоритм [1] относится к классу алгоритмов нечеткой кластеризации, т. е. определяет принадлежность данных к кластеру с некоторой вероятностью.

В данном случае значение вероятности

$p$  принадлежности обучающего примера к кластеру выражается как

$$p = \frac{p_i^k}{N},$$

где  $p_i^k$  — вероятность попадания вектора исходных данных  $i$  в кластер  $k$ .

В расчетах значения вероятности менее 0,1 считаются малыми и не учитываются.

Прирост энтропии составил 0,36 бит, а среднеквадратичная ошибка обучения равна 0,1141. Разница среднеквадратичной ошибки между обучающим/проверочным и тестовым множествами оказалась значительно ниже, чем в случае, когда кластеризация не используется.

Время работы алгоритма в зависимости от размера факторного пространства приведено в табл. 3. Видно, что оно существенно возрастает по мере увеличения размера факторного пространства.

Результаты обучения нейронной сети MLP приведены на рис. 4.

Следует отметить, что, несмотря на значительный прирост энтропии, по сравнению, например, с самоорганизующимися

картами Кохонена, уменьшение среднеквадратичной ошибки обучения не столь существенно и составляет 0,11419. Кроме того, уменьшение величины среднеквадратичной ошибки ничтожно мало, по сравнению с ростом времени работы алгоритма на факторных пространствах большого объема.

**Алгоритм на основе построения иерархического дерева кластеров.** Данный алгоритм относится к классу иерархической кластеризации [8]. В качестве метрики используется евклидово расстояние между элементами факторного пространства, которое вычисляется по следующей формуле:

$$d(X^1, X^2) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i^1 - X_i^2)^2}, \quad (6)$$

где  $X^1, X^2$  — элементы факторного пространства, причем  $X_i^1 \in X^1, X_i^2 \in X^2$ .

Прирост энтропии составил 0,1207 бит. Как и в предыдущих экспериментах, разница среднеквадратичной ошибки между обучающим и тестовым множествами меньше, чем в случае, когда кластеризация не используется.

Время работы алгоритма в зависимости

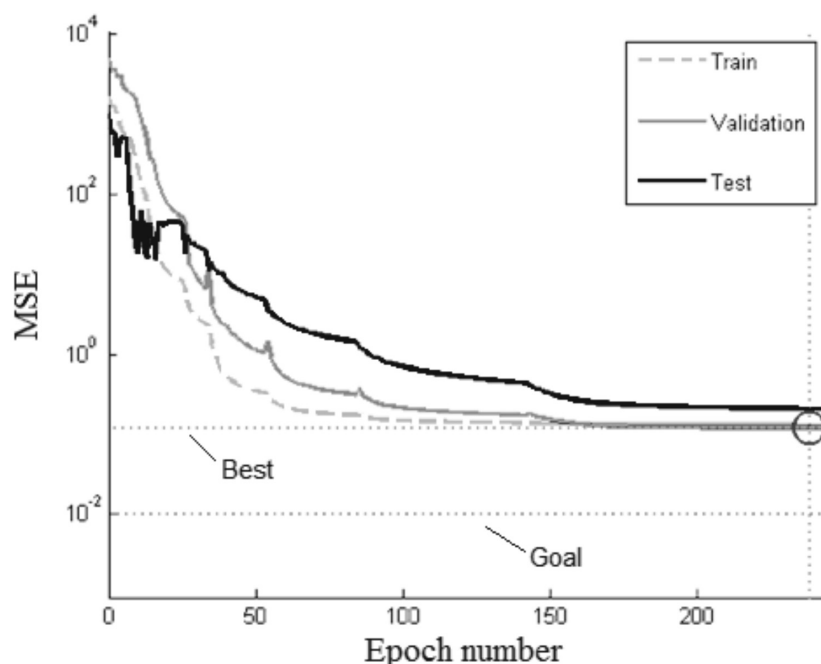


Рис. 4. Результаты обучения нейронной сети MLP на данных, сформированных с использованием алгоритма  $c$ -means;



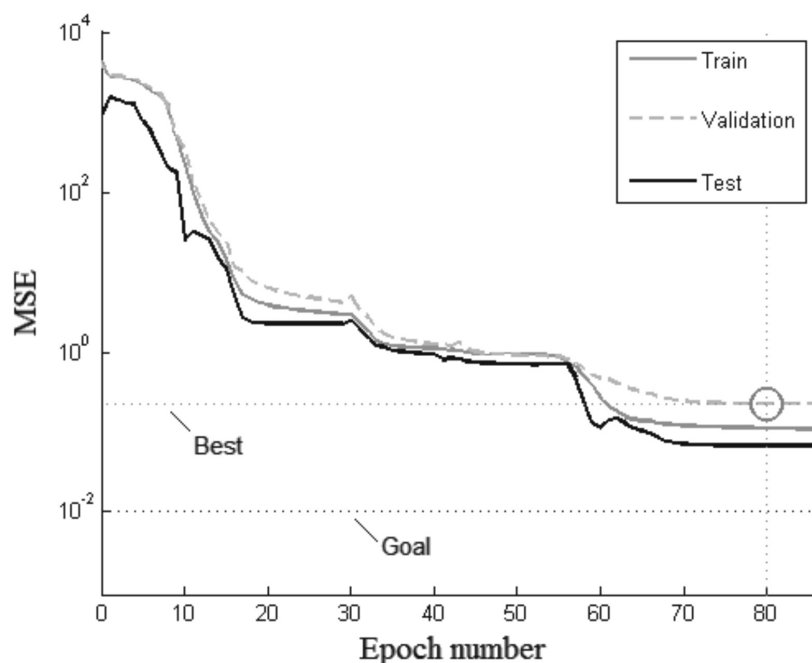


Рис. 5. Результаты обучения нейронной сети MLP на данных, сформированных с использованием алгоритма *c-means*; минимальное значение среднеквадратичной ошибки для проверочного множества показано окружностью

от размера факторного пространства приведено в табл. 3. Видно, что время работы алгоритма по мере увеличения размера факторного пространства возрастает несущественно.

Результаты обучения нейронной сети MLP приведены на рис. 5.

В данном случае показатель прироста энтропии является минимальным среди всех алгоритмов кластеризации. Среднеквадратичная ошибка обучения равна 0,22595, что, однако, несмотря на малое значение энтропии, меньше, чем при использовании алгоритма *k-means*, для которого прирост

энтропии оказался максимальным среди всех рассматриваемых методов. Следует отметить, что применение иерархического метода значительно выигрывает у всех рассматриваемых алгоритмов по показателю времени работы (см. табл. 3).

Данные основных результатов исследования для всех алгоритмов кластеризации сведены в табл. 4.

### Заключение

Проведенное исследование приводит к заключению, что для всех рассмотренных алгоритмов кластеризации выполняется

Таблица 4

Сравнение результатов проведенных экспериментов

| Алгоритм          | Прирост энтропии | Среднеквадратичная ошибка |
|-------------------|------------------|---------------------------|
| SOM               | 0,14             | 0,11601                   |
| <i>k-means</i>    | 0,19             | 0,23909                   |
| <i>c-means</i>    | 0,36             | 0,11410                   |
| Hierarchical      | 0,12             | 0,22595                   |
| Без кластеризации | —                | 0,31462                   |



условие (1), сформулированное в постановке задачи. Во всех экспериментах наблюдается прирост энтропии и уменьшение среднеквадратичной ошибки обучающего множества, а также снижение разницы между среднеквадратичной ошибкой проверочного/обучающего и тестового множеств, что говорит о повышении качества обучения.

С точки зрения выполнения условия (2), наилучший результат получен для алгоритма *c-means*. Однако следует принять

во внимание тот итог, что при значительной размерности факторного пространства выигрыш в эффективности существенно ниже, по сравнению с ростом времени проведения кластеризации.

В заключение отметим, что, несмотря на положительный эффект применения алгоритмов кластеризации, эксперименты показали, что энтропия обучающего множества является важным, но не определяющим фактором улучшения качества обучения нейронной сети типа MLP.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Нейский И.М.** Классификация и сравнение методов кластеризации. // Интеллектуальные технологии и системы. М.: НОК «Claim», 2006. Вып. 8. С. 130–142.
2. **Федоренко Ю.С., Гапанюк Ю.Е.** Кластеризация данных на основе самоорганизующихся растущих нейронных сетей и марковского алгоритма кластеризации // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2016. № 4. С. 3–13.
3. **Подвальный С.Л., Плотников А.В., Белянин А.М.** Сравнение алгоритмов кластерного анализа на случайном наборе данных // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2012. № 5. С. 4–6.
4. **Хачумов М.В.** Задача кластеризации текстовых документов // Информационные технологии и вычислительные системы. 2010. № 2. С. 42–49.
5. **Корягин Е.В.** Разработка модели ассоциативной памяти робота AP-600 для задачи кластеризации и обобщения данных //

Нейроинформатика-2015. Сборник научных трудов, 2015. С. 38–47.

6. **Кохонен Т.** Самоорганизующиеся карты. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2008. 655 с.

7. **Пастухов А.А., Прокофьев А.А.** Применение самоорганизующихся карт Кохонена для формирования представительской выборки при обучении многослойного персептрона // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2016. № 2 (242). С. 95–107.

8. **Кулаичев А.П.** Методы и средства комплексного анализа данных. М.: Инфра-М, 2006.

9. **Шеннон К.** Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963. 830 с.

10. **LeCun Y.** Efficient learning and secondary methods. MA: MIT Press, 1993. 71 p.

11. **Хайкин С.** Нейронные сети. Пер. с англ. М.: ИД «Вильямс», 2008. 1104 с.

12. **Ту Дж., Гонсалес Р.** Принципы распознавания образов. М.: Мир, 1978. С. 109–112.

*Статья поступила в редакцию 13.01.2017, принята к публикации 08.03.2017.*

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**ПАСТУХОВ Алексей Андреевич** — аспирант кафедры высшей математики № 1 Национального исследовательского университета «МИЭТ».

124498, Российская Федерация, г. Москва, Зеленоград, проезд 4806, д. 5  
pastuhov1992@gmail.com

**ПРОКОФЬЕВ Александр Александрович** — доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой высшей математики № 1 Национального исследовательского университета «МИЭТ».

124498, Российская Федерация, г. Москва, Зеленоград, проезд 4806, д. 5  
aaprokof@yandex.ru

### REFERENCES

- [1] **I.M. Neyskiy**, Klassifikatsiya i sravneniye metodov klasterizatsii [Classification and comparison of clustering procedures], Intellekturnyye tekhnologii i sistemy, Moscow, NOK 'Claim'.

No. 8 (2006) 130–142.

[2] **Yu.S. Fedorenko, Yu.E. Gapanyuk**, Klasterizatsiya dannykh na osnove samoorganizuyushchikhsya rastushchikh neyronnykh setey i markovskogo algoritma klasterizatsii [Data clustering based on self-organizing growing neural networks and on Markovian clustering algorithm], *Neurocomputers: building and application*. No. 4 (2016) 3–13.

[3] **S.L. Podvalnyy, A.V. Plotnikov, A.M. Belyanin**, Sravneniye algoritmov klasterного analiza na sluchaynom nabore dannykh [Comparison of algorithms of cluster analyses based on random data set], *Vestnik VGTU*. No. 5 (2012).

[4] **M.V. Khachumov**, Zadacha klasterizatsii tekstovykh dokumentov [Clustering of textual documents], *Informatsionnyye tekhnologii i vychislitelnyye sistemy*. No. 2 (2010) 42–49.

[5] **E.V. Koryagin**, Razrabotka modeli assotsiativnoy pamyati robota AR-600 dlya zadachi klasterizatsii i obobshcheniya dannykh [Model building of the associative memory of AR-600 robot for clustering and data integrating], *Neuroinformatics-2015, Collected papers* (2015) 38–47.

[6] **T. Kokhonen**, Samoorganizuyushchiyesya karty [Self-organizing maps], Moscow, Binom. Laboratoriya znaniy, 2008.

[7] **A.A. Pastukhov, A.A. Prokofyev**, Kohonen self-organizing map application to representative sample formation in the training of the multilayer perceptron, *St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics*. No. 2 (242) (2016) 95–107.

[8] **A.P. Kulaichev**, Metody i sredstva kompleksnogo analiza dannykh [Methods and resources of integrated data analysis], Moscow, Infra-M, 2006.

[9] **K. Shennon**, Raboty po teorii informatsii i kibernetike [Studies in information theory and cybernetics], Moscow, Izd-vo Inostr. Lit-ry, 1963.

[10] **Y. LeCun**, Efficient learning and secondary methods, MA, MIT Press, 1993.

[11] **S. Khaykin**, Neyronnyye seti [Neural networks], 2<sup>nd</sup> ed., Moscow, ID ‘Williams’, 2008.

[12] **J. Tu, R. Gonsales**, Printsipy raspoznavaniya obrazov [Pattern recognition principles], Moscow, Mir, 1978, Pp. 109–112.

*Received 13.01.2017, accepted 08.03.2017.*

#### THE AUTHORS

**PASTUKHOV Aleksey A.**

*National Research University of Electronic Technology*  
5 Pass. 4806, Zelenograd, Moscow, 124498, Russian Federation  
pastuhov1992@gmail.com

**PROKOFIEV Aleksander A.**

*National Research University of Electronic Technology*  
5 Pass. 4806, Zelenograd, Moscow, 124498, Russian Federation  
aaprokof@yandex.ru

DOI: 10.18721/JPM.10207

УДК 531.391+681.5.015

## **ПРОЦЕДУРА ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРИ МОДАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ РАСПРЕДЕЛЕННЫМ УПРУГИМ ОБЪЕКТОМ**

**А.К. Беляев<sup>1</sup>, В.А. Полянский<sup>2</sup>, Н.А. Смирнова<sup>2</sup>, А.В. Федотов<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация

При реализации модальной системы управления распределенными упругими объектами требуется обеспечить сепарацию собственных форм из сигналов сенсоров и возможность независимо воздействовать на формы с помощью актуаторов. В статье предложена идентификационная процедура, которая позволяет разделить формы колебаний в измеренных и управляющих сигналах при отсутствии математической модели объекта. Работоспособность идентификационной процедуры подтверждена экспериментально при создании системы активного подавления вынужденных изгибных колебаний металлической балки. Продемонстрирована высокая эффективность реализованной модальной системы управления.

**Ключевые слова:** виброзащита; мехатроника; модальное управление; идентификация; распределенный упругий объект

**Ссылка при цитировании:** Беляев А.К., Полянский В.А., Смирнова Н.А., Федотов А.В. Процедура идентификации при модальном управлении распределенным упругим объектом // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. Т. 10. № 2. С. 69–81. DOI: 10.18721/JPM.10207

## **IDENTIFICATION PROCEDURE IN THE MODAL CONTROL OF A DISTRIBUTED ELASTIC SYSTEM**

**A.K. Belyaev<sup>1</sup>, V.A. Polyanskiy<sup>2</sup>, N.A. Smirnova<sup>2</sup>, A.V. Fedotov<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> Institute for Problems of Mechanical Engineering, RAS, St. Petersburg, Russian Federation

<sup>2</sup>Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

It is necessary to provide the separation of the inherent object modes from the sensor signals and to make possible independent affecting the modes with the use of actuators when realizing the modal system of controlling an elastic object with distributed parameters. The present paper puts forward an identification procedure which allows separating the vibration modes of the object in measured and control signals in the absence of the object model simulation. The control operability of this procedure was verified by experiment through making a system of the active suppression of forced bending vibrations of a metal beam. The experiment showed the high control efficiency of the realized modal system.

**Key words:** vibration protection; mechatronics; modal control; identification; distributed elastic system

**Citation:** A.K. Belyayev, V.A. Polyanskiy, N.A. Smirnova, A.V. Fedotov, Identification procedure in the modal control of a distributed elastic system, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 10(2) (2017) 69–81. DOI: 10.18721/JPM.10207

## Введение

Особенность задачи управления колебаниями распределенных механических объектов, таких как балки и пластины, связана с наличием в их описании бесконечного ряда собственных форм, каждую из которых можно рассматривать как отдельную степень свободы. При этом диапазон частот внешнего возмущающего воздействия включает, как правило, несколько собственных частот объекта. Ранее нами теоретически и экспериментально было показано, что в таких условиях система подавления вибраций распределенного объекта, построенная на основе алгоритма модального управления, имеет существенные преимущества над системой локальных регуляторов [1].

Модальный подход предполагает независимое управление различными формами колебаний распределенного объекта. Идея данного подхода в применении к управлению колебаниями упругих систем была впервые сформулирована в статье [2] и получила дальнейшее развитие в монографии [3]. Для реализации алгоритма модального управления необходимо решить задачу размещения сенсоров и актуаторов на объекте, а также проблему сепарации собственных форм при их измерении сенсорами и при управлении ими с помощью актуаторов. Основные пути решения указанной проблемы предполагают либо использование распределенных сенсоров и актуаторов в качестве модальных фильтров [4, 5], либо применение массивов дискретных элементов управления [6 – 10].

При использовании дискретных элементов управления для разделения форм колебаний требуется настройка системы, обрабатывающей сигналы сенсоров и преобразующей их в управляющие сигналы, передаваемые на актуаторы. В настоящей работе предлагается идентификационная процедура, позволяющая решить задачу настройки. Представлены результаты экспериментальных исследований, демон-

стрирующие эффективность предложенной процедуры.

## Модальное управление консольной балкой

Рассмотрим задачу подавления колебаний балки с помощью модального управления. В качестве модельного объекта выберем консольно закрепленную балку Бернулли – Эйлера. Колебания балки возбуждаются внешним воздействием, приложенным в заданном сечении; это воздействие изменяется по полигармоническому закону. В  $r$  сечениях могут быть приложены управляющие воздействия, создаваемые пьезоактуаторами, с целью уменьшить амплитуду установившихся колебаний. Управляющие воздействия формируются с использованием сигналов пьезоэлектрических сенсоров, расположенных в  $n$  сечениях.

Математическую модель балки постоянного сечения запишем в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} -\frac{\partial Q}{\partial x} + \rho \ddot{u} = 0, \\ Q - \frac{\partial M}{\partial x} = \mu_0 + \sum_{i=1}^r \mu_i, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \varphi = 0, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{1}{EI} M = 0, \end{cases}$$

где  $u$  – поперечное перемещение (прогиб) балки;  $\varphi$  – угол поворота касательной к средней линии балки;  $Q$  – поперечная сила;  $M$  – изгибающий момент;  $x$  – продольная координата, отсчитываемая от левого конца балки;  $\rho$  – масса единицы длины балки;  $I$  – момент инерции поперечного сечения;  $E$  – модуль Юнга материала балки;  $\mu_0$  – распределенный возбуждающий момент,  $\mu_i$  – распределенные управляющие моменты.

Система сводится к одному дифференциальному уравнению:

$$\rho \ddot{u} + (EIu'')'' = \mu_0' + \sum_{i=1}^r \mu_i'. \quad (1)$$

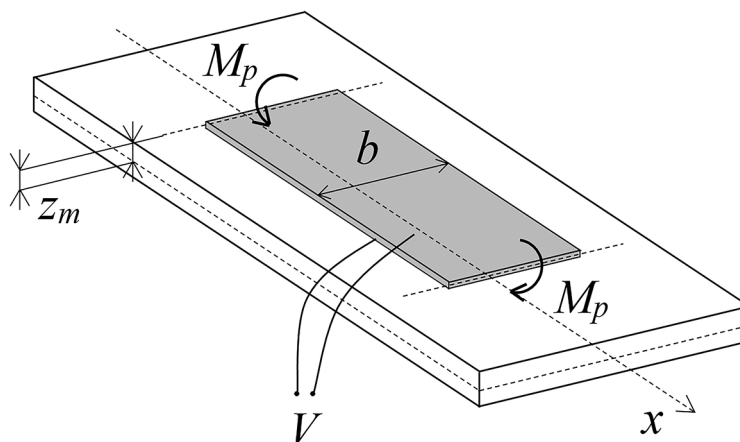


Рис. 1. Модель воздействия актуатора на балку:

$b$  – ширина пьезослоя актуатора;  $V$  – электрическое напряжение, подаваемое на актуатор;  
 $M_p$  – механические моменты, образующие пару;  $z_m$  – расстояние между средними линиями балки и актуатора

Граничные условия отражают способ закрепления балки длиной  $l$ :

$$u_{x=0} = 0, \quad u'_{x=0} = 0, \quad u''_{x=l} = 0, \quad u'''_{x=l} = 0.$$

Начальное состояние системы соответствует прямолинейной конфигурации балки:

$$u_{t=0} = 0, \quad \dot{u}_{t=0} = 0.$$

Для описания управляющего воздействия воспользуемся моделью пьезоактуатора [11], выполненного в виде тонкой прямоугольной пластинки, наклеенной вдоль балки между сечениями  $x = a_i$  и  $x = A_i$  (рис. 1).

Согласно этой модели, приложение электрического напряжения  $V$  к электродам актуатора эквивалентно приложению пары моментов  $M_p$  в сечениях  $x = a_i$  и  $x = A_i$ , равных по модулю и противоположных по направлению. Модуль момента определяется выражением

$$M_p = e_{31} b z_m V,$$

где  $e_{31}$  – пьезоэлектрическая константа материала,  $b$  – ширина пьезослоя,  $z_m$  – расстояние между средними линиями балки и актуатора.

Управляющие моменты в модели (см. уравнение(1)) можно представить в виде

$$\mu_i = M_{pi} [\delta(x - A_i) - \delta(x - a_i)],$$

где  $\delta$  – дельта-функция.

В работе [2] предложена модель сенсора, выполненного в виде тонкой прямоугольной пластинки из пьезоматериала, наклеенной вдоль балки между сечениями  $x = d$  и  $x = D$ . В этой модели электрическое напряжение, являющееся сигналом сенсора, пропорционально разности углов поворота сечений  $x = d$  и  $x = D$ :

$$V = \frac{e_{31} b z_m}{C} [\varphi(t, D) - \varphi(t, d)],$$

где  $z_m$  – расстояние между средними линиями балки и сенсора,  $C$  – емкость сенсора.

При построении алгоритма управления примем гипотезу о том, что сенсор измеряет кривизну балки:

$$\frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial x} = - \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2},$$

в сечении  $x = (D + d)/2$  (для краткости изложения будем писать, что сенсор закреплен в этом сечении).

Построение алгоритма модального управления предполагает представление прогиба в виде ряда по собственным формам:

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} w_k(x) \beta_k(t), \quad (2)$$

где  $w_k(x)$  – собственные формы, удовлетворяющие условиям ортогональности



$$\int_0^l \rho w_i(x) w_k(x) dx = \delta_{ik}.$$

Главные координаты  $\beta_k(t)$  должны быть найдены как решения системы

$$\begin{aligned} \ddot{\beta}_k(t) + \lambda_k^2 \beta_k(t) &= f_k + y_k, \\ f_k &= \int_0^l \mu_0 \vartheta_k(x) dx, \quad y_k = \int_0^l \vartheta_k(x) \left( \sum_{i=1}^r \mu_i \right) dx, \quad (3) \\ \vartheta_k(x) &= \frac{-dw_k(x)}{dx}, \end{aligned}$$

где  $\lambda_k$  —  $k$ -я собственная частота упругой балки.

В правой части первого уравнения (3) слагаемое  $f_k$  отвечает за внешнее возмущение. Слагаемое  $y_k$  представляет собой результат преобразования управляющего воздействия:

$$\begin{aligned} y_k &= \int_0^l \vartheta_k(x) \left\{ \sum_{i=1}^r M_{pi} [\delta(x - A_i) - \delta(x - a_i)] \right\} dx = \\ &= \sum_{i=1}^r [\vartheta_k(A_i) - \vartheta_k(a_i)] M_{pi}. \end{aligned}$$

Полагая кривизну формы балки постоянной на длине пьезоактуатора, будем считать, что

$$\begin{aligned} y_k &= \sum_{i=1}^r M_{pi} (A_i - a_i) \frac{d}{dx} \vartheta_k \left( \frac{a_i + A_i}{2} \right) = \\ &= -k_a \sum_{i=1}^r V_i \frac{d^2}{dx^2} w_k \left( \frac{a_i + A_i}{2} \right), \end{aligned}$$

где коэффициент  $k_a = e_{31} b z_m (A_i - a_i)$  одинаков для всех актуаторов,  $V_i$  — электрическое напряжение, подаваемое на  $i$ -ый пьезоактуатор.

Таким образом, мы считаем, что каждый актуатор закреплен в определенном сечении и способен изменять кривизну балки в соответствии с управляющим сигналом  $V_i$ .

С учетом выражений (2) и (3) цель управления заключается в снижении амплитуд установившихся колебаний первых  $m$  главных координат  $\beta_k(t)$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ , за счет выбора управляющих сигналов  $V_i$ . Объединяя  $r$  управляющих сигналов в вектор  $U$ , запишем алгоритм модального управления:

$$U_{r \times 1} = F K_{m \times m} T \Phi_{n \times 1}, \quad (4)$$

где  $\Phi_{n \times 1}$  — вектор, объединяющий сигналы

сенсоров;  $K_{m \times m}$  — диагональная матрица коэффициентов усиления;  $F_{r \times m}$ ,  $T_{m \times n}$  — модальные матрицы, подлежащие выбору (здесь и далее нижний индекс показывает размерность матричного объекта).

Модальная матрица  $T_{m \times n}$  — анализатор форм, она преобразует вектор измеренных сигналов  $\Phi_{n \times 1}$  в вектор оценок первых  $m$  главных координат  $\hat{\beta}_{m \times 1}$ :

$$\hat{\beta}_{m \times 1} = T_{m \times n} \Phi_{n \times 1}.$$

Матрица  $K_{m \times m}$  задает коэффициенты усиления, преобразующие вектор оценок собственных форм  $\hat{\beta}_{m \times 1}$  в вектор желаемых воздействий на каждую из форм  $\hat{\alpha}_{m \times 1}$ :

$$\hat{\alpha}_{m \times 1} = K_{m \times m} \hat{\beta}_{m \times 1}.$$

Модальная матрица  $F_{r \times m}$  — синтезатор форм, она преобразует вектор желаемых воздействий на формы  $\hat{\alpha}_{m \times 1}$  в вектор управляющих сигналов, подаваемых на актуаторы  $U_{r \times 1}$ :

$$U_{r \times 1} = F_{r \times m} \hat{\alpha}_{m \times 1}.$$

В общем случае элементы матрицы  $K_{m \times m}$  могут быть не константами, а функциями комплексной переменной:  $k_j = k_j(s)$ . При диагональной матрице  $K_{m \times m}$  система управления включает в себя  $m$  контуров, каждый из которых соответствует своей форме колебаний балки и имеет свою передаточную функцию  $k_j(s)$ . На вход  $j$ -го модального контура управления подается комбинация сигналов сенсоров с коэффициентами, заданными  $j$ -ой строкой матрицы  $T_{m \times n}$ , а выходной сигнал контура распределяется на актуаторы в пропорциях, заданных  $j$ -м столбцом матрицы  $F_{r \times m}$ . Отметим, что в алгоритме управления (4) можно использовать показания избыточного количества сенсоров в  $n$  сечениях балки, чтобы вычислить управляющие сигналы для  $r \leq n$  актуаторов. При этом имеется возможность управлять не более чем  $m$  гармониками ( $m = 1, 2, \dots, r$ ).

Введем в рассмотрение матрицы форм  $\theta_{r \times m}$ ,  $\theta_{n \times m}^s$  и будем заполнять их следующим образом. Строка матрицы  $\theta_{r \times m}$  состоит из значений  $-d^2 w_k / dx^2$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ , в месте закрепления актуатора, а количество строк определяется количеством  $r$  актуаторов.



Строка матрицы  $\theta_{n \times m}^s$  состоит из значений  $-d^2 w_k / dx^2$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ , в месте закрепления датчика, а количество строк определяется количеством  $n$  датчиков.

Вектор сигналов сенсоров представим в виде слагаемого, включающего первые  $m$  гармоник, и вектора  $\tilde{\Phi}$ , содержащего высшие гармоники:

$$\Phi_{n \times 1} = k_s \theta_{n \times m}^s \beta_{m \times 1} + \tilde{\Phi}, \quad (5)$$

при этом коэффициент

$$k_s = e_{31} b z_m (D_i - d_i) / C$$

примем одинаковым для всех сенсоров.

Первые  $m$  уравнений бесконечной системы (3) с учетом управления (4) и разложения (5) запишем в матричном виде:

$$\ddot{\beta}_{m \times 1} + \Lambda_{m \times m} \beta_{m \times 1} = f_{m \times 1} + k_a k_s \theta_{m \times r}^T F_{r \times m} \times K_{m \times m} T_{m \times n} \theta_{n \times m}^s \beta_{m \times 1} + \Delta, \quad (6)$$

где  $\Lambda_{m \times m} = \text{diag}\{\lambda_k^2\}$  — диагональная матрица квадратов собственных частот упругой балки;  $f_{m \times 1}$  — вектор внешних воздействий, объединяющий компоненты  $f_k$ ; вектор  $\Delta$  не содержит компонент вектора  $\beta_{m \times 1}$ , а только высшие гармоники.

Для реализации модального управления необходимо получить диагональную структуру матрицы

$$\theta_{m \times r}^T F_{r \times m} K_{m \times m} T_{m \times n} \theta_{n \times m}^s;$$

это позволило бы независимо управлять  $m$  низшими гармониками упругой балки при условии устойчивости высших гармоник.

Добиться диагональной структуры можно выбором матриц  $F_{r \times m}$  и  $T_{m \times n}$ . Ниже предложена процедура определения модальных матриц  $F_{r \times m}$  и  $T_{m \times n}$ , включающая идентификационный эксперимент на реальном объекте.

### Процедура определения модальных матриц

Вначале необходимо экспериментально или расчетным путем получить оценки  $r$  низших собственных форм колебаний балки. Полученные оценки форм колебаний позволяют установить пьезоэлементы на тех участках балки, где вклад форм существен. После того, как сенсоры и актуаторы установлены, можно приступить к опреде-

лению модальных матриц  $F_{r \times m}$  и  $T_{m \times n}$ . Идентификационная процедура проводится для разомкнутой системы и включает следующие этапы.

**Первый этап.** Для определения матрицы  $\theta_{n \times m}^s$  последовательно создаются с помощью внешнего воздействия резонансные режимы вынужденных колебаний балки, соответствующие  $m$  низшим собственным частотам.

Пусть внешним воздействием является изгибающий момент

$$\mu_0 j = \mu_0^M \delta(x - x_0) \sin \lambda_j t, \quad j = 1, 2, \dots, m,$$

приложенный в сечении  $x = x_0$ , тогда модель (6) разомкнутой системы принимает вид

$$\ddot{\beta}_{m \times 1} + \Lambda_{m \times m} \beta_{m \times 1} = \mu_0^M [\vartheta_1(x_0) \vartheta_2(x_0) \dots \vartheta_m(x_0)]^T \sin \lambda_j t.$$

Резонансные режимы используются в качестве селективного преобразования, так как в каждом из них колебания балки по одной собственной форме, соответствующей собственной частоте  $\lambda_j$ , превалируют над другими. Следовательно, можно считать, что сигнал  $i$ -го сенсора в  $j$ -м резонансном режиме определяется выражением

$$\Phi_i^j(t) = k_s \theta_{ij}^s \beta_j(t).$$

Допустив, что в системе присутствует пропорциональное демпфирование, уравнение для  $j$ -ой главной координаты запишем в виде:

$$\ddot{\beta}_j + \xi_j \dot{\beta}_j + \lambda_j^2 \beta_j = f_j^M \sin \lambda_j t,$$

где  $\xi_j$  — коэффициент демпфирования,  $f_j^M = \mu_0^M \vartheta_j(x_0)$  — амплитуда возмущения.

Установившееся решение имеет следующий вид:

$$\beta_j = \beta_j^M \cos \lambda_j t,$$

что позволяет оценить установившийся сигнал  $i$ -го сенсора выражением

$$\Phi_i^j = \Phi_i^{jM} \cos \lambda_j t,$$

где  $\Phi_{ij}^M = k_s \theta_{ij}^s \beta_j^M$ .

Отсюда получим выражение для компонент матрицы  $\theta^s$ :

$$\theta_{ij}^s = \frac{1}{k_s \beta_j^M} \Phi_i^{jM}.$$

Измерение амплитуд и фаз сигналов каждого из  $n$  сенсоров в  $j$ -м резонансном режиме дает возможность получить  $j$ -ый столбец матрицы  $\theta^s$  с точностью до константы, если принять, что  $\theta_{ij}^s = \Phi_i^{jM}$ . Данной оценки достаточно для разделения форм колебаний в модальных контурах управления.

**Второй этап.** Если актуаторы и парные им датчики закреплены в одних и тех же сечениях балки, то матрица  $\theta_{r \times m}$  выписывается по матрице  $\theta_{n \times m}^s$ . На практике это условие не всегда соблюдается, поэтому ниже приводится алгоритм экспериментального определения матрицы  $\theta$ .

При отсутствии внешних воздействий модель (6) разомкнутой системы представляется в виде

$$\ddot{\beta}_{m \times 1} + \Lambda_{m \times m} \dot{\beta}_{m \times 1} = k_a \theta_{m \times r}^T U_{r \times 1},$$

$$U = [V_1 \quad V_2 \quad \dots \quad V_r]^T.$$

Возбудим резонансные колебания балки только  $i$ -м актуатором, подав на него гармоническое напряжение с  $j$ -ой собственной частотой

$$V_i = V_0 \sin \lambda_j t.$$

В установившемся процессе, обусловленном наличием демпфирования в реальной системе, будут представлены все формы колебаний. Однако доминирующую роль будут играть колебания по  $j$ -ой собственной форме, а вклад остальных форм будет пренебрежимо мал. Уравнение для  $j$ -ой главной координаты при возбуждении колебаний  $i$ -м актуатором запишем в виде

$$\ddot{\beta}_j^i + \xi_j \dot{\beta}_j^i + \lambda_j^2 \beta_j^i = k_a \theta_{ij} V_i.$$

Таким образом, каждый  $j$ -ый столбец матрицы  $\theta$  показывает, в каких пропорциях актуаторы возбуждают  $j$ -ую форму колебаний балки. Установившееся решение уравнения имеет следующий вид:

$$\beta_j^i = \beta_j^{iM} \cos \lambda_j t, \quad \beta_j^{iM} = -\frac{k_a \theta_{ij} V_0}{\xi_j \lambda_j}.$$

Допустим, что имеется возможность измерить прогиб в некотором сечении  $x^*$  с помощью внешнего прибора. Оценка прогиба в резонансном режиме с  $j$ -ой собственной частотой дается формулой

$$u(x^*, t) = w_j(x^*) \beta_j^{iM} \cos \lambda_j t = u_j^{iM} \cos \lambda_j t.$$

Выразим компоненты матрицы  $\theta$  через измеряемую величину  $u_j^{iM}$ :

$$\theta_{ij} = -\frac{\xi_j \lambda_j}{k_a V_0 w_j(x^*)} u_j^{iM}.$$

Чтобы получить оценку  $j$ -го столбца матрицы  $\theta$ , необходимо последовательно вызывать резонансные колебания балки с  $j$ -ой собственной частотой каждым из  $r$  актуаторов. Для всех  $r$  экспериментов в рамках одного резонансного режима следует измерить амплитуду и фазу установившихся колебаний в одном и том же сечении балки. Измерения необходимо производить с помощью внешнего прибора, например лазерного виброметра, причем в сечении, по возможности наиболее удаленном от актуаторов, для того чтобы минимизировать влияние на результат неточности воспроизведения собственных форм в резонансных режимах. Измерения дают возможность получить  $j$ -ый столбец матрицы  $\theta$  с точностью до константы, если принять  $\theta_{ij} = u_j^{iM}$ . Данной оценки достаточно для разделения форм колебаний в модальных контурах управления.

**Третий этап.** В частном случае, когда  $m = n = r$ , искомые модальные матрицы выбираются обратными к матрицам форм:

$$T_{r \times r} = (\theta_{r \times r}^s)^{-1}, \quad F_{r \times r} = (\theta_{r \times r}^T)^{-1}.$$

Возможность обращения матриц форм зависит от расположения пьезоэлементов вдоль балки и связана с наличием свойств наблюдаемости и управляемости [12]. Практически этот случай означает, что количество форм, по которым ведется управление, заранее задано и равно количеству пар сенсор-актуатор. Зачастую заранее неизвестно, сколько форм потребуется задействовать в алгоритме модального управления для достижения приемлемой степени подавления вибраций. Поэтому сначала можно задаться некоторым количеством  $m$  форм, по которым предполагается управлять объектом, чтобы минимизировать количество идентификационных экспериментов. Тогда матрицы форм будут прямоугольными, и для определения модальных матриц потре-



буется операция псевдообращения:

$$\begin{aligned} T_{m \times n} &= (\theta_{m \times n}^s \theta_{n \times m}^s)^{-1} \theta_{m \times n}^s, \\ F_{r \times m} &= \theta_{r \times m} (\theta_{m \times r}^T \theta_{r \times m})^{-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Если при этом качество подавления вибрации балки оказывается неудовлетворительным, то необходимо вернуться к идентификационным экспериментам и доопределить следующие строки матриц форм. Затем следует заново вычислить модальные матрицы по формуле (7) и использовать их для более качественного подавления вибрации.

**Четвертый этап.** После вычисления модальной матрицы  $T$  целесообразно проверить, насколько качественно производится сепарация гармоник из сигналов сенсоров. Процедура проверки состоит в том, что последовательно, с помощью внешнего момента, возбуждаются резонансные режимы вынужденных колебаний балки, соответствующие  $m$  низшим собственным частотам. Для каждого из этих режимов формируется вектор оценок главных координат

$$\hat{\beta}_{m \times 1} = T_{m \times n} \Phi_{n \times 1}.$$

Если матрица  $T$  определена правильно, то для каждого  $j$ -го резонансного режима этот вектор будет иметь ненулевой элемент под  $j$ -м номером, а остальные элементы будут равны нулю.

После вычисления модальной матрицы  $F$  целесообразно проверить, насколько качественно разделено управление различными гармониками. При идеальном разделении воздействие на балку всех актуаторов в  $j$ -м резонансном режиме ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) с амплитудами и фазами, распределенными в соответствии с  $k$ -м столбцом матрицы  $F$  ( $k \neq j$ ), должно быть ортогонально  $j$ -ой собственной форме колебаний балки. Для проверки необходимо вызывать  $j$ -ый резонансный режим с помощью воздействия сразу всех актуаторов. При этом на актуаторы следует подавать сигналы, амплитуда которых соответствует модулям значений, составляющих  $k$ -ый столбец матрицы  $F$  ( $k \neq j$ ), в фазе или в противофазе, в зависимости от знаков этих значений. В каждом из проделанных экспериментов амплитуда

резонансных колебаний балки, регистрируемая внешним измерителем, будет тем меньше, чем точнее определена матрица  $F$ .

Если на каком-то из этапов результаты проверки признаются неудовлетворительными, то это свидетельствует о недостаточном разделении  $m$  низших собственных форм. В этом случае соответствующие идентификационные эксперименты и вычисления необходимо повторить.

### Тестирование идентификационной процедуры на экспериментальной установке

Общая схема экспериментальной установки приведена на рис. 2. Объект управления представляет собой алюминиевую балку 1 длиной 70 см, с прямоугольным сечением  $3 \times 35$  мм. Она расположена вертикально и закреплена в одной точке на расстоянии 10 см от нижнего конца. Внешним возмущением служит вибрация опоры балки, вызываемая приложением переменного электрического напряжения на пьезоэлектрический стержень-толкатель 4, прикрепленный к неподвижному основанию 5. Вибрация пьезотолкателя вызывает изгибные колебания балки.

Цель управления состоит в том, чтобы подавить вынужденные резонансные колебания балки с первой и со второй собственными частотами. Качество подавления резонансных колебаний оценивается по показаниям вибromетра 6, измеряющего скорость колебаний верхнего конца балки. Система управления включает в себя два пьезоэлектрических сенсора 3 и два актуатора 2, прикрепленных к балке попарно (см. рис. 2). Актуаторы изменяют кривизну балки в зависимости от приложенного электрического сигнала, а сенсоры измеряют эту кривизну по мере того, как балка совершает изгибные колебания. Актуаторы и сенсоры связаны через контроллер 7.

Сначала была решена задача размещения сенсоров и актуаторов вдоль балки. Поскольку цель управления — подавление колебаний по первой и второй гармоникам, актуаторы и сенсоры должны быть размещены в местах, где кривизна первой и второй форм  $d^2 w_1 / dx^2$  и  $d^2 w_2 / dx^2$  принимает наи-

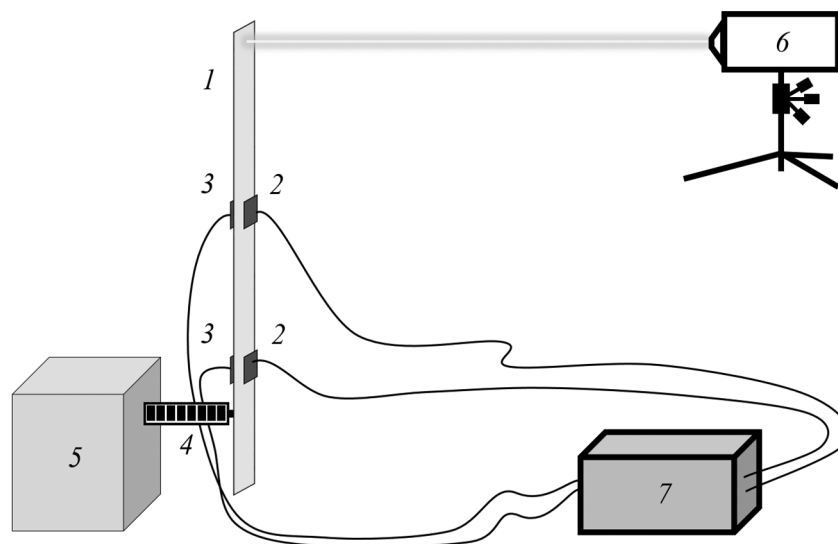


Рис. 2. Схема экспериментальной установки (замкнутая система):  
1 – алюминиевая балка (объект управления); 2 – актуаторы; 3 – сенсоры; 4 – пьезоэлектрический толкатель; 5 – неподвижное основание; 6 – лазерный виброметр, 7 – контроллер

большие по модулю значения.

Формы колебаний, полученные численно и экспериментально, хорошо совпали. На рис. 3. представлены графики вычисленной кривизны форм, пунктиром обозначены зоны крепления пар сенсор-актуатор ( $a_1 = 10,4$  см,  $A_1 = 16,5$  см для первой пары и  $a_2 = 37,4$  см,  $A_2 = 43,5$  см для второй).

Как численные, так и экспериментальные исследования показали, что в резуль-

тате наклеивания пьезоэлементов на балку собственные частоты и собственные формы объекта изменяются незначительно. Это позволило на основе представленных данных сформировать расчетную оценку матриц форм:

$$\hat{\theta}_{2 \times 2} = \hat{\theta}_{2 \times 2}^s = \begin{bmatrix} 0,75 & -0,50 \\ 0,25 & 0,50 \end{bmatrix}.$$

Здесь столбцы матриц форм были опре-

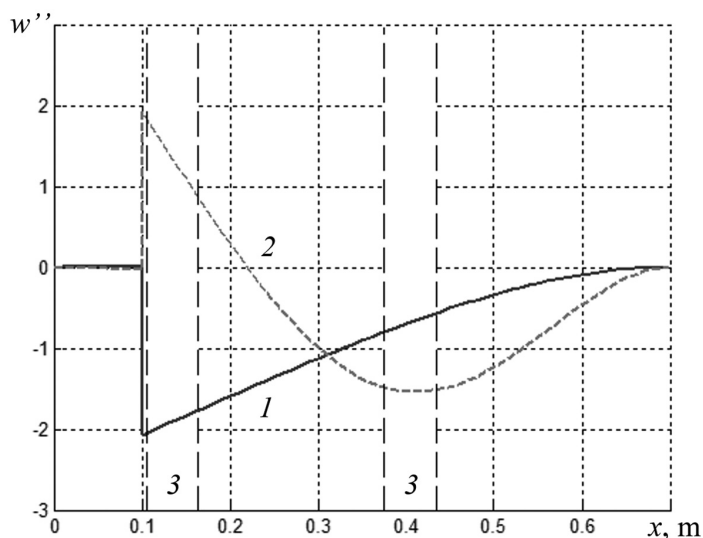


Рис. 3. Графики вычисленной кривизны первой (1) и второй (2) форм колебаний балки ( $d^2w_1/dx^2$  и  $d^2w_2/dx^2$ ); пунктиром (3) показаны зоны крепления пар сенсор-актуатор





делены с точностью до константы, поскольку это никак не влияет на качество разделения форм колебаний.

Далее матрицы форм  $\theta^s$  и  $\theta$  были определены экспериментально в соответствии с предложенной идентификационной процедурой. Каждый из двух столбцов матрицы  $\theta^s$  был получен в результате обработки сигналов сенсоров в резонансных режимах, созданных вибрацией пьезотолкателя с первой и со второй собственными частотами:

$$\theta^s = \begin{bmatrix} 0,76 & -0,51 \\ 0,24 & 0,49 \end{bmatrix}.$$

Отсюда была вычислена модальная матрица  $T$ :

$$T = (\theta^s)^{-1} = \begin{bmatrix} 0,99 & 1,03 \\ -0,49 & 1,53 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Матрица форм  $\theta$  была определена путем измерения амплитуды и фазы резонансных колебаний верхней точки балки с помощью лазерного виброметра. Резонансные режимы с каждой из собственных частот создавались воздействием первого или второго актуаторов. Полученная в результате матрица имеет следующий вид:

$$\theta = \begin{bmatrix} 0,75 & -0,51 \\ 0,25 & 0,49 \end{bmatrix}.$$

Отсюда была вычислена модальная матрица  $F$ :

$$F = (\theta^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 0,98 & -0,49 \\ 1,02 & 1,51 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Необходимо подчеркнуть, что в идентификационных экспериментах очень важна точность попадания в резонанс, поскольку данные вычисления основаны на предположении, что в созданном режиме реализуются колебания балки по одной соответствующей собственной форме.

Затем было проверено качество разделения форм в соответствии с вышеописанным четвертым этапом идентификационной процедуры. Проверка показала, что как при измерении, так и при управлении первые две формы разделяются хорошо. Для иллюстрации достигнутого качества разделения форм на рис. 4 приведены различные амплитудно-частотные характеристики разомкнутой си-

стемы в частотном диапазоне, содержащем две низшие собственные частоты балки. Для получения амплитудно-частотной характеристики амплитуда установившегося гармонического измеренного сигнала  $A_{vy}$  делится на амплитуду гармонического возмущающего сигнала  $A_{vu}$ . На рис. 4, *a* показаны амплитудно-частотные характеристики  $H_{ij}$ , полученные при воздействии на балку  $i$ -м актуатором и измерении сигнала  $j$ -м сенсором. Видно, что на каждой из указанных амплитудно-частотных характеристик присутствуют два ярко выраженных резонансных пика, поскольку каждый из актуаторов возбуждает, а каждый из сенсоров реагирует как на первую, так и на вторую форму колебаний балки.

На рис. 4, *b* представлены амплитудно-частотные характеристики  $H_{pqj}$  разомкнутой системы, соответствующие модальным контурам управления. Здесь воздействие на балку оказывалось одновременно двумя актуаторами в пропорциях, заданных  $i$ -м столбцом матрицы  $F$ , а результирующий сигнал являлся комбинацией сигналов сенсоров с коэффициентами, заданными  $j$ -ой строкой матрицы  $T$ . Видно, что на амплитудно-частотной характеристике  $H_{pq11}$ , соответствующей первому контуру управления, присутствует только первый резонансный пик, на амплитудно-частотной характеристике  $H_{pq22}$ , соответствующей второму контуру — только второй пик, а на амплитудно-частотных характеристиках  $H_{pq12}$  и  $H_{pq21}$ , показывающих взаимное влияние контуров, резонансные пики практически отсутствуют. Данный результат свидетельствует о высоком качестве разделения первой и второй форм при использовании модальных матриц (8) и (9).

Можно заметить, что вдали от резонансов взаимное влияние модальных контуров управления существенно превышает взаимное влияние сенсоров и актуаторов, расположенных на разных участках балки. Это объясняется тем, что каждый модальный контур включает в себя как оба использующихся сенсора, так и оба актуатора, а актуаторы оказывают сильное влияние на парные им сенсоры даже вдали от резонансных частот.



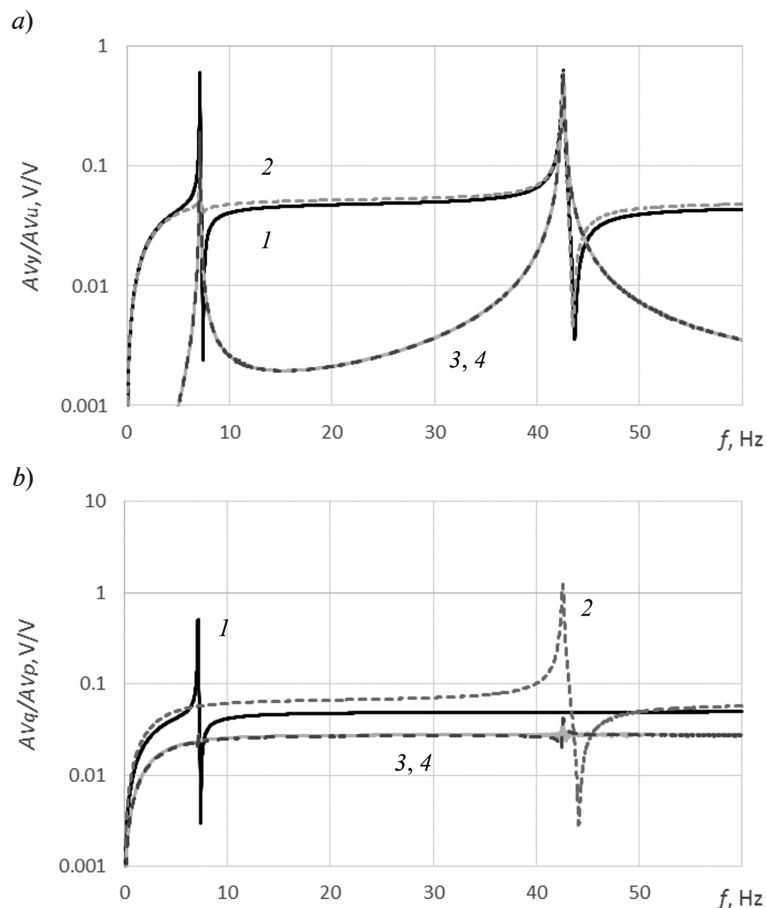


Рис. 4. Экспериментальные амплитудно-частотные характеристики  $H_{ij}$  (a) и  $H_{pqij}$  (b) разомкнутой системы до (a) и после (b) разделения форм; характеристики  $H_{ij}$  получены при воздействии на балку  $i$ -м актуатором и измерении сигнала  $j$ -м сенсором;  $H_{pqij}$  получены при комбинированном воздействии на балку обоих актуаторов, соответствующем  $i$ -му контуру управления, и при измерении комбинации сигналов сенсоров, соответствующей  $j$ -му контуру управления;  $ij = 11$  (кривые 1), 22 (2), 12 (3) и 21 (4)

В рамках эксперимента была создана модальная система управления, позволяющая подавлять вынужденные резонансные колебания балки с первой и со второй собственными частотами. Для этого в контроллере был реализован модальный закон управления (4):

$$U_{2 \times 1} = FK_{2 \times 2}T\Phi_{2 \times 1},$$

где диагональная структура матрицы

$$K_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} k_1(s) & 0 \\ 0 & k_2(s) \end{bmatrix}$$

обеспечивала раздельное управление колебаниями с первой и со второй собственными частотами, а выбор и настройка пере-

даточных функций  $k_1(s)$ ,  $k_2(s)$  обеспечивали устойчивость замкнутой системы и наиболее эффективное подавление колебаний на соответствующей резонансной частоте. Рис. 5 демонстрирует эффективность работы системы управления. Здесь показана осциллограмма скорости колебаний верхнего конца балки

$$Vp(t) = \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{x=l}.$$

Эксперимент был организован следующим образом. Сначала при выключенной системе управления создавался режим резонансных колебаний балки, вызванных вибрацией пьезоэлектрического толкателя:

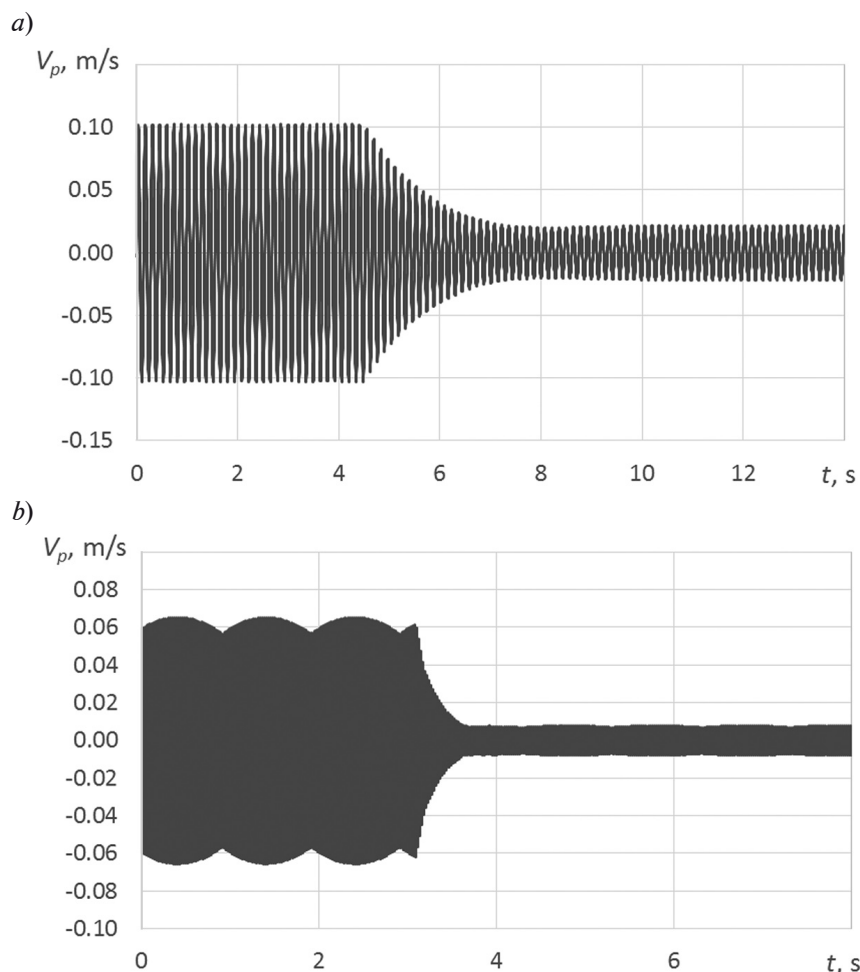


Рис. 5. Осциллограммы скорости  $V_p$  колебаний верхнего конца балки, соответствующие резонансным режимам с первой (а) и со второй (б) собственными частотами. Видны моменты времени, соответствующие включению системы управления

рис. 5, а соответствует резонансу с первой собственной частотой, рис. 5, б — со второй.

Затем система замыкалась так, как показано на рис. 2. На рис. 5 хорошо виден момент времени, соответствующий включению системы управления. В результате амплитуда колебаний балки значительно уменьшилась: на первом резонансе уменьшение составляет 79 %, а на втором — 88 %.

Результаты эксперимента свидетельствуют о работоспособности предложенной идентификационной процедуры определения модальных матриц. С ее помощью удалось создать эффективную систему модального управления колебаниями упругой балки в диапазоне частот внешних возмущений, включающем две низшие собствен-

ные частоты балки.

### Заключение

Предложенная в данной работе идентификационная процедура позволяет производить настройку модальной системы управления распределенным механическим объектом по результатам экспериментов на реальном объекте. Таким образом, для реализации алгоритма модального управления не требуется построение математической модели объекта. Высокое качество разделения форм колебаний объекта, достигаемое в результате использования предложенной процедуры, подтверждается экспериментально на примере колебаний металлической балки.

Алгоритм модального управления предоставляет возможность варьировать количество управляемых гармоник, увеличивая их число в том случае, если качество подавления вибраций признается неудовлет-

ворительным. Идентифицировать объект в этом случае также можно последовательно, начиная с минимального числа экспериментов и при необходимости осуществляя дополнительные.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Беляев А.К., Котов В.Н., Полянский В.А., Смирнова Н.А.** Биоморфное управление в задаче об активном подавлении колебаний // Вестник СПбГУ. Математика. Механика. Астрономия. 2014. № 1. С. 59–68.
2. **Gould L.A., Murray-Lasso M.A.** On the modal control of distributed parameter systems with distributed feedback // IEEE Transactions on Automatic Control. 1966. Vol. 11. No. 4. Pp. 729–737.
3. **Meirovitch L.** Dynamics and control of structures. New York: John Wiley & Sons, 1990. 425 p.
4. **Lee C.-K., Moon F.C.** Modal sensors/actuators // ASME Journal of Applied Mechanics. 1990. Vol. 57. No. 2. Pp. 434–441.
5. **Donoso A., Bellido J.C.** Systematic design of distributed piezoelectric modal sensors/actuators for rectangular plates by optimizing the polarization profile // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2009. Vol. 38. No. 4. Pp. 347–356.
6. **Stubener U., Gaul L.** Modal vibration control for PVDF coated plates // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. 2000. Vol. 11. No. 4. Pp. 283–293.
7. **Hurlebaus S., Stubener U., Gaul L.** Vibration reduction of curved panels by active modal control // Computers and Structures. 2008. Vol. 86. No. 3-5. Pp. 251–257.
8. **Zenz G., Berger W., Gerstmayr J., Nader M., Krommer M.** Design of piezoelectric transducer arrays for passive and active modal control of thin plates // Smart Structures and Systems. 2013. Vol. 12. No. 5. Pp. 547–577.
9. **Fuller C.R., Elliot S.J., Nelson P.A.** Active control of vibration. London: Academic Press, 1996.
10. **Hansen C., Snyder S., Qiu X., Brooks L., Moreau D.** Active control of noise and vibration. 2nd ed. London: CRC Press, 2012.
11. **Preumont A.** Mechatronics: dynamics of electromechanical and piezoelectric systems. Dordrecht: Springer, 2006.
12. **Эйкхофф П., Ванечек А., Савараги Е. и др.** Современные методы идентификации систем. Пер. с англ. М.: Мир, 1983. 400 с.

Статья поступила в редакцию 05.03.2017, принята к публикации 22.03.2017.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**БЕЛЯЕВ Александр Константинович** — доктор физико-математических наук, профессор, директор Института проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.  
199178, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Большой проспект В.О., 61.  
vice.ipme@gmail.com

**ПОЛЯНСКИЙ Владимир Анатольевич** — доктор технических наук, профессор кафедры систем и технологий управления Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.  
195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
vapol@mail.ru

**СМИРНОВА Нина Анатольевна** — кандидат технических наук, доцент кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.  
195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
nina-mpru@mail.ru

**ФЕДОТОВ Александр Васильевич** — аспирант Института проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.  
199178, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Большой проспект В.О., 61.  
alvafed@yandex.ru



## REFERENCES

- [1] A.K. Belyayev, V.N. Kotov, V.A. Polyanskiy, N.A. Smirnova, Biomorfnoye upravleniye v zadache ob aktivnom podavlenii kolebaniy [Biomorphic control in the problems on active oscillation suppression], Vestnik Sankt-Peterburgskogo Universiteta, Physics, Mechanics, Astronomy (1) (2014) 59–68.
- [2] L.A. Gould, M.A. Murray-Lasso, On the modal control of distributed parameter systems with distributed feedback, IEEE Transactions on Automatic Control. 11 (4) (1966) 729–737.
- [3] L. Meirovitch, Dynamics and control of structures, New York, John Wiley & Sons, 1990.
- [4] C.-K. Lee, F.C. Moon, Modal sensors/actuators, ASME Journal of Applied Mechanics. 57(2) (1990) 434–441.
- [5] A. Donoso, J.C. Bellido, Systematic design of distributed piezoelectric modal sensors/actuators for rectangular plates by optimizing the polarization profile, Structural and Multidisciplinary Optimization. 38 (4) (2009) 347–356.
- [6] U. Stübener, L. Gaul, Modal vibration control for PVDF coated plates, Journal of Intelligent Material Systems and Structures. 11(4) (2000) 283–293.
- [7] S. Hurlebaus, U. Stübener, L. Gaul, Vibration reduction of curved panels by active modal control, Computers and Structures. 86 (3-5) (2008) 251–257.
- [8] G. Zenz, W. Berger, J. Gerstmayr, et al., Design of piezoelectric transducer arrays for passive and active modal control of thin plates, Smart Structures and Systems. 12(5) (2013) 547–577.
- [9] C.R. Fuller, S.J. Elliot, P.A. Nelson, Active control of vibration, Academic Press, 1996.
- [10] C. Hansen, S. Snyder, X. Qiu, et al., Active control of noise and vibration, 2nd ed., CRC Press, 2012.
- [11] A. Preumont, Mechatronics: dynamics of electromechanical and piezoelectric systems, Springer, 2006.
- [12] P. Eykhoff, A. Vanechek, E. Savaragi, et al., Sovremennyye metody identifikatsii system [Modern methods of system identification], Moscow, Mir, 1983.

Received 05.03.2017, accepted 22.03. 2017.

## THE AUTHORS

**BELIAEV Alexander K.**

*Institute for Problems of Mechanical Engineering RAS*

61 Bolshoi Ave. V.O., St. Petersburg, 199178, Russian Federation

vice.ipme@gmail.com

**POLYANSKIY Vladimir A.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

vapol@mail.ru

**SMIRNOVA Nina A.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

nina-mpu@mail.ru

**FEDOTOV Alexander V.**

*Institute for Problems of Mechanical Engineering RAS*

61 Bolshoy Ave. V.O., St. Petersburg, 199178, Russian Federation

alvafed@yandex.ru

DOI: 10.18721/JPM.10208

УДК 539.3

## СИММЕТРИЗАЦИЯ ТЕНЗОРА ЭФФЕКТИВНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ДЛЯ СРЕД С АНИЗОТРОПНОЙ ПОВРЕЖДЕННОСТЬЮ

**А.С. Семенов**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Санкт-Петербург, Российская Федерация

Предложена единообразная форма представления процедуры симметризации тензора эффективных напряжений, содержащая классические аддитивную и мультипликативную схемы как частные случаи. Проведено сравнение различных вариантов симметризации тензора эффективных напряжений для однонаправленного поврежденного материала с параллельными микротрещинами и для двунаправленного поврежденного материала с системой ортогональных микротрещин. Предложена процедура идентификации анизотропной поврежденности на основе методов акустической эмиссии.

**Ключевые слова:** континуальная механика повреждений; тензор поврежденности; тензор эффективных напряжений; анизотропия; моделирование; идентификация

**Ссылка при цитировании:** Семенов А.С. Симметризация тензора эффективных напряжений для сред с анизотропной поврежденностью // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. Т. 10. № 2. С. 82–98. DOI: 10.18721/JPM.10208

## SYMMETRIZATION OF THE EFFECTIVE STRESS TENSOR FOR ANISOTROPIC DAMAGED CONTINUA

**A.S. Semenov**

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

A uniform formulation of the effective stress tensor symmetrization procedure has been proposed. This form contains the classical additive and multiplicative symmetrization schemes as particular cases. Different options of symmetrization of the effective stress tensor for the unidirectionally damaged material with parallel microcracks and for the bidirectionally damaged material with a system of orthogonal microcracks were compared. The differences in any forms of the effective stress tensor were second-order infinitesimals for low damage levels. The differences in predictions from considered symmetrization schemes increased with the growth of the damage level and with that of the differences between the eigenvalues of damage. An identification procedure for anisotropic damage was proposed on the basis of acoustic emission methods and then it was discussed.

**Key words:** continuum damage mechanics; damage tensor; effective stress tensor; anisotropy; simulation; identification

**Citation:** A.S. Semenov, Symmetrization of the effective stress tensor for anisotropic damaged continua, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 10(2) (2017) 82–98. DOI: 10.18721/JPM.10208

### Введение

Тензор эффективных напряжений (ТЭН) является одним из центральных понятий механики континуальных повреждений

(МКП). Он был введен для одномерного случая в первых работах по механике поврежденного континуума Л.М. Качановым [1] и Ю.Н. Работновым [2]. Возникновение



и эволюция микродефектов (микротрещины и микропоры) приводит к сокращению эффективной площади несущих элементов квазиконтинуума, что в свою очередь приводит к эффекту возрастания внутренних напряжений (называемых эффективными), которые на макроуровне могут рассматриваться в качестве осреднения реально действующих на микроуровне напряжений в материале. Поэтому формулировки феноменологических определяющих уравнений, используемые в рамках МКП, как правило, связаны с заменой традиционного тензора напряжений Коши тензором эффективных напряжений.

Среди многочисленных обзоров отечественных и зарубежных исследований, выполненных с использованием МКП, следует упомянуть работы [3 – 7], отражающие современное состояние и обладающие полнотой охвата ключевых аспектов. Возможности МКП были продемонстрированы при анализе процессов ползучести [5 – 10], пластичности [6, 11, 12], усталости [13 – 17, 6], комбинации усталости и ползучести [6, 18], термоусталости [18] и хрупкого разрушения [19, 20, 6, 7].

В зависимости от характера пространственного и ориентационного распределения микродефектов могут использоваться скалярные [1, 2, 8, 21 и др.], векторные [22 – 24] и тензорные (второго [8, 25 – 28 и др.], четвертого [29 – 31] и восьмого [32] рангов) параметры поврежденности. Возможны также различные подходы к определению тензора поврежденности:

на основе спектрального представления в собственном базисе, с заданием главных значений как относительных площадей дефектов в соответствующих направлениях [26];

на основе анализа морфологии микротрещин [25];

как к коэффициенту разложения в обобщенном ряду Фурье для ориентационного распределения плотности микродефектов [5, 28];

путем введения эквивалентной нагруженной псевдонеповрежденной конфигурации и анализа соответствующего градиента деформаций [28] (геометрический подход).

Следует отметить, что использование тензора поврежденности второго ранга позволяет лишь описать поведение ортотропных материалов, но не более сложных групп симметрии. Однако ортотропного приближения оказывается вполне достаточно для широко распространенного на практике случая, когда повреждения вызваны микро-растрескиванием, ориентационные свойства которого определяются направлением действия максимальных растягивающих напряжений.

В общем случае ТЭН, соответствующий тензору поврежденности второго ранга, оказывается несимметричным [26]. Корректное использование несимметричного тензора напряжений приводит к необходимости рассмотрения моделей сред Коссера и/или микрополярных сред. Для того чтобы избежать значительного усложнения модели, в ряде работ предлагается симметризовать полученный несимметричный тензор. В литературе предложены различные варианты симметризации ТЭН [26, 33, 34].

Целью данного исследования является сравнительный анализ различных вариантов симметризации ТЭН и последующий поиск единой однопараметрической формулировки, содержащей известные определения в качестве частных случаев.

### Тензор эффективных напряжений

**Изотропная поврежденность.** В простейшем случае при одноосном растяжении силой  $F$  прямолинейного стержня поперечной площади  $S$ , часть которой  $S_d$  занимают микродефекты, эффективное напряжение  $\bar{\sigma}$  (действует в неповрежденном материале вне пустот) определяется из условия

$$F = \sigma S = \bar{\sigma} \bar{S} = \bar{\sigma} (S - S_d).$$

Если ввести поврежденность как долю площади поперечного сечения стержня, занятую дефектами  $D = S_d / S$ , то эффективное напряжение  $\bar{\sigma} = F / \bar{S}$  выразится через традиционное понятие напряжения  $\sigma = F / S$  равенством

$$\bar{\sigma} = \sigma / (1 - D).$$

В общем случае при многоосном напряженном состоянии изотропного по-



врежденного материала также используется скалярный параметр поврежденности  $D$  ( $0 \leq D \leq 1$ ). Тогда ТЭН определяется следующим выражением:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{1-D} \sigma. \quad (1)$$

Поврежденность при этом представляет собой поверхностную плотность микродефектов и определяется равенством

$$D = \delta S_D / \delta S,$$

где  $\delta S_D$  – площадь дефектов на произвольно ориентированной элементарной площадке  $\delta S$ . При отсутствии повреждений ( $D = 0$ ) ТЭН  $\bar{\sigma}$  идентичен тензору напряжений Коши  $\sigma$ .

При использовании гипотезы эквивалентности деформаций ( $\bar{\epsilon} = \epsilon$ ) тензор упругих модулей поврежденной среды  ${}^4\bar{C}^e$  (для которого в упругом состоянии справедливо выражение  $\bar{\sigma} = {}^4\bar{C}^e \cdot \cdot \epsilon$ ) связан с тензором начальных модулей упругости (неповрежденного материала)  ${}^4C^e$  (для которого  $\sigma = {}^4C^e \cdot \cdot \epsilon$ ) равенством

$${}^4\bar{C}^e = (1-D) {}^4C^e. \quad (2)$$

Альтернативное представление можно получить в случае использования гипотезы эквивалентности (упругих) энергий; оно имеет вид

$${}^4\bar{C}^e = (1-D)^2 {}^4C^e. \quad (3)$$

**Анизотропная поврежденность.** Элементарная ориентированная площадка  $n\delta S$  в актуальной конфигурации трансформируется в эквивалентной нагруженной псевдонеповрежденной конфигурации в  $\bar{n}\delta\bar{S}$ . Аналогично рассмотренному выше одномерному случаю, симметричный тензор поврежденности  $D$  можно ввести как элемент оператора линейного преобразования  $n\delta S$  в  $\bar{n}\delta\bar{S}$ :

$$(1-D) \cdot n\delta S = \bar{n}\delta\bar{S},$$

где  $\mathbf{1}$  – единичный тензор.

Использование поврежденности в виде тензора второго ранга позволяет учесть анизотропию процесса накопления повреждений (возникновение и рост микро трещин перпендикулярно направлению

действия максимальных главных напряжений). Вследствие условия совпадения результирующих векторов «традиционных» и эффективных напряжений, приходим к соотношению

$$\sigma \cdot n\delta S = \bar{\sigma} \cdot \bar{n}\delta\bar{S},$$

откуда можем определить ТЭН [9]:

$$\bar{\sigma} = \sigma \cdot (1-D)^{-1}. \quad (4)$$

В общем случае ТЭН, введенный определением (4), оказывается несимметричным. Симметричность наблюдается при изотропной поврежденности  $D = D\mathbf{1}$ , а также при соосности тензора напряжений  $\sigma$  и тензора поврежденности  $D$ .

В общем случае, не ограниченном рассмотрением только тензоров поврежденности второго ранга, связь между эффективными и традиционными напряжениями осуществляется с помощью тензора влияния поврежденности четвертого ранга  ${}^4M$  и представляет собой линейное преобразование общего вида [32]:

$$\bar{\sigma} = {}^4M \cdot \cdot \sigma. \quad (5)$$

Для рассмотренных случаев изотропной (1) и анизотропной (4) поврежденностей тензоры влияния определяются следующими выражениями:

$${}^4M = \frac{1}{2(1-D)} (\mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \mathbf{1} \otimes \mathbf{1}), \quad (6)$$

$${}^4M = \frac{1}{2} [\mathbf{1} \otimes (\mathbf{1}-D)^{-1} + \mathbf{1} \otimes (\mathbf{1}-D)^{-1}], \quad (7)$$

где использованы символы непрямого диадного умножения

$$(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})_{ijkl} = A_{ik} B_{jl}, \quad (\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})_{ijkl} = A_{il} B_{jk}.$$

Появление двух слагаемых в правых частях выражений (4) и (5) обусловлено учетом симметрии тензора

$$\sigma = \sigma^S = (1/2)(\sigma + \sigma^T),$$

где  $(\dots)^S$  и  $(\dots)^T$  – операции симметризации и транспонирования (перестановки индексов) тензора второго ранга.

Например, при получении выражения (4), как следствие формулы (1) имеем:  
 $(1-D) \bar{\sigma} = \sigma = \mathbf{1} \cdot \sigma \cdot \mathbf{1} = \mathbf{1} \cdot (1/2)(\sigma + \sigma^T) \cdot \mathbf{1} =$

$$\begin{aligned}
 &= \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j (1/2) (\delta_{ik} \sigma_{km} \delta_{mj} + \delta_{ik} \sigma_{mk} \delta_{mj}) = \\
 &= \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j (1/2) (\delta_{ik} \delta_{mj} + \delta_{im} \delta_{kj}) \sigma_{km} = \\
 &= (1/2) (\mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \mathbf{1} \otimes \mathbf{1}) \cdot \boldsymbol{\sigma},
 \end{aligned}$$

где  $\delta_{ik}$  – символ Кронекера,  $\otimes$  – символ прямого диадного умножения

$$(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})_{ijkl} = A_{ij} B_{kl}.$$

При использовании гипотезы эквивалентности деформаций тензор упругих модулей поврежденной среды  ${}^4\bar{\mathbf{C}}^e$  связан с тензором начальных модулей упругости  ${}^4\mathbf{C}^e$  равенством

$${}^4\bar{\mathbf{C}}^e = {}^4\mathbf{M}^{-1} \cdot {}^4\mathbf{C}^e. \quad (8)$$

В случае использования гипотезы эквивалентности энергий получается равенство

$${}^4\bar{\mathbf{C}}^e = {}^4\mathbf{M}^{-1} \cdot {}^4\mathbf{C}^e \cdot {}^4\mathbf{M}^{-T}. \quad (9)$$

### Симметризация тензора эффективных напряжений

**Явные схемы.** Простейший вариант симметризации ТЭН, предложенный С. Мураками и Н. Оно [26], связан с вычислением симметричной части от тензора второго ранга, фигурирующего в правой части равенства (4):

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{2} [(\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1}]. \quad (10)$$

Тензор влияния поврежденности может быть получен как прямое следствие формулы тензора (10) в виде

$$\begin{aligned}
 {}^4\mathbf{M} = \frac{1}{4} [ &\mathbf{1} \otimes (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1} + \mathbf{1} \otimes (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1} + \\
 &+ (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1} \otimes \mathbf{1} + (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1} \otimes \mathbf{1} ].
 \end{aligned} \quad (11)$$

Матрица, соответствующая тензору влияния поврежденности (11), в главных осях  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$  тензора поврежденности

$$\mathbf{D} = D_1 \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{n}_1 + D_2 \mathbf{n}_2 \otimes \mathbf{n}_2 + D_3 \mathbf{n}_3 \otimes \mathbf{n}_3$$

имеет вид:

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{66} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где диагональные элементы, связывающие нормальные и касательные компоненты напряжений, определяются выражениями различной структуры:

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= \frac{1}{1 - D_1}, \\
 M_{44} &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1 - D_1} + \frac{1}{1 - D_2} \right).
 \end{aligned} \quad (13)$$

Элементы матрицы  $M_{22}$  и  $M_{33}$  вычисляются аналогично  $M_{11}$ . Элементы  $M_{55}$  и  $M_{66}$  находятся аналогично  $M_{44}$ , – на основе циклической перестановки индексов  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \dots$ .

Матрица (12) является диагональной, благодаря выбору системы координат, связанной с главными осями  $\mathbf{D}$ . В общем случае для произвольной системы координат она будет отлична от диагональной.

При получении матрицы  $[\mathbf{M}]$  (12) была принята очередность индексов, соответствующая следующему порядку перечисления компонент тензора напряжений:

$$\{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}\}.$$

Альтернативный вариант симметризации (4) был предложен в работе [33]:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2}. \quad (14)$$

В случае соосности тензора напряжений и тензора поврежденности оба определения (10) и (14) совпадают.

Тензор влияния, соответствующий процедуре мультипликативной симметризации (14), имеет вид:

$$\begin{aligned}
 {}^4\mathbf{M} = \frac{1}{2} [ &(\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2} \otimes (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2} + \\
 &+ (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2} \otimes (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2} ].
 \end{aligned} \quad (15)$$

Матрица, соответствующая тензору влияния (15), в главных осях тензора поврежденности допускает представление также в виде диагональной матрицы (12), компоненты которой вычисляются на основе выражений:

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= \frac{1}{1 - D_1}, \\
 M_{44} &= \frac{1}{\sqrt{(1 - D_1)(1 - D_2)}}.
 \end{aligned} \quad (16)$$

Так же, как и в предыдущем случае, элементы матрицы  $M_{22}$  и  $M_{33}$  вычисляются аналогично  $M_{11}$ , а элементы  $M_{55}$  и  $M_{66}$  находятся аналогично  $M_{44}$ , на основе циклической перестановки индексов  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \dots$ . Следует отметить, что выражения для  $M_{11}$  в (13) и (16) совпадают.

В дальнейшем, для удобства изложения материала, преобразование, связанное с равенством (10), будем называть аддитивной симметризацией, а с равенством (14) – мультипликативной симметризацией.

В данной работе предлагается использовать единое универсальное представление для симметризованного ТЭН, содержащее варианты (10) и (14) как частные случаи. Предлагаемое представление имеет следующий вид:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2}[(1-D)^{-a} \cdot \sigma \cdot (1-D)^{-(1-a)} + (1-D)^{-(1-a)} \cdot \sigma \cdot (1-D)^{-a}], \quad (17)$$

где  $a$  – безразмерный скалярный параметр, изменяющийся в диапазоне от 0 до 1.

При  $a = 0$  или 1 получаем процедуру аддитивной симметризации (10), при  $a = 1/2$  – процедуру мультипликативной симметризации (14).

Тензор влияния, соответствующий обобщенной процедуре симметризации (17), имеет вид

$${}^4M = \frac{1}{4}[(1-D)^{-a} \bar{\otimes} (1-D)^{-(1-a)} + (1-D)^{-a} \underline{\otimes} (1-D)^{-(1-a)} + (1-D)^{-(1-a)} \bar{\otimes} (1-D)^{-a} + (1-D)^{-(1-a)} \underline{\otimes} (1-D)^{-a}]. \quad (18)$$

Матрица для тензора влияния (18), в главных осях тензора поврежденности определяется матрицей диагонального вида (12), где

$$M_{11} = \frac{1}{1-D_1},$$

$$M_{44} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{(1-D_1)^a (1-D_2)^{1-a}} + \frac{1}{(1-D_1)^{1-a} (1-D_2)^a} \right]. \quad (19)$$

$M_{22}$  и  $M_{33}$  вычисляются аналогично  $M_{11}$ , так же как и  $M_{55}$  и  $M_{66}$  находятся аналогично  $M_{44}$ , на основе циклической перестановки индексов  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \dots$ .

В качестве дальнейшего обобщения представления (17) можно рассмотреть такое двухпараметрическое представление:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2}[(1-D)^{-a} \cdot \sigma \cdot (1-D)^{-b} + (1-D)^{-b} \cdot \sigma \cdot (1-D)^{-a}]. \quad (20)$$

Оно содержит выражение (17) при  $b = 1 - a$  как частный случай. Процедура симметризации (20) позволяет учесть вариант ТЭН, предложенный Беттенем в статье [27], имеющий вид

$$\bar{\sigma} = (1-D)^{-1} \cdot \sigma \cdot (1-D)^{-1},$$

а также независимость в выборе показателей в степенях напряжений  $\sigma$  и тензора сплошности  $\Psi = 1 - D$  в обобщенных формулировках определяющих уравнений ползучести [8].

Тензор влияния, соответствующий двухпараметрической процедуре симметризации (20), определяется следующим равенством:

$${}^4M = \frac{1}{4}[(1-D)^{-a} \bar{\otimes} (1-D)^{-b} + (1-D)^{-a} \underline{\otimes} (1-D)^{-b} + (1-D)^{-b} \bar{\otimes} (1-D)^{-a} + (1-D)^{-b} \underline{\otimes} (1-D)^{-a}]. \quad (21)$$

**Неявные схемы.** В работах [33, 34] рассматривается возможность неявного задания ТЭН в виде решения следующего уравнения:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2}[(1-D) \cdot \bar{\sigma} + \bar{\sigma} \cdot (1-D)]. \quad (22)$$

Условия для определения симметричного ТЭН, получаемого путем неявной аддитивной симметризации (22), обсуждаются в работе [34].

При введении предположения о симметричности ТЭН, которое выражается как

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}^T = (1/2)(\bar{\sigma} + \bar{\sigma}^T),$$

тензор влияния определяется в следующем виде:

$${}^4M = \left[ \frac{1}{2}(\bar{1} \otimes \bar{1} + \underline{1} \otimes \underline{1}) - \right] \quad (23)$$



$$-\frac{1}{4}(\mathbf{1} \otimes \mathbf{D} + \mathbf{1} \otimes \mathbf{D} + \mathbf{D} \otimes \mathbf{1} + \mathbf{D} \otimes \mathbf{1}) \Big]^{-1}. \quad (23)$$

Матрица, соответствующая тензору влияния (23), в главных осях тензора поврежденности имеет вид (12), где

$$\begin{aligned} M_{11} &= \frac{1}{1 - D_1}, \\ M_{44} &= \frac{1}{1 - \frac{D_1 + D_2}{2}}. \end{aligned} \quad (24)$$

Как и в предыдущих случаях, элементы матрицы  $M_{22}$  и  $M_{33}$  вычисляются аналогично  $M_{11}$ , а элементы  $M_{55}$  и  $M_{66}$  находятся аналогично  $M_{44}$ , на основе циклической перестановки индексов  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \dots$ .

Неявная мультипликативная симметризация определяется выражением

$$\sigma = (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2} \cdot \bar{\sigma} \cdot (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{-1/2}. \quad (25)$$

Очевидно, что данное определение не отличается от варианта явной мультипликативной симметризации (14).

В качестве обобщения неявных схем симметризации (22) и (25) может рассматриваться однопараметрическое представление следующего вида:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{2}[(\mathbf{1} - \mathbf{D})^a \cdot \bar{\sigma} \cdot (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{1-a} + \\ &+ (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{1-a} \cdot \bar{\sigma} \cdot (\mathbf{1} - \mathbf{D})^a], \end{aligned} \quad (26)$$

где  $a$  — безразмерный скалярный параметр, изменяющийся в диапазоне от 0 до 1 (как и для представления (17)).

При  $a = 0$  (или  $a = 1$ ) получаем процедуру аддитивной симметризации (22), при  $a = 1/2$  — процедуру мультипликативной симметризации (25).

Тензор влияния, соответствующий обобщенной процедуре симметризации (26), имеет вид:

$$\begin{aligned} {}^4\mathbf{M} &= 4[(\mathbf{1} - \mathbf{D})^a \otimes (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{1-a} + \\ &+ (\mathbf{1} - \mathbf{D})^a \otimes (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{1-a} + (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{1-a} \otimes (\mathbf{1} - \mathbf{D})^a + \\ &+ (\mathbf{1} - \mathbf{D})^{1-a} \otimes (\mathbf{1} - \mathbf{D})^a]^{-1}. \end{aligned} \quad (27)$$

Матрица влияния, записанная в главных осях тензора поврежденности, имеет вид (12), где

$$M_{11} = \frac{1}{1 - D_1}, \quad (28)$$

$$\begin{aligned} M_{44} &= 2[(1 - D_1)^a (1 - D_2)^{1-a} + \\ &+ (1 - D_1)^{1-a} (1 - D_2)^a]^{-1}. \end{aligned}$$

Как и для вышеприведенных случаев,  $M_{22}$  и  $M_{33}$  вычисляются аналогично  $M_{11}$ , так же как и  $M_{55}$  и  $M_{66}$  находятся аналогично  $M_{44}$ , на основе циклической перестановки индексов  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \dots$ .

Возможность явного выполнения инверсии, присутствующей в тензоре (27), реализована при вычислении элементов матрицы (28), благодаря диагональному виду матрицы влияния (12) в главных осях тензора поврежденности.

### Сравнительный анализ различных вариантов симметризации

Сравнение результатов, получаемых с использованием различных процедур явной (см. формулы (10), (14), (17)) и неявной (формулы (22), (25), (26)) симметризации, осуществлялось для двух идеализированных вариантов поврежденного материала с различной микроструктурой:

система одинаково ориентированных (параллельных) микротрещин (вертикальных или наклонных, см. рис. 1, а, б), периодически повторяющихся в двух направлениях;

система ортогональных микротрещин различной длины в каждом из направлений (см. рис. 1, в), периодическая в двух направлениях.

На макроуровне материал рассматривается как однородный. Информация о микроструктуре на макроуровне учитывается только путем введения тензора поврежденности. Тензорный характер поврежденности обеспечивает возможность учета анизотропии свойств начально изотропного материала.

**Система параллельных микротрещин.** Тензор поврежденности в рассматриваемом случае (см. рис. 1, б) имеет вид

$$\mathbf{D} = D_1 \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{n}_1, \quad (29)$$

где  $D_1$  — максимальное собственное значение тензора поврежденности ( $0 \leq D_1 \leq 1$ ),

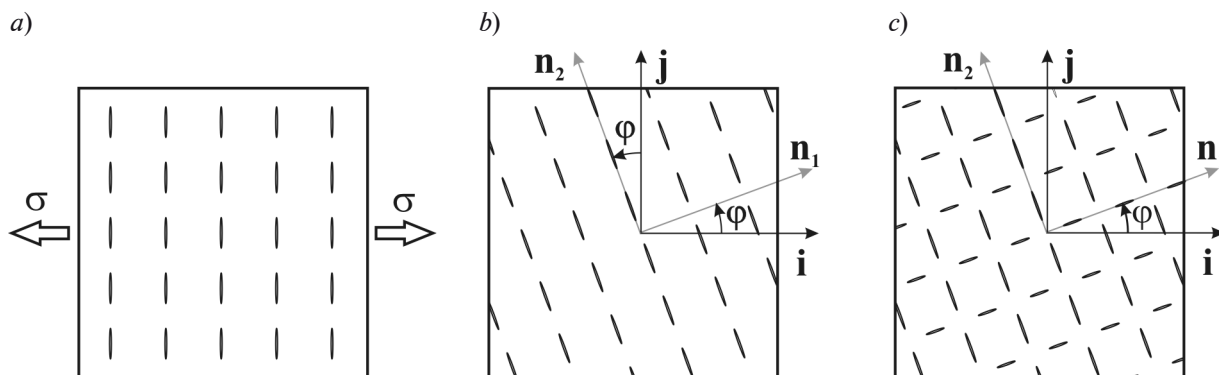


Рис. 1. Идеализированные варианты материала с повреждениями: представлены системы вертикальных (а), односторонне направленных, наклонных (b) и ортогональных (с) микротрещин

определяемое соотношением между длиной микротрещины и размером неповрежденной перемычки (расстояние между ближайшими вершинами соседних коллинеарных трещин);  $\mathbf{n}_1$  — нормаль к берегам микротрещин.

Особый интерес представляет простейший случай системы вертикальных микротрещин (рис. 1, а, где  $\varphi = 0$ ,  $\mathbf{D} = D_1 \mathbf{i} \otimes \mathbf{i}$ ), допускающий наглядную интерпретацию результатов. При одноосном растяжении макрообразца в направлении, перпендикулярном ориентации микротрещин, в нем на макроуровне будет реализовано одноосное однородное напряженное состояние; тензор напряжений выражается как

$$\boldsymbol{\sigma} = \sigma_{11} \mathbf{i} \otimes \mathbf{i}.$$

Этот тензор является соосным с тензором поврежденности. В данном случае прогнозы всех рассмотренных выше аддитивных и мультипликативных явных и неявных процедур симметризации ТЭН совпадают:

$$\bar{\sigma}_{11} = \frac{\sigma_{11}}{1 - D_1}. \quad (30)$$

Этот очевидный результат можно было получить и из сопоставления матриц влияния  $[\mathbf{M}]$  для рассматриваемых вариантов определения ТЭН. Все матрицы (13), (16), (19), (24) и (28) в главных осях тензора поврежденности имеют одинаковые первые диагональные элементы  $M_{11}$ .

Аналогичное утверждение справедливо также для второго и третьего диагональных

элементов. Отличия наблюдаются только в четвертом, пятом и шестом диагональных элементах матриц влияния. Это указывает на возможность появления различий при сдвиговом воздействии.

При плоском чистом сдвиге, тензор напряжений которого имеет вид

$$\boldsymbol{\sigma} = \tau_{12} (\mathbf{i} \otimes \mathbf{j} + \mathbf{j} \otimes \mathbf{i}),$$

наблюдается различие в прогнозах ТЭН.

Формулы для вычисления отношений  $\bar{\tau}_{12} / \tau_{12}$ , полученных как величины  $M_{44}$  при  $D_1 \neq 0$  и  $D_2 = 0$ , для всех рассмотренных выше аддитивных и мультипликативных, явных и неявных процедур симметризации представлены в таблице. На основе полученных соотношений проведено сравнение различных схем симметризации, результаты которого показаны на рис. 2.

Наибольшие абсолютные значения отношения  $\bar{\tau}_{12} / \tau_{12}$  наблюдаются для явной аддитивной схемы симметризации (10) (см. рис. 2, а) во всем диапазоне изменения поврежденности. Наименьшие значения  $\bar{\tau}_{12} / \tau_{12}$  соответствуют неявной аддитивной схеме симметризации (22). Кривые, соответствующие мультипликативной симметризации (явная (14) и неявная (25) схемы дают в этом случае совпадающий результат), занимает промежуточное положение (рис. 2, а).

В отличие от явной, неявная схема аддитивной симметризации не демонстрирует сингулярности  $\bar{\tau}_{12} / \tau_{12}$  при стремлении  $D_1$  к единице.

Таблица

Отношения  $\bar{\tau}_{12} / \tau_{12}$  при плоском чистом сдвиге в системе вертикальных микротрещин

| Процедура симметризации ТЭН |                   | Базовая формула | $\bar{\tau}_{12} / \tau_{12}$                                                  | Номер кривой на рис. 2 |
|-----------------------------|-------------------|-----------------|--------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| Явная                       | аддитивная        | (10)            | $\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{1 - D_1} \right)$                             | 1                      |
|                             | мультипликативная | (14)            | $\frac{1}{\sqrt{1 - D_1}}$                                                     | 2                      |
|                             | обобщенная        | (17)            | $\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{(1 - D_1)^a} + \frac{1}{(1 - D_1)^{1-a}} \right]$ | 4                      |
| Неявная                     | аддитивная        | (22)            | $\frac{1}{1 - D_1 / 2}$                                                        | 3                      |
|                             | мультипликативная | (25)            | $\frac{1}{\sqrt{1 - D_1}}$                                                     | —                      |
|                             | обобщенная        | (26)            | $\frac{2}{(1 - D_1)^a + (1 - D_1)^{1-a}}$                                      | 5                      |

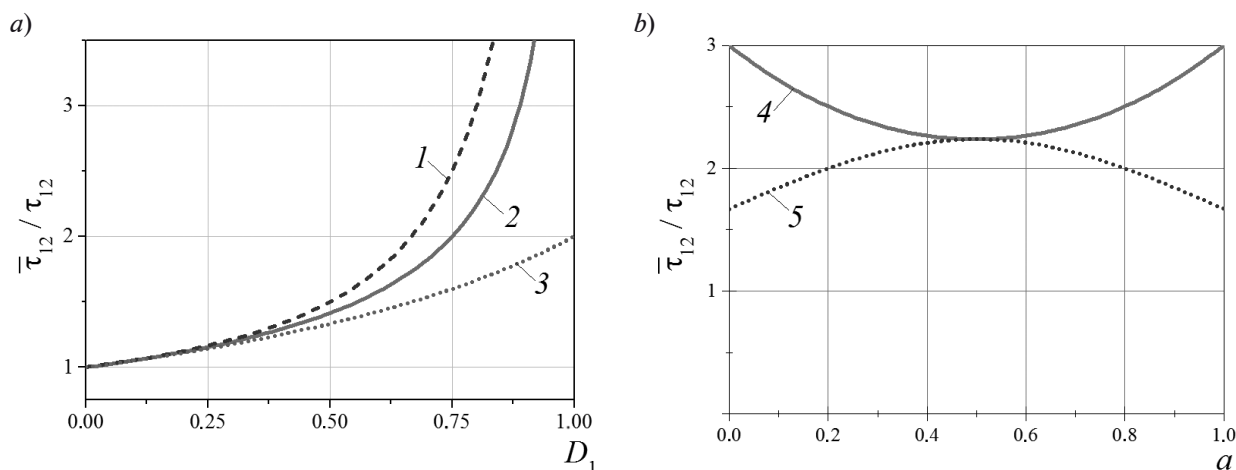


Рис. 2. Зависимость величины  $\bar{\tau}_{12} / \tau_{12}$  от поврежденности  $D_1$  (a) и параметра  $a$  (при значении  $D_1 = 0,8$ ) (b) в системе вертикальных микротрещин для различных вариантов симметризации тензора эффективных напряжений (см. таблицу)

Следует отметить, что сравнение вторых инвариантов ТЭН для рассмотренных схем симметризации со вторым инвариантом несимметричного ТЭН (4) указало на то, что наиболее близкий к (4) прогноз дается явной аддитивной схемой (10).

Результаты анализа влияния параметра  $a$  на отношение  $\bar{\tau}_{12} / \tau_{12}$  при фиксированном значении  $D_1 = 0,8$  показаны на рис. 2, b.

Наибольшие различия значений  $\bar{\tau}_{12} / \tau_{12}$  в явной (17) и неявной (26) схемах симметризации ТЭН наблюдаются при  $a = 0$  и  $a = 1$  (соответствуют случаю аддитивной симметризации) и составляют 45 %. Различия между аддитивной и мультипликативной процедурами явной симметризации составляет 25 %. С ростом уровня поврежденности  $D_1$  указанные различия будут расти



(см. рис. 2, *a*). Важно отметить, что отношение  $\bar{\tau}_{12} / \tau_{12}$  при явной симметризации всегда не меньше, чем при неявной.

В отличие от случая вертикальных микротрещин (см. рис. 1, *a*,  $\varphi = 0$ ), при анализе материала с наклонными микротрещинами (рис. 1, *b*,  $\varphi \neq 0$ ), при одноосном растяжении представительного объема, ТЭН будет содержать не одну, а три ненулевых компоненты, и для каждой из них будут наблюдаться различия в прогнозах процедур симметризации. Результаты вычисления отношения  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  при одноосном нагружении, когда

$$\sigma = \sigma_{11} \mathbf{i} \otimes \mathbf{i}, \quad \mathbf{D} = D_1 \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{n}_1,$$

для рассмотренных явных (17) и неявных (26) методов симметризации определяются соответственно следующими уравнениями:

$$\frac{\bar{\sigma}_{11}}{\sigma_{11}} = \cos^4 \varphi \frac{1}{1 - D_1} + \sin^4 \varphi + \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \left[ \frac{1}{(1 - D_1)^a} + \frac{1}{(1 - D_1)^{1-a}} \right], \quad (31)$$

$$\frac{\bar{\sigma}_{11}}{\sigma_{11}} = \cos^4 \varphi \frac{1}{1 - D_1} + \sin^4 \varphi + \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \left[ \frac{4}{(1 - D_1)^a + (1 - D_1)^{1-a}} \right]. \quad (32)$$

Предельный анализ соотношений (31) и (32) при  $D_1 \rightarrow 0$  показал, что различия для любых вариантов ТЭН имеют второй порядок малости  $O(D_1^2)$ .

На рис. 3 представлено сравнение значений  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$ , полученных при помощи процедур явной аддитивной, явной мультипликативной и неявной аддитивной симметризации при различных значениях угла ориентации микротрещин  $\varphi$  и фиксированном значении  $D_1 = 0,8$ . Максимальное значение  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  (как и для рассмотренного выше случая  $\bar{\tau}_{12} / \tau_{12}$  (см. рис. 2, *a*)) наблюдается для явной аддитивной схемы симметризации (10); наименьшее значение  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  соответствует неявной аддитивной схеме симметризации (22); мультипликативная симметризация (явная и неявные схемы дают совпадающий результат) занимает промежуточное положение (см. рис. 3). Максимальные различия значений  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  для явной и неявной схем симметризации наблюдаются при  $\varphi = 45^\circ$ .

Характер изменения отношения  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  с ростом поврежденности  $D_1$  для материала с наклонными микротрещинами в целом соответствует наблюдаемому для отношения  $\bar{\tau}_{12} / \tau_{12}$  (сравните рис. 4, *a* и 2, *a*). Однако различия между прогнозами для различных схем симметризации ТЭН в рассматриваемом

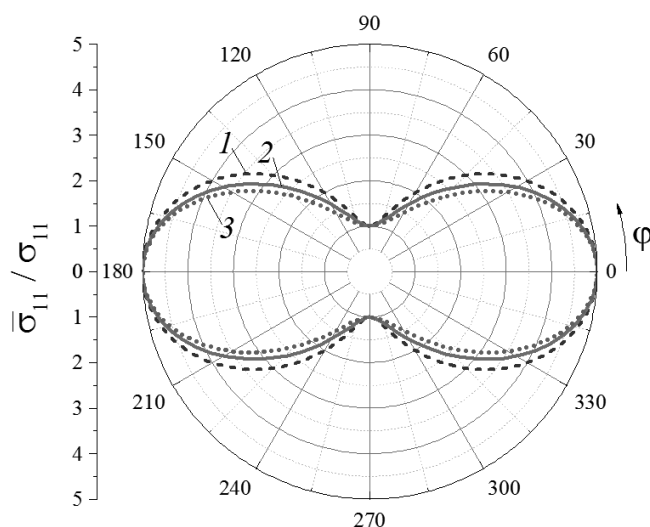


Рис. 3. Зависимости отношения  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  от угла  $\varphi$  ориентации наклонных микротрещин для трех вариантов симметризации тензора эффективных напряжений: явная аддитивная, представлена формулой (10) (кривая 1); явная мультипликативная, ф-ла (14) (2); неявная аддитивная, ф-ла (22) (3)

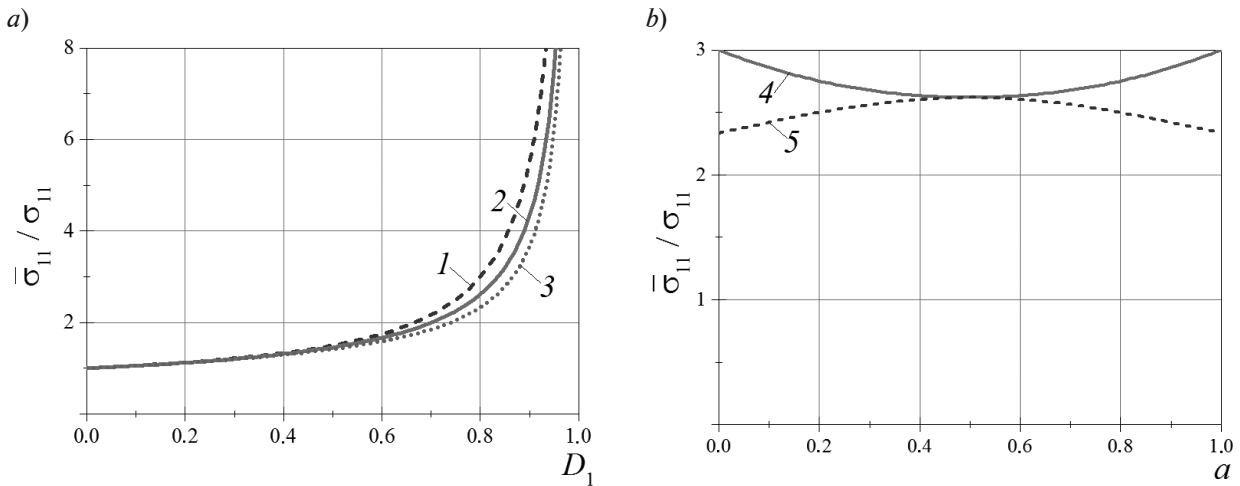


Рис. 4. Зависимости величины  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  от поврежденности  $D_1$  (a) и параметра  $a$  (при значении  $D_1 = 0,8$ ) (b) в системе наклонных микротрещин ( $\varphi = 45^\circ$ ) для различных вариантов симметризации тензора эффективных напряжений: явная аддитивная, представлена формулой (10) (кривая 1); явная мультипликативная, ф-ла (14) (2); неявная аддитивная, ф-ла (22) (3); явная, ф-ла (31) (4); неявная, ф-ла (32) (5)

мом случае ( $\varphi = 45^\circ$ ) менее значительные. Неявная аддитивная схема симметризации для  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  в отличие от  $\bar{\tau}_{12} / \tau_{12}$  демонстрируют сингулярное поведение  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  при стремлении  $D_1$  к единице.

Результаты анализа влияния параметра  $a$  на отношение  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  при фиксированных значениях параметров  $D_1 = 0,8$  и  $\varphi = 45^\circ$  для системы наклонных трещин показаны на рис. 4, b. Так же, как и в случае вертикальных микротрещин для  $\bar{\tau}_{12} / \tau_{12}$  (см. рис. 2, b), наибольшие различия в значениях  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  для явной (31) и неявной (32) схем симметризации наблюдаются при  $a = 0$  и  $a = 1$  (соответствуют случаю аддитивной симметризации ТЭН). Отношение  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  при явной симметризации ТЭН всегда не меньше, чем при неявной.

**Система ортогональных микротрещин.** Тензор поврежденности в рассматриваемом случае системы ортогональных микротрещин (см. рис. 1, c) имеет вид

$$\mathbf{D} = D_1 \mathbf{n}_1 \otimes \mathbf{n}_1 + D_2 \mathbf{n}_2 \otimes \mathbf{n}_2. \quad (33)$$

Величины  $D_1$  и  $D_2$  определяются соотношением между длинами трещин и промежутков между ними (расстояния между вершинами соседних коллинеарных трещин) в направлениях  $\mathbf{n}_1$  и  $\mathbf{n}_2$  соответственно.  $\mathbf{n}_1$  и  $\mathbf{n}_2$  —

это главные оси тензора поврежденности. Компоненты тензора поврежденности  $D_1$  и  $D_2$  удовлетворяют ограничениям

$$0 \leq D_1 \leq 1; \quad 0 \leq D_2 \leq 1.$$

Результаты вычисления отношения  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  для материала, поврежденного системой ортогональных микротрещин (см. рис. 1, c) с тензором  $\mathbf{D}$ , определяемым по формуле (33), при одноосном нагружении, когда тензор напряжений выражается как

$$\boldsymbol{\sigma} = \sigma_{11} \mathbf{i} \otimes \mathbf{i},$$

для рассмотренных ранее явных (17) и неявных (26) процедур симметризации определяются соответственно следующими уравнениями:

$$\frac{\bar{\sigma}_{11}}{\sigma_{11}} = \frac{\cos^4 \varphi}{1 - D_1} + \frac{\sin^4 \varphi}{1 - D_2} + \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \times \left[ \frac{1}{(1 - D_1)^a (1 - D_2)^{1-a}} + \frac{1}{(1 - D_2)^a (1 - D_1)^{1-a}} \right], \quad (34)$$

$$\frac{\bar{\sigma}_{11}}{\sigma_{11}} = \frac{\cos^4 \varphi}{1 - D_1} + \frac{\sin^4 \varphi}{1 - D_2} + \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \times \left[ \frac{4}{(1 - D_1)^a (1 - D_2)^{1-a} + (1 - D_2)^a (1 - D_1)^{1-a}} \right]. \quad (35)$$

Различие уравнений (34) и (35) состоит

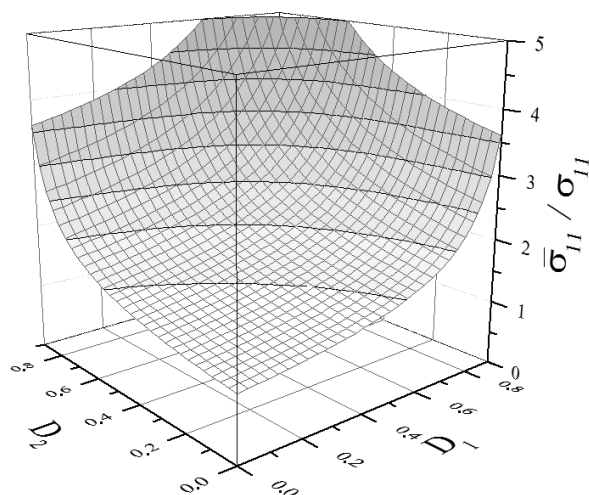


Рис. 5. Зависимость отношения  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  от параметров поврежденности  $D_1$  и  $D_2$  в системе ортогональных микротрещин при значении  $\varphi = 45^\circ$  для явной аддитивной симметризации (см. ф-лу (10))

только в выражениях, стоящих в квадратных скобках.

Используя неравенство

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y},$$

справедливое при  $x > 0, y > 0$ , несложно показать, что значение отношения  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$ ,

вычисленное на основе формулы (34), всегда больше или равно соответствующего значения, найденного по формуле (35). Ранее введенные равенства (31) и (32) входят как частные случаи в формулы (34) и (35) при  $D_2 = 0$ .

Сравнение значений  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$ , найденных с использованием формул (34) и (35), показало, что максимум отношения  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  наблюдается для явной аддитивной схемы симметризации (10) (частный случай (34) при  $a = 0$ ) при всех значениях угла  $\varphi$ ; минимальное значение  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  соответствует неявной аддитивной схеме симметризации (22) (частный случай (35) при  $a = 0$ ); мультипликативная симметризация (явная и неявная схемы дают совпадающий результат) занимает промежуточное положение. Максимальные различия значений  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  для явной и неявной схем симметризации ТЭН наблюдаются при  $\varphi = 45^\circ$ .

Характер изменения  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  с ростом поврежденностей  $D_1$  и  $D_2$  соответствует наблюдаемому для односторонне ориентированных микротрещин (см. рис. 4, а). Зависимость  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}(D_1, D_2)$  для явной аддитивной схемы симметризации ТЭН (10) показана на рис. 5.

Влияние  $D_2$  на угловое распределение

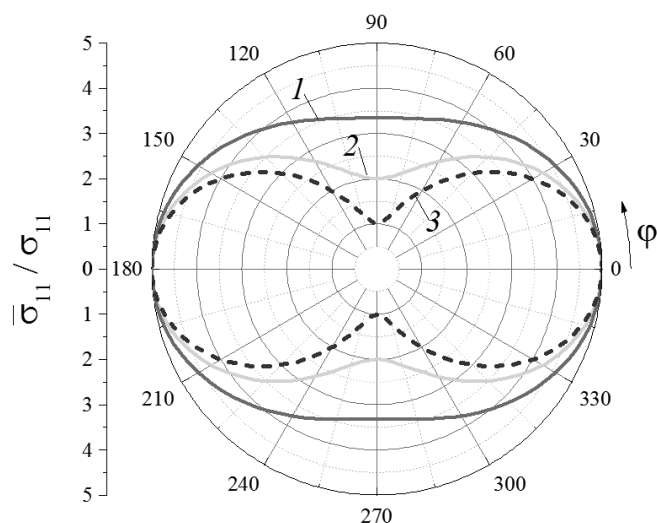


Рис. 6. Зависимости величины  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  от угла ориентации микротрещин для различных соотношений  $D_1$  и  $D_2$  при фиксированном значении  $D_1 = 0,8$ . Значение  $D_2 = 0,7$  (кривая 1),  $0,5$  (2),  $0,0$  (3)

$\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  при фиксированном значении  $D_1$  показано на рис. 6 для явной аддитивной схемы симметризации ТЭН (10). При стремлении значения  $D_2$  к  $D_1$  кривая  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  стремится к окружности, соответствующей случаю изотропной поврежденности.

Изолинии  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  на плоскости  $D_1 - D_2$  (рис. 7), построенные с использованием различных схем симметризации ТЭН, показывают, что различие в прогнозах увеличивается с ростом разницы между  $D_1$  и  $D_2$ . При  $D_1 = D_2$  прогнозы совпадают. Наибольшее расхождение наблюдается при односторонне ориентированных микротрещинах с  $D_1 = 0$  или  $D_2 = 0$  (см. рис. 7). Разброс по углам ориентации микротрещин сглаживает расхождение в прогнозах схем симметризации ТЭН.

Влияние скалярного параметра  $a$  на отношение  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  для материала, поврежденного системой ортогональных микротрещин, имеет характер, аналогичный ранее рассмотренному варианту односторонне ориентированных микротрещин (см. рис. 4, б). Значения отношения  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  при

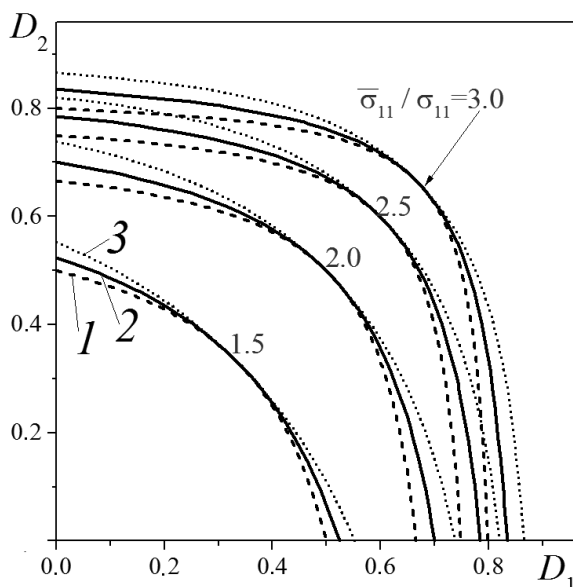


Рис. 7. Изолинии значений  $\bar{\sigma}_{11} / \sigma_{11}$  на плоскости  $D_1 - D_2$  для различных схем симметризации ТЭН: явная аддитивная, ф-ла (10) (кривая 1); явная мультипликативная, ф-ла (14) (2); неявная аддитивная, ф-ла (22) (3)

явной симметризации ТЭН всегда больше или равны соответствующим значениям при его неявной симметризации при любых допустимых значениях  $D_1$ ,  $D_2$  и  $\phi$ , что непосредственно следует из анализа вида соотношений (34) и (35).

### Идентификация компонент тензора поврежденности

Известные методы оценки поврежденности основаны на измерении физических величин [35]: модулей упругости и плотности материала, его микротвердости, скорости распространения в материале ультразвуковых волн, деформаций ускоренной стадии ползучести, электрического сопротивления материала и др.

При анализе анизотропной поврежденности представляются перспективными методы акустической эмиссии, основанные на измерении анизотропии акустоупругих свойств твердого тела [36, 37].

Фазовые скорости  $v$  распространения плоской монохроматической волны

$$\mathbf{u} = \mathbf{A} \exp ik(\mathbf{N} \cdot \mathbf{r} - vt)$$

в направлении  $\mathbf{N}$  в упругой среде, характеризующейся тензором модулей упругости  ${}^4\mathbf{C}^e$ , определяются на основе решения уравнения

$$\det(\mathbf{N} \cdot {}^4\mathbf{C}^e \cdot \mathbf{N} - \rho v^2) = 0,$$

представляющего собой условие определения собственных чисел акустического тензора

$$\mathbf{N} \cdot {}^4\mathbf{C}^e \cdot \mathbf{N}.$$

Выше нами введено обозначение  $\rho$  для плотности материала. При использовании гипотезы эквивалентности деформаций (8) уравнение для определения скоростей распространения волн  $\bar{v}$  в поврежденной среде с тензором модулей упругости

$${}^4\bar{\mathbf{C}}^e = {}^4\mathbf{M}^{-1} \cdot {}^4\mathbf{C}$$

имеет вид

$$\det(\mathbf{N} \cdot {}^4\mathbf{M}^{-1} \cdot {}^4\mathbf{C}^e \cdot \mathbf{N} - \rho \bar{v}^2) = 0. \quad (36)$$

Решение уравнения (36) в общем случае имеет громоздкий вид. Упрощения можно достичь, если рассматривать распростране-

ние волны в направлении одной из главных осей тензора поврежденности, например вдоль третьей оси  $\mathbf{N} = \mathbf{n}_3$ . В этом случае для начально изотропного или для начально ортотропного материала (при условии совпадения осей упругой анизотропии с главными осями тензора поврежденности) акустический тензор имеет диагональный вид и решение уравнения (36) допускает простое компактное представление:

$$\begin{cases} \bar{v}_3 = \sqrt{M_{33}^{-1} C_{33}^e \rho^{-1}}, \\ \bar{v}_2 = \sqrt{M_{55}^{-1} C_{55}^e \rho^{-1}}, \\ \bar{v}_1 = \sqrt{M_{66}^{-1} C_{66}^e \rho^{-1}}, \end{cases} \quad (37)$$

где  $\bar{v}_3$  – скорость распространения продольной волны в направлении  $\mathbf{n}_3$ ;  $\bar{v}_1$ ,  $\bar{v}_2$  – скорости поперечных волн в направлениях  $\mathbf{n}_1$  и  $\mathbf{n}_2$  соответственно.

Для начально изотропного упругого материала, характеризуемого константами Ляме  $\lambda$ ,  $\mu$  и определяемого тензором упругих модулей вида

$${}^4\mathbf{C}^e = \lambda \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \mu (\mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \mathbf{1} \otimes \mathbf{1}), \quad (38)$$

при использовании явной схемы симметризации (17), с учетом формулы (19), как следствие соотношений (37) получаем следующие выражения для скоростей:

$$\begin{cases} \bar{v}_3 = \{(1 - D_3)(\lambda + 2\mu) / \rho\}^{1/2}, \\ \bar{v}_2 = \{[(1 - D_3)^{-a}(1 - D_2)^{a-1} + \\ + (1 - D_3)^{a-1}(1 - D_2)^{-a}]^{-1} 2\mu / \rho\}^{1/2}, \\ \bar{v}_1 = \{[(1 - D_3)^{-a}(1 - D_1)^{a-1} + \\ + (1 - D_3)^{a-1}(1 - D_1)^{-a}]^{-1} 2\mu / \rho\}^{1/2}. \end{cases} \quad (39)$$

При использовании неявной схемы симметризации (26), с учетом формулы (28), как следствие соотношений (37) получаем альтернативные выражения для скоростей:

$$\begin{cases} \bar{v}_3 = \{(1 - D_3)(\lambda + 2\mu) / \rho\}^{1/2}, \\ \bar{v}_2 = \{[(1 - D_3)^a(1 - D_2)^{1-a} + \\ + (1 - D_3)^{1-a}(1 - D_2)^a] / 2 \cdot \mu / \rho\}^{1/2}, \\ \bar{v}_1 = \{[(1 - D_3)^a(1 - D_1)^{1-a} + \\ + (1 - D_3)^{1-a}(1 - D_1)^a] / 2 \cdot \mu / \rho\}^{1/2}. \end{cases} \quad (40)$$

Выражения для скоростей  $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3$  (39)

или (40) могут рассматриваться как система трех нелинейных алгебраических уравнений относительно трех неизвестных главных значений тензора поврежденности  $D_1, D_2, D_3$ . В ряде случаев решение можно получить аналитически в замкнутом виде.

В случае явной аддитивной симметризации главные поврежденности будут определяться как решения системы (39) при  $a = 0$ :

$$\begin{cases} D_3 = 1 - (\bar{v}_3 / v_3)^2, \\ D_2 = 1 - [2(\bar{v}_2 / v_2)^{-2} - (\bar{v}_3 / v_3)^{-2}]^{-1}, \\ D_1 = 1 - [2(\bar{v}_1 / v_1)^{-2} - (\bar{v}_3 / v_3)^{-2}]^{-1}, \end{cases} \quad (41)$$

где  $v_3 = \sqrt{(\lambda + 2\mu) / \rho}$  – скорость распространения продольной волны в неповрежденном материале,  $v_1 = v_2 = \sqrt{\mu / \rho}$  – скорости распространения поперечных волн в этом материале.

Выражения (41) можно непосредственно использовать для идентификации анизотропной поврежденности на основе данных измерения скоростей ультразвуковых сигналов [36 – 38].

В случае явной мультипликативной симметризации, в качестве следствия системы уравнений (39), при  $a = 1/2$  имеем:

$$\begin{cases} D_3 = 1 - (\bar{v}_3 / v_3)^2, \\ D_2 = 1 - (\bar{v}_2 / v_2)^4 / (\bar{v}_3 / v_3)^2, \\ D_1 = 1 - (\bar{v}_1 / v_1)^4 / (\bar{v}_3 / v_3)^2. \end{cases} \quad (42)$$

В случае неявной аддитивной симметризации ТЭН, поврежденности будут определяться на основе поиска решения системы уравнений (40) при  $a = 0$ :

$$\begin{cases} D_3 = 1 - (\bar{v}_3 / v_3)^2, \\ D_2 = 1 - [2(\bar{v}_2 / v_2)^2 - (\bar{v}_3 / v_3)^2], \\ D_1 = 1 - [2(\bar{v}_1 / v_1)^2 - (\bar{v}_3 / v_3)^2]. \end{cases} \quad (43)$$

Аналогичные выражения для поврежденностей можно получить в случае использования гипотезы эквивалентности энергий (9). Скорости распространения волн в предположении постоянства поврежденности определяются в этом случае как решения характеристического уравнения:

$$\det(\mathbf{N} \cdot {}^4\mathbf{M}^{-1} \dots {}^4\mathbf{C}^e \dots {}^4\mathbf{M}^{-T} \cdot \mathbf{N} - \rho \bar{\mathbf{v}}^2) = 0. \quad (44)$$





Идентификация главных значений тензора поврежденности при использовании уравнения (44) производится аналогично рассмотренному выше случаю анализа (36). Для явной аддитивной симметризации (10) при этом имеем:

$$\begin{cases} D_3 = 1 - \bar{v}_3 / v_3, \\ D_2 = 1 - [2(v_2 / \bar{v}_2) - (v_3 / \bar{v}_3)]^{-1}, \\ D_1 = 1 - [2(v_1 / \bar{v}_1) - (v_3 / \bar{v}_3)]^{-1}; \end{cases} \quad (45)$$

в случае явной мультипликативной симметризации (14) получаем выражения:

$$\begin{cases} D_3 = 1 - \bar{v}_3 / v_3, \\ D_2 = 1 - (\bar{v}_2 / v_2)^2 / (\bar{v}_3 / v_3), \\ D_1 = 1 - (\bar{v}_1 / v_1)^2 / (\bar{v}_3 / v_3); \end{cases} \quad (46)$$

в случае неявной аддитивной симметризации (22) приходим к уравнениям:

$$\begin{cases} D_3 = 1 - \bar{v}_3 / v_3, \\ D_2 = 1 - [2(\bar{v}_2 / v_2) - (\bar{v}_3 / v_3)], \\ D_1 = 1 - [2(\bar{v}_1 / v_1) - (\bar{v}_3 / v_3)]. \end{cases} \quad (47)$$

Произвол в выборе схемы симметризации ТЭН и гипотезы эквивалентности может быть устранен на основе анализа экспериментальных данных для конкретного вида материалов и условий нагружения. Необходимо обеспечить выполнение неравенств

$$0 \leq D_1 \leq 1, \quad 0 \leq D_2 \leq 1, \quad 0 \leq D_3 \leq 1,$$

монотонность увеличения поврежденности с ростом нагрузки, возможность получения термодинамически согласованной и наиболее простой формы уравнений эволюции для тензора поврежденности.

## Заключение

Предложенная единая обобщенная однопараметрическая форма представления симметризованного ТЭН позволяет ввести в рассмотрение новые варианты ТЭН, а также анализировать свойства поврежденного континуума в общем виде для различных ТЭН.

На основе решения ряда тестовых задач для параллельных и ортогональных микротрещин в настоящей работе показано, что явная аддитивная схема симметризации дает верхнюю границу тензора эффективных напряжений (т. е. является консервативной оценкой), в то время как неявная аддитивная — его нижнюю границу. Различия в прогнозах рассмотренных схем симметризации увеличиваются с ростом уровня поврежденности, а также с ростом различий между главными значениями тензора поврежденности. При низких уровнях поврежденности различия в любых вариантах ТЭН являются малыми второго порядка.

Вариативность в определении симметризованного ТЭН приводит к различным эквивалентным определениям поврежденности. В ряде случаев вопрос о выборе наиболее подходящего варианта ТЭН может быть решен на основе экспериментальных исследований в процессе идентификации параметров уравнения эволюции повреждений. В работе также предложена процедура идентификации анизотропной поврежденности на основе широко известных акустических методов.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект №15-19-00091).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Качанов Л.М. О времени разрушения в условиях ползучести // Известия АН СССР. Отд.-ние техн. наук. 1958. № 8. С. 26–31.
2. Работнов Ю.Н. О механизме длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 5–7.
3. Волегов П.С., Грибов Д.С., Трусов П.В. Поврежденность и разрушение: классические континуальные теории // Физическая мезомеханика. 2015. Т. 18. № 4. С. 68–86.
4. Локощенко А.М. Применение кинетической теории при анализе длительного высокотемпературного разрушения металлов в условиях сложного напряженного состояния. Обзор // Прикладная механика и техническая физика. 2012. Т. 53. № 4. С. 149–164.
5. Murakami S. Continuum damage mechanics. Heidelberg, London, New York: Springer, 2012. 423 p.
6. Lemaitre J., Desmorat R. Engineering damage mechanics: ductile, creep, fatigue and brittle failures. Berlin: Springer, 2005. 380 p.



7. **Krajcinovic D.** Damage mechanics. Amsterdam: Elsevier, 1996. 761 p.
8. **Работнов Ю.Н.** Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
9. **Hult J.** Creep in continua and structures. Topics in applied continuum mechanics. Ed. by J.L. Zeman and F. Ziegler. Vienna: Springer, 1974. Pp. 137–155.
10. **Leckie F., Hayhurst D.** Creep rupture of structures // Proc. R. Soc. Lond. A. 1974. Vol. A340. No. 1622. Pp. 323–347.
11. **Dragon A.** Plasticity and ductile fracture damage: study of void growth in metals // Eng. Fract. Mech. 1985. Vol. 21. No. 4. Pp. 875–885.
12. **Lemaitre J.** A continuous damage mechanics model for ductile fracture // J. Eng. Mater. Technol. 1985. Vol. 107. No. 1. Pp. 83–89.
13. **Lemaitre J.** Evaluation of dissipation and damage in metals under dynamic loading // Proc. Int. Conf. on the Mech. Behavior of Materials I. Japan. 1971. Pp. 540–549.
14. **Chaboche J.L.** Une loi différentielle d'endommagement de fatigue avec cumulation non linéaire // Revue Française de Mécanique. 1974. No. 50–51. Pp. 71–82.
15. **Семенов А.С.** Исследование процесса образования зигзагов при распространении усталостной трещины методами континуальной механики повреждений // Нелинейные проблемы механики и физики деформируемого твердого тела. Под ред. К.Ф. Черных. Сборник трудов научной школы академика В.В. Новожилова. СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2000. С. 186–211.
16. **Семенов А.С.** Механика нелокальных континуальных повреждений // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2006. № 1 (48). С. 148–159.
17. **Мельников Б.Е., Семенов А.С.** Энергетическая модель накопления повреждений при малоцикловой усталости // XXI Петербургские чтения по проблемам прочности. К 100-летию со дня рождения Л.М. Качанова и Ю.Н. Работнова. Сб. материалов. СПб.: Соло, 2014. С. 59–61.
18. **Семенов А.С., Гецов Л.Б.** Критерии термоусталостного разрушения монокристаллических жаропрочных сплавов и методы определения их параметров // Проблемы прочности. 2014. № 1. С. 50–62.
19. **Krajcinovic D., Fonseka G.U.** The continuous damage theory of brittle materials. Parts I, II // ASME J. Appl. Mech. 1981. Vol. 48. No. 4. Pp. 809–824.
20. **Бенин А.В., Семенов А.С., Семенов С.Г., Мельников Б.Е.** Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Ч. 2. Модели без учета несплошности соединения // Инженерно-строительный журнал. 2014. № 1 (45). С. 23–40.
21. **Павлов П.А.** Основы инженерных расчетов элементов машин на усталость и длительную прочность. Ленинград: Машиностроение, 1988. 251 с.
22. **Качанов Л.М.** Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 312 с.
23. **Петреня Ю.К.** Физико-механические основы континуальной механики повреждаемости. СПб.: Политехника, 1997. 253 с.
24. **Davison L., Stevens A.** Thermomechanical constitution of spalling elastic bodies // J. Appl. Phys. 1973. Vol. 44. No. 2. Pp. 667–674.
25. **Вакуленко А.А., Качанов М.Л.** Континуальная модель среды с трещинами // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1971. № 4. С. 159–166.
26. **Murakami S., Ohno N.** A continuum theory of creep and creep damage // Creep in structures. A.R.S. Ponter, D.R. Hayhurst (eds.). Berlin: Springer, 1981. Pp. 422–443.
27. **Betten J.** Damage tensors in continuum mechanics // Journal de Mécanique théorique et appliqué. 1983. Vol. 2. No. 1. Pp. 13–32.
28. **Радаев Ю.Н.** Тензорные меры поврежденности и гармонический анализ тонкой структуры поврежденности // Вестник Самарского гос. ун-та, 1998. № 2 (8). С. 79–105.
29. **Chaboche J.** Continuum damage mechanics: Part I. General concepts // J. Appl. Mech. 1988. Vol. 55. No. 1. Pp. 59–64.
30. **Krajcinovic D.** Damage mechanics // Mech. Mater. 1989. Vol. 8. No. 2–3. Pp. 117–197.
31. **Leckie F.A., Onat E.T.** Tensorial nature of damage measuring internal variables // Physical Non-Linearities in Structural Analysis. Berlin: Springer, 1981. Pp. 140–155.
32. **Chaboche J.-L.** Le concept de contrainte effective applique a l'élasticite et ala viscoplasticite en presence d'un endommagement anisotrope // Mechanical Behavior of Anisotropic Solids. J.P. Boehler (ed.). Hague: Martinus Nijhoff, 1982. Pp. 737–760.
33. **Cordebois J.P., Sidoroff F.** Damage induced elastic anisotropy // Mechanical Behavior of Anisotropic Solids, J.P. Boehler (ed.). Hague: Martinus Nijhoff, 1982. Pp. 761–774.
34. **Betten J.** Net-stress analysis in creep mechanics // Ingenieur-Archiv. 1982. Vol. 52. No. 6. Pp. 405–419.
35. **Lemaitre J., Dufailly J.** Damage measurements // Eng. Fract. Mech. 1987. Vol. 28. No. 5–6. Pp. 643–661.



36. Никитина Н.Е. Акустоупругость. Опыт практического применения. Н. Новгород: Та-лам, 2005. 208 с.

37. Беляев А.К., Лобачев А.М., Модестов В.С., Пивков А.В., Полянский В.А., Семенов А.С., Третьяков Д.А., Штукин Л.В. Оценка величины пластических деформаций с использо-

ванием акустической анизотропии // Известия Российской АН. Механика твердого тела. 2016. № 5. С. 124–131.

38. Belyaev A.K., Polyanskiy V.A., Lobachev A.M., et al. Propagation of sound waves in stressed elasto-plastic material // Proc. Int. Conf. Days on Diffraction. 2016. № 7756813. Pp. 56–61.

*Статья поступила в редакцию 18.03.2017, принята к публикации 09.04.2017.*

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

**СЕМЕНОВ Артем Семенович** — кандидат физико-математических наук, доцент Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Фе-дерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
Semenov.Artem@googlemail.com

#### REFERENCES

[1] L.M. **Kachanov**, O vremeni razrusheniya v usloviyakh polzuchesti [On the creep-rapture life], Izv. AN SSSR. Ser. Techn. Sci. (8) (1958) 26–31.

[2] Yu.N. **Rabotnov**, O mekhanizme dlitelnogo razrusheniya [On the delayed fracture mechanics], Voprosy prochnosti materialov i konstruksiy [On the strength of materials and constructions], Moscow, AN SSSR (1959) 5–7.

[3] P.S. **Volegov**, D.S. **Gribov**, P.V. **Trusov**, Povrezhdennost i razrusheniye: klassicheskiye kontinualnyye teorii [The damage and fracture: Classical continuum theories], Fizicheskaya mezomekhanika. 18 (4) (2015) 68–86.

[4] A.M. **Lokoshchenko**, Primeneniye kineticheskoy teorii pri analize dlitelnogo vysokotemperaturnogo razrusheniya metallov v usloviyakh slozhnogo napryazhennogo sostoyaniya. Obzor [An application of the kinetic theory in the analysis of the delayed high-temperature fracture of metal under complex stress condition (Review)], Priklad. Mekhanika i Tekhnich. Fizika. 53 (4) (2012) 149–164.

[5] S. **Murakami**, Continuum damage mechanics, Springer, Heidelberg, London, New York (2012).

[6] J. **Lemaitre**, R. **Desmorat**, Engineering damage mechanics: ductile, creep, fatigue and brittle failures, Springer, Berlin (2005).

[7] D. **Krajcinovic**, Damage mechanics, Elsevier, Amsterdam (1996).

[8] Yu.N. **Rabotnov**, Polzuchest elementov konstruksiy [Creep of structural elements], Moscow, Nauka (1966).

[9] J. **Hult**, Creep in continua and structures, Topics in Applied Continuum Mechanics, Ed. by J.L. Zeman and F. Ziegler, Vienna, Springer (1974) 137–155.

[10] F. **Leckie**, D. **Hayhurst**, Creep rupture of structures, Proc. R. Soc. Lond. A340 (1622) (1974) 323–347.

[11] A. **Dragon**, Plasticity and ductile fracture damage: study of void growth in metals, Eng. Fract. Mech. 21 (4) (1985) 875–885.

[12] J. **Lemaitre**, A continuous damage mechanics model for ductile fracture, J. Eng. Mater. Technol. 107 (1) (1985) 83–89.

[13] J. **Lemaitre**, Evaluation of dissipation and damage in metals under dynamic loading, Proc. Int. Conf. on the Mech. Behavior of Materials I. Japan, (1971) 540–549.

[14] J.L. **Chaboche**, Une loi différentielle d'endommagement de fatigue avec cumulation non linéaire, Revue Française de Mécanique. (50–51) (1974) 71–82.

[15] A.S. **Semenov**, Issledovaniye protsessa obrazovaniya zigzagov pri rasprostranenii ustalostnoy treshchiny metodami kontinualnoy mekhaniki povrezhdeniy [A study of zigzag formation during the fatigue crack propagation by methods of the continuum damage mechanics], Nelineynyye problemy mekhaniki i fiziki deformiruyemogo tverdogo tela, Ed. Chernykh K.F., Sbornik Trudov Nauchnoy Shkoly akademika V.V. Novozhilova, St. Petersburg (2000) 186–211.

[16] A.S. **Semenov**, Mekhanika nelokalnykh kontinualnykh povrezhdeniy [Nonlocal continuum damage mechanics], St. Petersburg Polytechnical State University Journal. No. 1 (48) (2006) 148–159.

[17] B.E. **Melnikov**, A.S. **Semenov**, Energeticheskaya model nakopleniya povrezhdeniy pri malotsiklovoy ustalosti [An energetic model of damage accumulation during low-cycle fatigue], XXI Peterburgskiy chteniya po problemam prochnosti. K 100-letiyu so dnya rozhdeniya L.M. Kachanova i Yu.N. Rabotnova. Sb. Materialov, St. Petersburg, Solo (2014) 59–61.

[18] A.S. **Semenov**, L.B. **Getsov**, Kriterii termoustalostnogo razrusheniya monokristal-

licheskih zharoprochnykh splavov i metody opredeleniya ikh parametrov [Thermal fatigue fracture criteria of single crystal heat-resistant alloys and methods for identification of their parameters], *Strength of Materials*. 46(1) (2014) 38–48.

[19] **D. Krajcinovic, G.U. Fonseka**, The continuous damage theory of brittle materials, Parts I and II, *ASME, J. Appl. Mech.* 48 (4) (1981) 809–824.

[20] **A.V. Benin, A.S. Semenov, S.G. Semenov, B.E. Melnikov**, Matematicheskoye modelirovaniye protsessa razrusheniya stsepleniya armatury s betonom. Chast 2. Modeli bez ucheta nesploshnosti soyedineniya [The simulation of bond fracture between reinforcing bars and concrete. Part 2. Models without taking the bond discontinuity into account], *Magazine of Civil Engineering*. 45(1) (2014) 23–40.

[21] **P.A. Pavlov**, Osnovy inzhenernykh raschetov elementov mashin na ustalost i dlitelnuyu prochnost [A basis of design studies of machine parts for fatigue and long-term strength], Leningrad, Mashinostroyeniye (1988).

[22] **L.M. Kachanov**, Osnovy mekhaniki razrusheniya [A basis of the failure mechanics], Moscow, Nauka (1974).

[23] **Yu.K. Petrenya**, Fiziko-mekhanicheskiye osnovy kontinualnoy mekhaniki povrezhdayemosti [Physical and mechanical foundations of continuum damage mechanics], St. Petersburg, Politehnika (1997).

[24] **L. Davison, A. Stevens**, Thermomechanical constitution of spalling elastic bodies, *J. Appl. Phys.* 44 (2) (1973) 667–674.

[25] **A.A. Vakulenko, M.L. Kachanov**, Kontinualnaya model sredy s treshchinami [Continuous model of the medium with cracks], *Izv. AN SSSR. Mekh. Tverd. Tela*. (4) (1971) 159–166.

[26] **S. Murakami, N. Ohno**, A continuum theory of creep and creep damage, *Creep in Structures*, A.R.S. Ponter, D.R. Hayhurst (eds.), Berlin, Springer (1981) 422–443.

[27] **J. Betten**, Damage tensors in continuum mechanics, *Journal de Mécanique Théorique et Ap-*

*pliqué*. 2 (1) (1983) 13–32.

[28] **Yu.N. Radayev**, Tenzornyye mery povrezhdennosti i garmonicheskiy analiz tonkoy struktury povrezhdennosti [Tensor damage measures and a harmonic analysis of the damage fine structure], *Vest. Samarskogo Gos. Un-ta*. No. 2 (8) (1998) 79–105.

[29] **J. Chaboche**, Continuum damage mechanics: Part I, General concepts, *J. Appl. Mech.* 55(1) (1988) 59–64.

[30] **D. Krajcinovic**, Damage mechanics, *Mech. Mater.* 8 (2-3) (1989) 117–197.

[31] **F.A. Leckie, E.T. Onat**, Tensorial nature of damage measuring internal variables, *Physical Non-Linearities in Structural Analysis*, Springer, Berlin (1981) 140–155.

[32] **J.-L. Chaboche**, Le concept de contrainte effective applique a l'élasticite et a la viscoplasticite en presence d'un endommagement anisotrope, *Mechanical Behavior of Anisotropic Solids*, Boehler J.P. (ed.), Martinus Nijhoff, Hague (1982) 737–760.

[33] **J.P. Cordebois, F. Sidoroff**, Damage induced elastic anisotropy, *Mechanical Behavior of Anisotropic Solids*, Boehler J.P. (ed.), Martinus Nijhoff, Hague (1982) 761–774.

[34] **J. Betten**, Net-stress analysis in creep mechanics, *Ing.-Archiv*. 52 (6) (1982) 405–419.

[35] **J. Lemaitre, J. Dufailly**, Damage measurements, *Eng. Fract. Mech.* 28 (5-6) (1987) 643–661.

[36] **N.E. Nikitina**, Akoustouprugost. Opyt prakticheskogo primeneniya [Acoustoelasticity. Practical experience], Nizhniy Novgorod, TALAM (2005)

[37] **A.K. Belyayev, A.M. Lobachev, V.S. Modestov, et al.**, Otsenka velichiny plasticheskikh deformatsiy s ispolzovaniyem akusticheskoy anizotropii [Estimating the plastic strain with the use of acoustic anisotropy], *Mechanics of Solids*. 51(5) (2016) 606–611.

[38] **A.K. Belyaev, V.A. Polyanskiy, A.M. Lobachev, et al.**, Propagation of sound waves in stressed elasto-plastic material, *Proc. Int. Conf. Days on Diffraction*. No. 7756813 (2016) 56–61.

*Received 05.03.2017, accepted 22.03. 2017.*

## THE AUTHOR

**SEME NOV Artem S.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

Semenov.Artem@googlemail.com

## ТРЕЩИНА МОДЫ III, ПРИБЛИЖАЮЩАЯСЯ К УПРУГОМУ КЛИНОВИДНОМУ ВКЛЮЧЕНИЮ

**В.В. Тихомиров**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация

В статье решается задача об антиплоской полубесконечной трещине, которая приближается к упругому клиновидному включению. С помощью интегрального преобразования Меллина и метода Винера – Хопфа получено точное решение указанной задачи. Исследована асимптотика коэффициента интенсивности напряжений  $K_{III}$  в вершине трещины при малых расстояниях от нее до вершины включения. Показано, что в зависимости от параметров композиции трещина может быть как устойчивой ( $K_{III} \rightarrow 0$ ), так и неустойчивой ( $K_{III} \rightarrow \infty$ ). В случае интерфейса, имеющего угловую точку, при некоторых значениях параметров рост трещины может быть неустойчивым (в отличие от гладкого интерфейса), если трещина подходит из мягкого материала к относительно более жесткому включению. С другой стороны, возможна ситуация, когда  $K_{III} \rightarrow 0$ , если трещина приближается из жесткой среды к мягкому включению.

**Ключевые слова:** антиплоская трещина; интерфейс с угловой точкой; клиновидное включение; устойчивость трещины

**Ссылка при цитировании:** Тихомиров В.В. Трещина моды III, приближающаяся к упругому клиновидному включению // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. Т. 10. № 2. С. 99–109. DOI: 10.18721/JPM.10209

## MODE-III CRACK APPROACHING TO THE WEDGE-SHAPED ELASTIC INCLUSION

**V.V. Tikhomirov**

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

The problem on antiplane semi-infinite crack approaching to the elastic wedge-shaped inclusion is considered. The problem has been solved exactly using the Mellin integral transformation and the Wiener-Hopf method. The stress intensity factor of the crack tip  $K_{III}$  asymptotic behavior for short distances from the crack to the inclusion vicinity was studied. Depending on the composition parameters, the crack was shown to be stable ( $K_{III} \rightarrow 0$ ) or unstable ( $K_{III} \rightarrow \infty$ ). Providing that the interface has a corner point, the crack growth can be unstable (unlike the smooth interface) for some parameter values even though the crack approaches from the soft material to a relatively harder inclusion. Alternatively, the possibility of  $K_{III} \rightarrow 0$  exists provided the crack approaching from the hard material to a soft inclusion.

**Key words:** antiplane crack; interface with a corner point; wedge-shaped inclusion; crack stability

**Citation:** V.V. Tikhomirov, Mode-III crack approaching to the wedge-shaped elastic inclusion, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 10 (2) (2017) 99–109. DOI: 10.18721/JPM.10209



## Введение

Одной из важных проблем механики неоднородных структур является проблема взаимодействия трещин с границей раздела (интерфейсом) материалов. В процессе такого взаимодействия растущие трещины могут отклоняться интерфейсом с образованием вторичных трещин расслоения или преломляться при проникновении в другую среду [1, 2].

В рамках плоской задачи, начиная с классической статьи А.Р. Зака и М.Л. Вильямса [3], вопросу взаимодействия трещин с биматериальным интерфейсом посвящено большое число публикаций [1, 2, 4 – 8]. В этих работах рассмотрены плоские трещины конечной или полубесконечной длины, ориентированные перпендикулярно или наклонно к прямолинейному интерфейсу. При этом в статьях [1, 2, 4 – 6] использовалась модель идеального интерфейса, согласно которой граница материалов считается слоем нулевой толщины – линией, на которой упругие модули материалов имеют разрывы, а касательные и нормальные к ней перемещения и напряжения сохраняют непрерывность. В статье [7] рассмотрен неидеальный интерфейс, а в работе [8] границу раздела моделировали слоем функционально-градиентного материала конечной толщины. Особо необходимо выделить статью [9], в которой для полубесконечной трещины моды I, приближающейся к идеальному интерфейсу получено точное решение и определен материальный параметр, контролирующий ее устойчивый рост.

Для антиплоских трещин это направление исследований изучено в значительно меньшей степени. По-видимому, первой работой по данной тематике была статья [10], в которой рассмотрена трещина, заканчивающаяся на идеальном интерфейсе или его пересекающая. В ней показано, что для трещины, вершина которой находится на границе двух разнородных материалов, сингулярность поля напряжений носит степенной характер. Однако ее показатель отличен от стандартного значения 0,5 и определяется первым корнем

характеристического уравнения. Анализ наклонной трещины, заканчивающейся на прямолинейном идеальном интерфейсе, проведен в работе [11]. К. Атkinson [12] получил асимптотику напряжений в вершине трещины при малых расстояниях до прямолинейного интерфейса. Преломление полубесконечной трещины моды III исследовано В.Д. Кулиевым [13]. Антиплоская трещина конечной длины, расположенная в функционально-градиентном покрытии вблизи функционально-градиентной подложки, рассмотрена в работе [14]. Ф. Эрдоган [15] установил, что для трещины, ортогонально упирающейся в границу двух функционально-градиентных материалов при их идеальном контакте и направлении материального градиента, совпадающем с направлением трещины, показатель сингулярности имеет классическое значение 0,5. Иными словами, показано, что непрерывность упругих модулей обеспечивает в этом случае обычную корневую особенность, как в случае однородного материала.

Основная мотивация настоящей статьи состоит в анализе влияния отсутствия гладкости границы двух разнородных материалов, содержащей угловую точку, а также расположения трещины по отношению к этой границе, на сингулярность поля напряжений вблизи вершины трещины.

С этой целью в работе рассмотрена полубесконечная антиплоская трещина, приближающаяся к клиновидному включению. Методом Винера – Хопфа получено точное решение задачи и найден коэффициент интенсивности напряжений (КИН). Получена асимптотика КИН при стремлении к нулю расстояния между вершиной трещины и вершиной включения. Показано, что при некоторых значениях модулей сдвига материалов и геометрических параметров структуры поведение КИН в вершине трещины, находящейся на достаточно малом расстоянии от включения, может качественно отличаться от случая гладкой границы. В отличие от прямолинейного интерфейса, относительно более жесткое включение может способствовать росту трещины, а более мягкое – оказывать на нее тормозящее действие.



### Постановка задачи и сведение ее к уравнению Винера – Хопфа

Рассмотрим полубесконечную трещину моды III, расположенную в матрице  $\Omega_2 \cup \Omega_3$ , вершина которой находится на расстоянии  $\varepsilon$  от вершины клиновидного включения  $\Omega_1$  (рис. 1). К берегам трещины приложена самоуравновешенная нагрузка  $g(r)$ . Материалы включения и матрицы считаются однородными и изотропными с модулями сдвига  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , соответственно. Контакт на границах раздела материалов предполагается идеальным.

Геометрию рассматриваемой упругой композиции удобно определять двумя параметрами: углом раствора включения  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 2\pi$ ) и углом подхода трещины к включению  $\beta$ , т. е. углом между направлением исходной трещины и осью симметрии включения. Очевидно, что

$$|\beta| \leq \pi - \alpha/2.$$

Изменение угла  $\beta$  при фиксированном значении  $\alpha$  приводит к повороту включения вокруг его вершины. Таким образом, угол  $\beta$  характеризует взаимную ориентацию трещины и включения. Например, при  $\beta = 0$  задача будет симметричной. Значениям

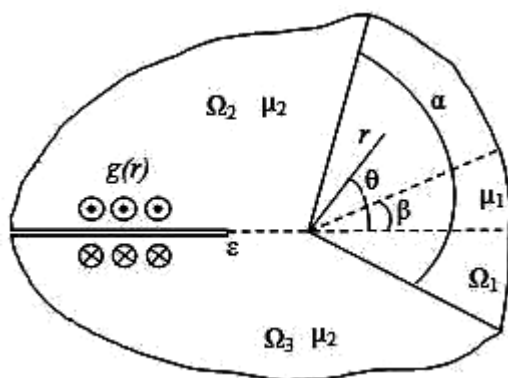


Рис. 1. Схема к постановке задачи: полубесконечная трещина приближается к вершине клиновидного включения:

$\mu_1, \mu_2$  – модули сдвига материалов включения и матрицы;  $\Omega_1$  – область включения;  $\Omega_2, \Omega_3$  – области матрицы;  $\varepsilon$  – расстояние от вершины включения до вершины трещины;  $\alpha$  – угол раствора включения,  $\beta$  – угол подхода трещины к включению;  $r, \theta$  – полярные координаты

$$\beta = \pm(\pi - \alpha/2)$$

соответствует интерфейсная трещина, а значениям  $\beta = \pm\alpha/2$  – случаи, когда трещина подходит к включению вдоль линии границы раздела фаз.

Задача сводится к решению уравнений равновесия в каждой из областей  $\Omega_k$ :

$$\frac{\partial^2 w_k}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_k}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_k}{\partial r} = 0 \quad (k = 1, 2, 3), \quad (1)$$

где  $r, \theta$  – полярные координаты,  $w_k$  – перемещения вдоль оси  $z$ .

При этом налагаются условия идеального контакта материалов:

$$w_1 = w_2, \quad \tau_{\theta z1} = \tau_{\theta z2} \quad \text{при} \quad \theta = \beta + \alpha/2, \quad (2)$$

$$w_1 = w_3, \quad \tau_{\theta z1} = \tau_{\theta z3} \quad \text{при} \quad \theta = \beta - \alpha/2$$

( $\tau_{\theta zk} = \mu_k r^{-1} \partial w_k / \partial \theta$  – касательные напряжения), а также условия на линии трещины:

$$\tau_{\theta z2}(r, \pi) = \tau_{\theta z3}(r, -\pi) = g(r) \quad (\varepsilon \leq r < \infty); \quad (3)$$

$$\tau_{\theta z2}(r, \pi) = \tau_{\theta z3}(r, -\pi) = \tau(r);$$

$$w_2(r, \pi) = w_3(r, -\pi) \quad (0 \leq r \leq \varepsilon), \quad (4)$$

где  $\tau(r)$  – неизвестная функция.

Решение задачи ищем в виде интегралов Меллина:

$$w_k(r, \theta) = \frac{1}{2\pi i} \int_L W_k(p, \theta) r^{-p} dp, \quad (5)$$

$$\tau_{\theta zk}(r, \theta) = \frac{1}{2\pi i} \int_L T_{\theta zk}(p, \theta) r^{-p-1} dp \quad (k = 1, 2, 3);$$

при этом трансформанты перемещений и напряжений определяются следующими формулами:

$$W_k(p, \theta) = A_k(p) \sin p\theta + B_k(p) \cos p\theta, \quad (6)$$

$$T_{\theta zk}(p, \theta) = \mu_k p [A_k(p) \cos p\theta - B_k(p) \sin p\theta]$$

$$(\mu_3 = \mu_2).$$

Ввиду условий регулярности решения при  $r \rightarrow 0$  и  $r \rightarrow \infty$ , контур интегрирования  $L$  расположен параллельно мнимой оси в полосе

$$-\delta_1 < \operatorname{Re} p < \delta_2 \quad (\delta_1, \delta_2 > 0).$$



Из условий (3) и (4) получаем равенства

$$T_{0z2}(p, \pi) = T_{0z3}(p, -\pi) = [T_+(p) + G_-(p)]\varepsilon^{p+1}, \quad (7)$$

$$-p[W_2(p, \pi) - W_3(p, -\pi)] = U_-(p)\varepsilon^p,$$

где

$$T_+(p) = \int_0^1 \tau(\varepsilon\rho)\rho^p d\rho, \\ G_-(p) = \int_1^\infty g(\varepsilon\rho)\rho^p d\rho, \quad (8)$$

$$U_-(p) = \int_1^\infty \frac{\partial}{\partial \rho} [w_2(\varepsilon\rho, \pi) - w_3(\varepsilon\rho, -\pi)]\rho^p d\rho.$$

Функции  $G_-(p)$  и  $U_-(p)$  регулярны и не имеют нулей в левой от контура  $L$  полуплоскости  $\Omega_-$ , а  $T_+(p)$  — в правой полуплоскости  $\Omega_+$  [16].

Подставляем выражения (6) в левые части равенств (7) и в условия (2), преобразованные по Меллину. После исключения величин  $A_k(p)$  и  $B_k(p)$  приходим к уравнению Винера — Хопфа:

$$F(p)[T_+(p) + G_-(p)] + \frac{\mu_2}{2\varepsilon} U_-(p) = 0 \quad (p \in L). \quad (9)$$

Здесь в качестве контура  $L$  может быть взята мнимая ось, а функция  $F(p)$  имеет вид

$$F(p) = f(p)/\Delta(p), \quad (10)$$

$$f(p) = 2[\sin^2(\pi p) - m^2 \sin^2((\pi - \alpha)p)], \quad (11)$$

$$\Delta(p) = \sin(2\pi p) + 2m \sin(\alpha p) \cos(2\beta p) - m^2 \sin[2(\pi - \alpha)p]. \quad (12)$$

Упругие свойства композиции отражены в этих формулах через одну биупругую постоянную  $m$ :

$$m = (\mu_1 - \mu_2)/(\mu_1 + \mu_2) = (\mu - 1)/(\mu + 1),$$

где  $\mu = \mu_1/\mu_2$  представляет собой относительную жесткость включения ( $0 \leq \mu < \infty$ ).

При всех сочетаниях модулей сдвига материалов эта величина удовлетворяет неравенству  $|m| \leq 1$ . Если материал включения является более жестким, по сравнению с материалом матрицы, то  $0 < m < 1$ ; в противном случае (для мягкого включения) биупругая постоянная лежит в интервале  $-1 < m < 0$ . Значение  $m = 0$  отвечает одно-

родной среде, а значения  $m = \pm 1$  определяют абсолютно твердое включение и клиновидный вырез.

### Решение уравнения Винера — Хопфа

Представим функцию (10) в виде

$$F(p) = p \Phi(p)/X(p), \\ X(p) = p \operatorname{ctg}(\pi p), \quad (13)$$

$$\Phi(p) = [1 - m^2 \sin^2[(\pi - \alpha)p] \sin^{-2}(\pi p)] \times \\ \times [1 + 2m \sin(\alpha p) \cos(2\beta p) \sin^{-1}(2\pi p) - m^2 \sin[2(\pi - \alpha)p] \sin^{-1}(2\pi p)]^{-1}. \quad (14)$$

Факторизация функции  $X(p)$  осуществляется элементарно [16]:

$$X(p) = \frac{X_+(p)}{X_-(p)}, \quad X_+(p) = \frac{\Gamma(1+p)}{\Gamma(1/2+p)}, \\ X_-(p) = \frac{\Gamma(1/2-p)}{\Gamma(1-p)},$$

где  $\Gamma(x)$  — гамма-функция.

На мнимой оси при  $p = it$  функция (14) непрерывна, не имеет нулей и полюсов, ее индекс равен нулю, и при  $|t| \rightarrow \infty$  она экспоненциально стремится к единице, если

$$\alpha + 2\beta < 2\pi.$$

Поэтому, в соответствии с результатами, полученными в работах [9, 16], справедливы равенства

$$\Phi(p) = \frac{\Phi_+(p)}{\Phi_-(p)},$$

$$\Phi_{\pm}(p) = \exp \left[ -\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\ln \Phi(t)}{t-p} dt \right] \quad (p \notin L). \quad (15)$$

С учетом четности функции  $\Phi(p)$ , аналитические функции в областях  $\Omega_+$  и  $\Omega_-$  могут быть представлены в форме

$$\Phi_{\pm}(p) = \exp \left[ \frac{p}{\pi} \int_0^\infty \frac{\ln \Phi(i\xi)}{\xi^2 + p^2} d\xi \right].$$

В результате использования формул (13) — (15), перегруппировки слагаемых в уравнениях (9), а также применения теоремы Лиувилля [16], получаем:

$$\Phi_+(p)X_+^{-1}(p)T_+(p) + Q_+(p) = \\ = -\frac{\mu_2}{2\varepsilon p} U_-(p)\Phi_-(p)X_-^{-1}(p) - Q_-(p) = J(p), \quad (16)$$



где

$$Q_{\pm}(p) = \pm \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{Q(t)}{t-p} dt, \quad (17)$$

$$Q(t) = \frac{1}{t} \Phi_{-}(t) X_{-}^{-1}(t) F(t) G_{-}(t).$$

Оценивая члены в равенстве (16) при  $p \rightarrow \infty$ , получаем, что единая аналитическая функция  $J(p) = 0$ . Тогда из уравнения (16) находим

$$T_{+}(p) = -X_{+}(p) \Phi_{+}^{-1}(p) Q_{+}(p). \quad (18)$$

Учитывая, что при  $p \rightarrow \infty$

$$X_{+}(p) \sim \sqrt{p}, \quad Q_{+}(p) \sim \frac{C}{p},$$

$$C = -\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\Phi_{-}(t) G_{-}(t)}{t X_{-}(t)} F(t) dt, \quad (19)$$

получаем асимптотику  $T_{+}(p) \sim -C/\sqrt{p}$ .

Отсюда по теореме Абелева типа [16] заключаем, что асимптотика напряжений при  $r \rightarrow \varepsilon - 0$  имеет вид

$$\tau(r) \sim -\frac{C}{\sqrt{\pi(1-r)}} = -C \sqrt{\frac{\varepsilon}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon-r}}. \quad (20)$$

### Коэффициент интенсивности напряжений

Определим коэффициент интенсивности напряжений (КИН) в вершине трещины формулой

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow \varepsilon - 0} \sqrt{2\pi(\varepsilon - r)} \tau(r).$$

Тогда, используя асимптотику (20), получаем следующую формулу:

$$K_{III}(\alpha, \beta, \mu, \varepsilon) = -\sqrt{2\varepsilon} C. \quad (21)$$

С целью построения функции Грина будем считать, что к берегам трещины приложены самоуравновешенные сосредоточенные силы  $T_0$  на расстоянии  $r_0$  от ее вершины, т. е.

$$g(r) = T_0 \delta(r - r_0),$$

где  $\delta(r)$  — дельта-функция Дирака, а  $\varepsilon < r_0 < \infty$ .

Тогда, вычисляя по формуле (8) функцию  $G_{-}(t)$ , совмещая в выражении (19) контур интегрирования с мнимой осью и используя теорему о вычетах в области  $\Omega_{-}$ ,

согласно формуле (21), будем иметь:

$$K_{III} = -K_{III}^0 \sqrt{\pi(1 - \varepsilon/r_0)} \times$$

$$\times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Phi_{-}(-p_k) f(p_k)}{p_k X_{-}(-p_k) \Delta'(p_k)} \left( \frac{\varepsilon}{r_0} \right)^{p_k - 1/2}, \quad (22)$$

где

$$K_{III}^0 = T_0 \sqrt{2/[\pi(r_0 - \varepsilon)]}$$

— коэффициент интенсивности напряжений (КИН) в вершине трещины, находящейся в неограниченной однородной среде; штрих означает производную по переменной  $p$ , а  $p_k$  — положительные нули функции (12).

Корни уравнения

$$\Delta(p) = 0, \quad (23)$$

расположенные в полосе  $0 < \operatorname{Re} p < 1$ , детально проанализированы в работе [17]. Установлено, что в зависимости от параметров композиции  $\alpha, \beta$  и  $m$ , уравнение (23) в этой полосе может иметь один корень  $p_1 < 0,5$  или  $p_1 > 0,5$ , а также два корня:

$$0 < p_1 < 0,5 < p_2 < 1,0$$

или

$$0,5 < p_1 < p_2 < 1,0.$$

На рис. 2 показаны области изменения угловых параметров, при которых первый корень уравнения (23) будет больше или меньше 0,5 для относительно жесткой ( $0 < m < 1$ ) или мягкой ( $-1 < m < 0$ ) среды 1.

Из представления (22) вытекает асимптотика КИН при  $\varepsilon \rightarrow 0$ :

$$K_{III} \sim -K_{III}^0 \sqrt{\pi(1 - \varepsilon/r_0)} \times$$

$$\times \frac{\Phi_{-}(-p_1) f(p_1)}{p_1 X_{-}(-p_1) \Delta'(p_1)} \left( \frac{\varepsilon}{r_0} \right)^{p_1 - 0.5}. \quad (24)$$

Таким образом, поведение КИН при малых расстояниях от вершины трещины до вершины включения определяется величиной первого корня уравнения (23).

Возможны следующие три варианта при  $\varepsilon \rightarrow 0$ :

- если  $p_1 < 0,5$ , то  $K_{III} \rightarrow \infty$ ;
- если  $p_1 > 0,5$ , то  $K_{III} \rightarrow 0$ ;
- если  $p_1 = 0,5$ , то  $K_{III} \rightarrow \text{const}$ .

Подобное поведение КИН для трещины моды I, приближающейся к границе

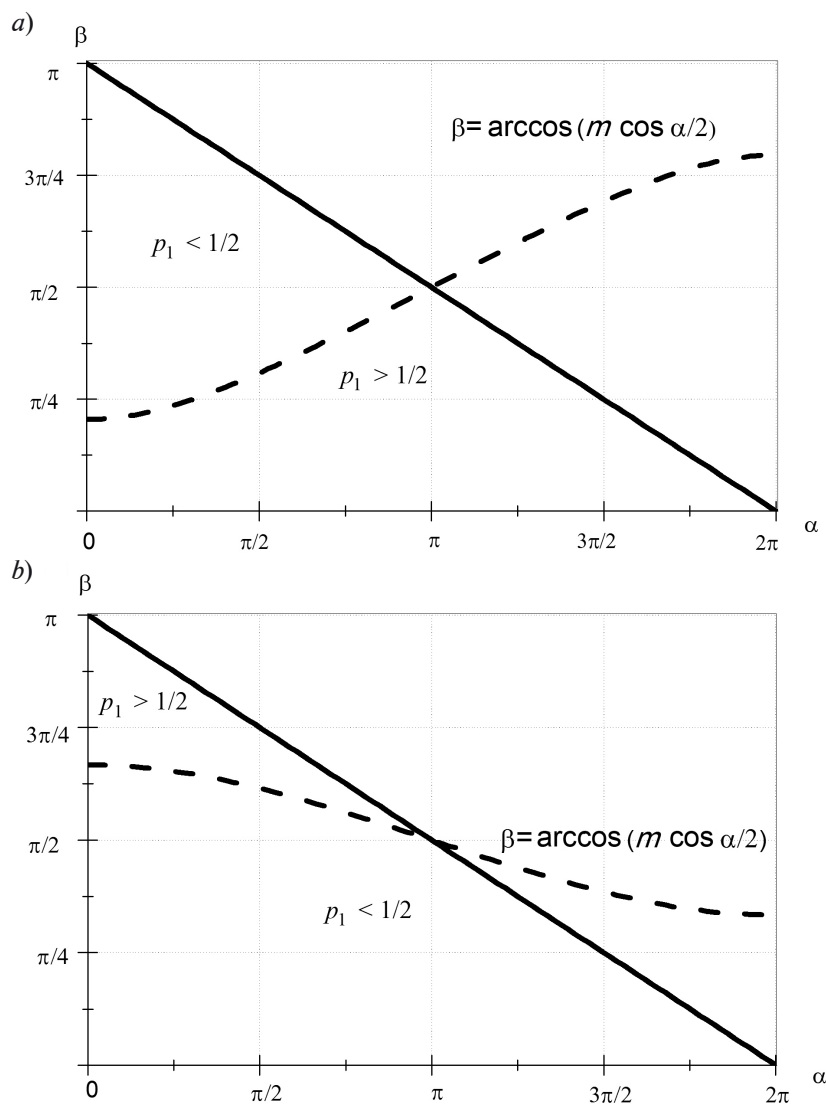


Рис. 2. Области изменения углов  $\alpha$  и  $\beta$ , в которых первый корень  $p_1$  уравнения  $\Delta(p) = 0$  получается меньшим или большим 0,5 для жесткого (а) и мягкого (б) включений

раздела материалов, отмечалось в работах [1, 5, 9].

В случае симметричной структуры характеристическое уравнение принимает вид

$$\Delta_*(p) = \cos(\pi p) + m \cos[(\pi - \alpha)p] = 0$$

и имеет в интервале  $(0, 1)$  единственный корень. При этом для  $m > 0$  этот корень превышает 0,5, а для  $m < 0$  лежит в интервале  $0 < p_1 < 0,5$ .

Отсюда вытекает, что если трещина приближается к более мягкой среде, то КИН в ее вершине неограниченно растет и, следо-

вательно, такая трещина является неустойчивой. Если же трещина, находясь в более мягкой среде, подходит к более жесткому включению, то КИН становится исчезающе малым, т. е. жесткое включение тормозит развитие трещины.

На рис. 3 показана зависимость нормализованной величины КИН  $N = K_{III}/K_{III}^0$  от относительного расстояния  $\varepsilon/r_0$  для жесткого и мягкого включений.

Приведенные данные показывают, что когда трещина находится в мягком материале (рис. 3, а), коэффициент интенсивности напряжений меньше, чем КИН в

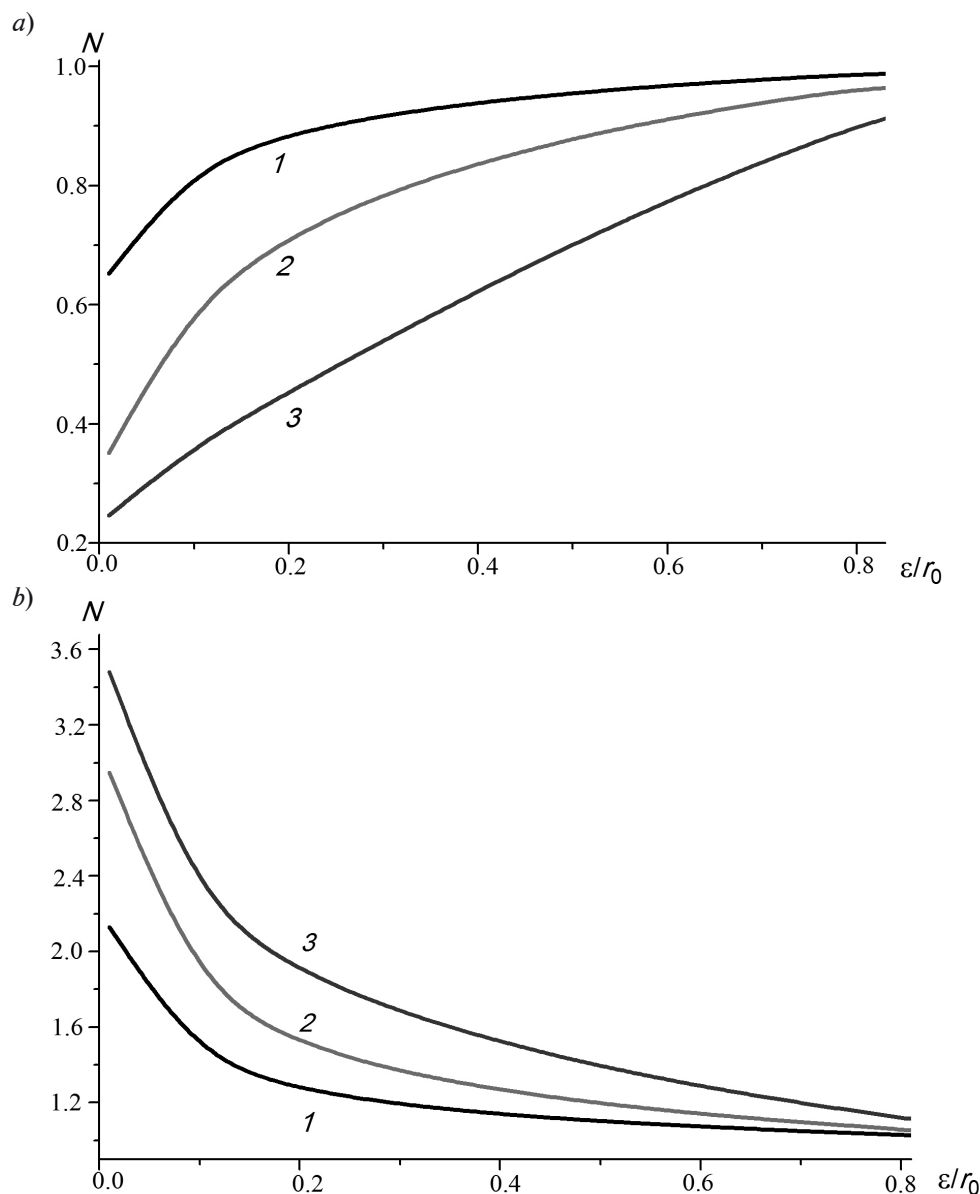


Рис. 3. Зависимость нормализованной величины КИН в вершине трещины, приближающейся к жесткому ( $\mu = 4$ ) (a) и мягкому ( $\mu = 0,25$ ) (b) включениям, при различных углах  $\alpha$  его раствора и  $\beta = 0$ , от относительного расстояния  $\varepsilon/r_0$ ;  $\alpha = \pi/2$  (1),  $\pi$  (2),  $3\pi/2$  (3)

однородной среде, и он снижается с уменьшением расстояния от вершины трещины до интерфейса.

Если же трещина находится в жестком материале (рис. 3, b), то зависимость КИН от относительного расстояния противоположная. Аналогичное изменение КИН в плоской задаче с прямолинейным интерфейсом было получено на основе численной процедуры в работе [18].

В случае несимметричной структуры ( $\beta \neq 0$ ) поведение КИН при малых  $\varepsilon$  оказывается не столь однозначным.

Если угол раствора включения  $\alpha \in (\pi, 2\pi)$ , то зависимость КИН от  $\varepsilon/r_0$  будет аналогична симметричному случаю, т. е. для жесткого включения рост трещины всегда будет устойчивым, а для мягкого — неустойчивым.

Если трещина приближается из мяг-

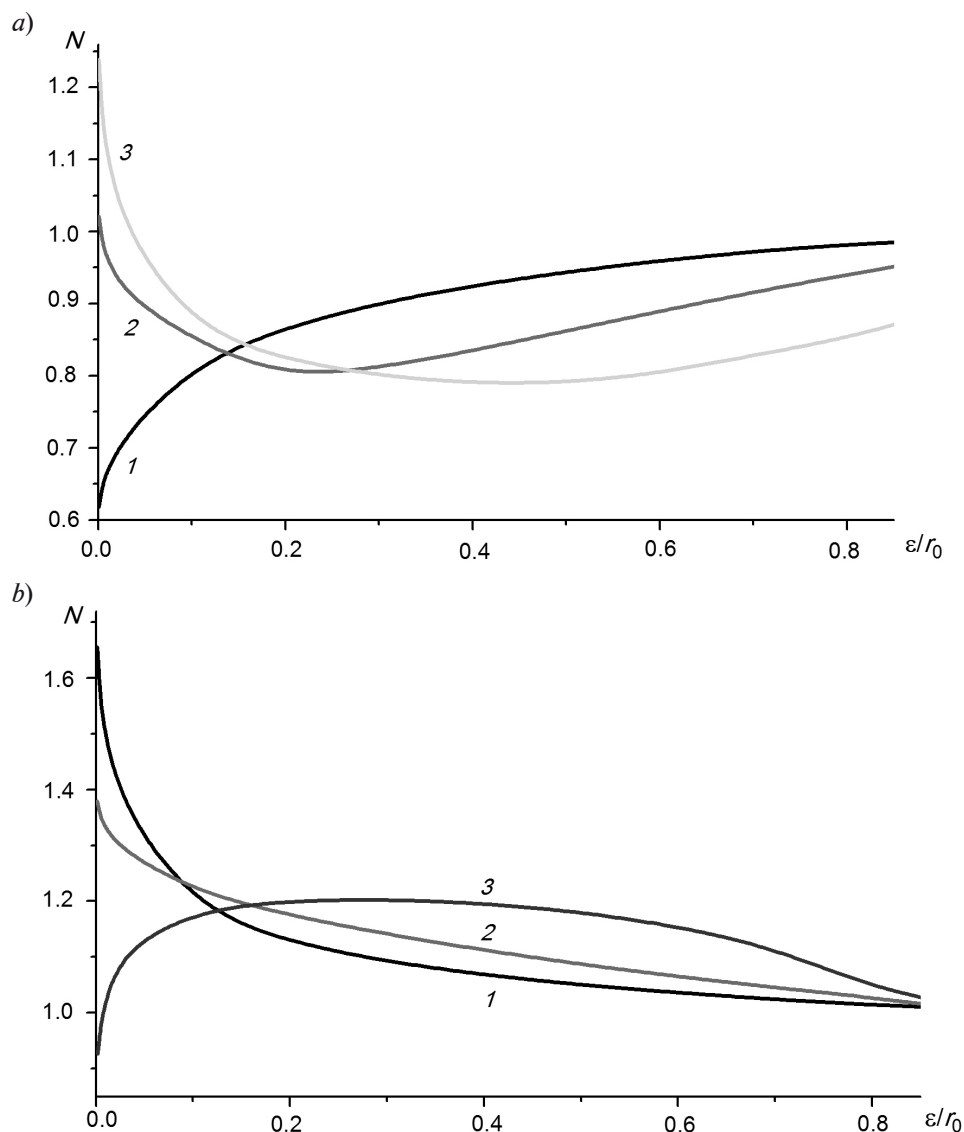


Рис. 4. Зависимости нормализованной величины КИН в вершине трещины, приближающейся к жесткому ( $\mu = 4$ ) (a) и мягкому ( $\mu = 0,5$ ) (b) включениям с углом раствора  $\alpha = \pi/2$  и различных значениях угла  $\beta$ , от относительного расстояния  $\varepsilon/r_0$ ;  $\beta = \pi/4$  (1),  $\pi/2$  (2),  $2\pi/3$  (3)

кой среды к жесткому включению с углом  $0 < \alpha < \pi$ , то при выполнении неравенства

$$\cos \beta > m \cos(\alpha/2) \quad (25)$$

характеристическое уравнение (23) обязательно имеет первый корень  $p_1 < 0,5$  и, следовательно,  $K_{III} \rightarrow \infty$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

В случае нарушения этого неравенства  $K_{III} \rightarrow 0$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$ , и трещина будет устойчивой. Если же трещина приближается из жесткой среды к мягкому включе-

нию, то ситуация будет противоположной: при параметрах композиции, удовлетворяющих неравенству (25), трещина имеет устойчивый рост, а при параметрах, когда неравенство (25) не выполняется,  $K_{III} \rightarrow \infty$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$ , и рост трещины будет неустойчивым.

Эти выводы проиллюстрированы для жесткого и мягкого включений на рис. 4 (кривые 2 и 3 на рис. 4, a, кривая 3 на рис. 4, b).





### Сингулярность напряжений в угловой точке включения

На основе равенств (7) для напряжений на линии трещины имеем:

$$\tau_{\theta z 2}(r, \pi - 0) = \tau_{\theta z 3}(r, -\pi + 0) = \tau_{\theta z}(r) = \frac{1}{2\pi i} \int_L [T_+(p) + G_-(p)] \left(\frac{r}{\varepsilon}\right)^{-p-1} dp. \quad (26)$$

Используя формулы (13), (15), (17) и (18), получаем равенство

$$T_+(p) + G_-(p) = \frac{p}{F(p)} \frac{X_-(p)Q_-(p)}{\Phi_-(p)}.$$

С учетом этого представления, напряжения (26) принимают вид

$$\tau_{\theta z}(r) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{p\Delta(p)}{f(p)} \frac{X_-(p)Q_-(p)}{\Phi_-(p)} \left(\frac{r}{\varepsilon}\right)^{-p-1} dp. \quad (27)$$

На основе формулы (11) представим характеристическое уравнение, определяющее полюсы подынтегральной функции, в следующем виде:

$$f(p) = 2f^+(p)f^-(p) = 0,$$

$$f^\pm(p) = \sin(\pi p) \pm m \sin[(\pi - \alpha)p].$$

Поскольку при замене  $m$  на  $-m$  функция  $f^+(p)$  переходит в  $f^-(p)$ , достаточно рассмотреть, например, только корни уравнения

$$f^+(p) = 0. \quad (28)$$

Кроме того, имеет место следующее равенство:

$$f^+(p, -m, 2\pi - \alpha) = f^+(p, m, \alpha).$$

Отсюда вытекает, что необходимо проанализировать корни  $t_k$  уравнения (28), например, только для мягкого включения ( $m < 0$ ) при  $0 < \alpha \leq \pi$ . Тогда значения корней для жесткого включения ( $m > 0$ ) получаются с помощью замены  $\alpha$  на  $2\pi - \alpha$ .

Анализ показывает, что уравнение (28) имеет в интервале  $(0,5, 1,0)$  единственный вещественный корень при  $0 < \alpha < \pi$  для случая мягкого включения, и при  $\pi < \alpha < 2\pi$  для случая жесткого включения.

Далее совмещаем контур интегриро-

вания в выражении (27) с мнимой осью, применяем теорему о вычетах и учитываем, что полюсы подынтегральной функции в области  $\Omega_-$  определяются отрицательными нулями функции  $f(p)$ . Тогда получим следующее выражение:

$$\tau_{\theta z}(r) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{t_k \Delta(t_k)}{f'(-t_k)} \frac{X_-(-t_k)Q_-(-t_k)}{\Phi_-(-t_k)} \left(\frac{r}{\varepsilon}\right)^{t_k-1}. \quad (29)$$

Очевидно, что асимптотика напряжений при  $r \rightarrow 0$  определяется первым членом ряда (29), т. е. первым положительным нулем функции  $f(p)$ . В случае композиции несимметричного строения ( $\beta \neq 0$ ) сингулярность напряжений в угловой точке включения является слабой и имеет место при любом значении  $\alpha \neq \pi$  и любой относительной жесткости  $\mu \neq 1$ .

Поскольку функция, входящая в интеграл (27), в симметричной задаче (когда  $\beta = 0$ ) принимает вид

$$\frac{\Delta(p)}{f(p)} = \frac{\cos(\pi p) + m \cos[(\pi - \alpha)p]}{\sin(\pi p) + m \sin[(\pi - \alpha)p]},$$

сингулярность напряжений при  $r \rightarrow 0$  возникает только тогда, когда угол, определяющий область с более жестким материалом, превышает  $180^\circ$ .

### Заключение

В статье на основе интегрального преобразования Меллина и метода Винера — Хопфа получено точное решение задачи об антиплоской трещине, приближающейся к вершине клиновидного включения. Проанализировано поведение коэффициента интенсивности напряжений в вершине трещины при уменьшении расстояния до вершины включения. Показано, что, в отличие от случая гладкой границы раздела материалов, при некоторых значениях параметров композиции трещина может быть неустойчивой для жесткого включения и устойчивой, если включение мягкое. Исследована сингулярность напряжений в угловой точке включения и показано, что эта сингулярность может быть только слабой.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **He M.Y., Hutchinson J.W.** Crack deflection at an interface between dissimilar elastic materials // *Int. J. Solids Struct.* 1989. Vol. 25. No. 9. Pp. 1053–1067.
2. **Martin E., Poitou B., Leguillon D., Gatt J.M.** Competition between deflection and penetration at an interface in the vicinity of a main crack // *Int. J. Fract.* 2008. Vol. 151. No. 2. Pp. 247–268.
3. **Zak A.R., Williams M.L.** Crack point singularities at a bimaterial interface // *Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech.* 1963. Vol. 30. No. 1. Pp. 142–144.
4. **Erdogan F., Kaya A.C., Joseph P.F.** The crack problem in bonded nonhomogeneous materials // *Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech.* 1991. Vol. 58. No. 2. Pp. 410–418.
5. **Romeo A., Ballarini R.** A crack very close to a biomaterial interface // *Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech.* 1995. Vol. 62. No. 3. Pp. 614–619.
6. **Chang J., Xu J.Q.** The singular stress field and stress intensity factors of a crack terminating at a bimaterial interface // *Int. J. Mech. Sciences.* 2007. Vol. 49. No. 7. Pp. 888–897.
7. **Zhong X.-C., Li X.-F., Lee K.Y.** Analysis of a mode-I crack perpendicular to an imperfect interface // *Int. J. Solids Struct.* 2009. Vol. 46. No. 6. Pp. 1456–1463.
8. **Choi H.J.** Thermoelastic problem of steady-state heat flows disturbed by a crack at an arbitrary angle to the graded interfacial zone in bonded materials // *Int. J. Solids Struct.* 2011. Vol. 48. No. 6. Pp. 893–909.
9. **Nuller B., Ryvkin M., Chudnovsky A.A.** Closed form solution for a crack approaching an interface // *J. Mech. Mat. Struct.* 2006. Vol. 1. No. 8. Pp. 1405–1423.
10. **Erdogan F., Cook T.S.** Antiplane shear crack terminating at and going through a bimaterial interface // *Int. J. Fract.* 1974. Vol. 10. No. 2. Pp. 227–240.
11. **Fenner D.N.** Stress singularities in composite materials with an arbitrary oriented crack meeting interface // *Int. J. Fract.* 1976. Vol. 12. No. 5. Pp. 705–721.
12. **Atkinson C.** On stress intensity factor associated with crack interacting with an interface between two elastic media // *Int. J. Eng. Science.* 1975. Vol. 13. No. 6. Pp. 489–504.
13. **Кулиев В.Д.** Преломление трещины продольного сдвига // *ДАН СССР.* 1979. Т. 249. № 2. С. 315–318.
14. **Li Y.D., Lee K.Y.** An anti-plane crack perpendicular to the weak/micro-discontinuous interface in a bi-FGM structure with exponential and linear non-homogeneities // *Int. J. Fract.* 2007. Vol. 147. No. 4. Pp. 203–211.
15. **Erdogan F.** The crack problem for bonded nonhomogeneous materials under antiplane shear loading // *Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech.* 1985. Vol. 52. No. 4. Pp. 823–828.
16. **Noble B.** Method based on the Wiener-Hopf technique for solution of partial differential equations. Oxford: Pergamon Press, 1958.
17. **Тихомиров В.В.** Трещина продольного сдвига, упирающаяся в клиновидное упругое включение // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки.* 2014. № 2 (194). С. 110–119.
18. **Chen S.H., Wang T.C., Kao-Walter Sh.** A crack perpendicular to the bimaterial interface in finite solid // *Int. J. Solids Struct.* 2003. Vol. 40. No. 11. Pp. 2731–2755.

*Статья поступила в редакцию 19.03.2017, принята к публикации 07.04.2017.*

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

**ТИХОМИРОВ Виктор Васильевич** — кандидат физико-математических наук, заместитель директора по образовательной деятельности Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
victikh@mail.ru

## REFERENCES

- [1] **M.Y. He, J.W. Hutchinson,** Crack deflection at an interface between dissimilar elastic materials, *Int. J. Solids Struct.* 25 (9) (1989) 1053–1067.
- [2] **E. Martin, B. Poitou, D. Leguillon, J.M. Gatt,** Competition between deflection and penetration at an interface in the vicinity of a main crack, *Int. J. Fract.* 151 (2) (2008) 247–268.
- [3] **A.R. Zak, M.L. Williams,** Crack point singularities at a bimaterial interface, *Trans. ASME. Ser. E, J. Appl. Mech.* 30 (1) (1963) 142–144.
- [4] **F. Erdogan, A.C. Kaya, P.F. Joseph,** The crack problem in bonded nonhomogeneous materials, *Trans. ASME. Ser. E, J. Appl. Mech.* 58 (2) (1991) 410–418.
- [5] **A. Romeo, R. Ballarini,** A crack very close to a biomaterial interface, *Trans. ASME. Ser. E,*



J. Appl. Mech. 62 (3) (1995) 614–619.

[6] **J. Chang, J.Q. Xu**, The singular stress field and stress intensity factors of a crack terminating at a bimaterial interface, Int. J. Mech. Sci. 49 (7) (2007) 888–897.

[7] **X.-C. Zhong, X.-F. Li, K.Y. Lee**, Analysis of a mode-I crack perpendicular to an imperfect interface, Int. J. Solids Struct. 46 (6) (2009) 1456–1463.

[8] **H.J. Choi**, Thermoelastic problem of steady-state heat flows disturbed by a crack at an arbitrary angle to the graded interfacial zone in bonded materials, Int. J. Solids Struct. 48 (6) (2011) 893–909.

[9] **B. Nuller, M. Ryvkin, A.A. Chudnovsky**, Closed form solution for a crack approaching an interface, J. Mech. Mat. Struct. 1 (8) (2006) 1405–1423.

[10] **F. Erdogan, T.S. Cook**, Antiplane shear crack terminating at and going through a bimaterial interface, Int. J. Fract. 10 (2) (1974) 227–240.

[11] **D.N. Fenner**, Stress singularities in composite materials with an arbitrary oriented crack meeting interface, Int. J. Fract. 12 (5) (1976) 705–721.

[12] **C. Atkinson**, On stress intensity factor associated with crack interacting with an interface

between two elastic media, Int. J. Eng. Science. 13 (6) (1975) 489–504.

[13] **V.D. Kuliyeu**, Prelomleniye treshchiny prodolnogo sdviga [Longitudinal shear crack breaking], DAN SSSR. 249 (2) (1979) 315–318.

[14] **Y.D. Li, K.Y. Lee**, An antiplane crack perpendicular to the weak/micro- discontinuous interface in a bi-FGM structure with exponential and linear non-homogeneities, Int. J. Fract. 147(4) (2007) 203–211.

[15] **F. Erdogan**, The crack problem for bonded nonhomogeneous materials under antiplane shear loading, Trans. ASME. Ser. E., J. Appl. Mech. 52(4) (1985) 823–828.

[16] **B. Noble**, Method based on the Wiener – Hopf technique for solution of partial differential equations, Oxford, Pergamon Press (1958).

[17] **V.V. Tikhomirov**, Longitudinal shear crack terminating at a wedge-shaped elastic inclusion, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. No. 2 (194) (2014) 110 – 119.

[18] **S.H. Chen, T.C. Wang, Sh. Kao-Walter**, A crack perpendicular to the bimaterial interface in finite solid, Int. J. Solids Struct. 40 (11) (2003) 2731 – 2755.

*Received 19.03.2017, accepted 07.04.2017.*

#### THE AUTHOR

**TIKHOMIROV Victor V.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

victikh@mail.ru

DOI: 10.18721/JPM.10210

UDC 530.12:517.988.38(075.8)

## A REGULARIZATION OF THE HARTLE-HAWKING WAVE FUNCTION

**N.N. Gorobey, A.S. Lukyanenko**

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,  
St. Petersburg, Russian Federation

The paper puts forward a modification of the no-boundary Hartle-Hawking wave function in which, in the general case, the Euclidean functional integral can be described by an inhomogeneous universe. The regularization of this integral is achieved in arbitrary canonical calibration by abandoning integration over the lapse and shift functions. This makes it possible to ‘correct’ the sign of the Euclidean action corresponding to the scale factor of geometry. An additional time parameter associated with the canonical calibration condition then emerges. An additional condition for the stationary state of the wave function’s phase after returning to the Lorentzian signature, serving as the quantum equivalent of the classical principle of the least action, was used to find this time parameter. We have substantiated the interpretation of the modified wave function as the amplitude of the universe’s birth from ‘nothing’ with the additional parameter as the time of this process. A homogeneous model of the universe with a conformally invariant scalar field has been considered. In this case, two variants of the no-boundary wave function which are solutions of the Wheeler-DeWitt equation have been found.

**Key words:** general relativity; universe; quantum cosmology; Euclidean action; Lorentzian singature; Hartle-Hawking wave function

**Citation:** N.N. Gorobey, A.S. Lukyanenko, A regularization of the Hartle-Hawking wave function, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 10 (2) (2017) 110–114. DOI: 10.18721/JPM.10210

## РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ ХАРТЛА – ХОКИНГА

**Н.Н. Горобей, А.С. Лукьяненко**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Предложена модификация неограниченной (no-boundary) волновой функции Хартла – Хокинга, в которой, в общем случае, евклидов функциональный интеграл можно определить неоднородной Вселенной. Регуляризация этого интеграла достигается в произвольной канонической калибровке отказом от интегрирования по функциям следования и сдвига. Это позволяет «исправить» знак евклидова действия, отвечающего масштабному фактору геометрии. При этом возникает дополнительный параметр времени, связанный с каноническим калибровочным условием. Для нахождения этого параметра времени использован квантовый аналог классического принципа наименьшего действия. Им служит дополнительное условие стационарности фазы волновой функции



после возвращения к лоренцевой сигнатуре. Обоснована интерпретация модифицированной волновой функции как амплитуды рождения Вселенной из «ничего» с указанным дополнительным параметром в качестве времени этого процесса. Рассмотрена однородная модель Вселенной с конформно-инвариантным скалярным полем. В этом случае найдены два варианта волновой функции no-boundary, которые являются решениями уравнения Уиллера — Девитта.

**Ключевые слова:** квантовая вселенная; евклидово действие; лоренцева сигнатура; волновая функция Хартла — Хокинга

**Ссылка при цитировании:** Горобей Н.Н., Лукьяненко А.С. Регуляризация волновой функции Хартла — Хокинга // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. Т. 10. № 2. С. 110–114. DOI: 10.18721/JPM.10210

## Introduction

The Hartle-Hawking no-boundary wave function of the universe [1, 2] is a unique construction in quantum cosmology which has been put forward to describe the early stages of the universe evolution. It is possible that this function describes the whole universe evolution defining the probability measure on classical spacetimes [3]. But the problem is that, in the general case, it has been ill-defined [4] out of the scope of the semiclassical approximation, since the Euclidean action of General Relativity (GR) is not positive-definite. A negative contribution to the action is related to the conformal scale factor of geometry [5].

In the present paper we propose an adaptation (by integral regularization) of the Hartle-Hawking no-boundary wave function that allows to avoid the mentioned difficulty. Moreover, we put forward another physical interpretation of this regularization, namely, this selected state of the universe will be considered as initial, without any dynamical subject-matter. The dynamics can be formulated separately using the ordinary GR Hamiltonian with the Lorentzian signature. This is due to the fact that the proposed adaptation violates the initial covariance of the Hartle-Hawking formulation, and the obtained wave function will not generally be a solution of the Wheeler-DeWitt equation.

In order to determine this selected state within the Hartle-Hawking no-boundary formulation we propose to make (at our will) the change of the sign of the negative term in the Euclidean action of GR (subsequently as “Euclidean GR”).

Our first comment is that the sign will be restored afterwards. But this change is fraught

with consequence: classical constraints of the Euclidean GR become unsolvable in the real range of variables’ values.

This means that integrating over the lapse and shift functions in the continual-integral representation of the no-boundary wave function becomes meaningless. Because of this, we simply fix these variables up to the next stage of our regularization procedure. In this way the Euclidean no-boundary wave function appears to be determined in a relativistic canonical calibration with a fixed Euclidean interval of time (it is arbitrary so far).

After integrating over all physical degrees of freedom, it is necessary to restore at once both the initial negative sign of the Euclidean action related to the conformal scale factor and the Lorentzian signature of the whole action by the Wick rotation of the Euclidean time in the opposite direction at the complex plane. As a result, the Euclidean no-boundary wave function will become complex. The final step of our regularization is fixation of the time parameter governing the wave function in addition.

For this purpose we propose to use the additional condition of the wave-function’s phase stationary state relative to variations of the time parameter. The condition of the phase stationary state is a quantum equivalent of the classical principal of the least action in the GR. The equations resulting from this condition fix the lapse and shift functions. Solving the stationary equations, we determine the no-boundary wave function of the universe up to a constant multiplier.

In the present paper, we consider this regularization procedure in the case of a simplest minisuperspace model of the universe with a



conformal invariant scalar field. Although this example is far from an appropriate description of reality, it is suitable for its simple model [6]. In our framework the resulting regularized no-boundary wave function will be a non-trivial solution of the Wheeler-DeWitt (WDW) equation of the model, and so it will be stationary.

### Minisuperspace with the conformal invariant scalar field

In the case of the homogeneous Robertson-Walker metric (Euclidean signature) which has the form

$$ds^2 = \sigma^2 [N^2(\tau) d\tau^2 + a^2(\tau) d\Omega_3^2], \quad (1)$$

where  $\sigma^2 \equiv (2/3\pi)m_p^2$ , and  $d\Omega_3^2$  is the metric of the 3D sphere with the unit radius, and the conformal invariant scalar field  $\phi(\tau)$ , the classical action of GR may be written in the form of Ref. [6] as follows:

$$I = I_a + I_\phi, \quad (2)$$

$$I_a = -\frac{\xi}{2} \int_0^1 d\tau \tilde{N} \left[ \left( \frac{1}{\tilde{N}} \frac{da}{d\tau} \right)^2 + a^2 \right], \quad (3)$$

$$I_\phi = \frac{1}{2} \int_0^1 d\tau \tilde{N} \left[ \left( \frac{1}{\tilde{N}} \frac{d\psi}{d\tau} \right)^2 + \psi^2 \right], \quad (4)$$

where  $\tilde{N} = Na$ ,  $\psi = (\sqrt{2/\pi})a\sigma\phi$ .

The Wheeler-DeWitt equation of the model has the form

$$\left[ \frac{1}{a^p} \frac{\partial}{\partial a} \left( a^p \frac{\partial}{\partial a} \right) - a^2 - \frac{\partial^2}{\partial \chi^2} + \chi^2 \right] \Psi(a, \chi) = 0. \quad (5)$$

We have introduced a regularization parameter  $\xi$  in Eq. (3) whose “normal” value is +1. Further, for simplicity we will take the parameter of operator ordering  $p = 0$ .

Following Ref. [3], let us consider the configurations of the scale factor  $a$  on a disc with boundary conditions:  $a(0) = 0$  (the South Pole) and  $a(1) = b$  at the final spatial section.

For the initial configurations of the conformal scalar field  $\phi$  at the South Pole let us consider two cases:

(i)  $\phi(0) = 0$  ( $\psi$  is smooth in the South Pole);

(ii)  $\phi(0) = 0$  ( $\phi$  is smooth in the South Pole, but  $\psi(0) = 0$ ).

Indeed,

$$\psi(\tau) \propto \dot{a}\phi + a\dot{\phi} = \frac{\pi}{\sqrt{2}\sigma} (\ln a)\psi + a\dot{\phi}. \quad (6)$$

It follows from here for the second case:  $\psi \propto a$  in the limit  $\tau \rightarrow 0$ .

In both cases we take  $\psi(1) = \chi$  at the final spatial section. Since the integration over the (renormalized) lapse function  $\tilde{N}(\tau)$  will not be performed from this point on, we obtain the dependence of the universe's state at the final spatial section on an additional real Euclidean time parameter  $C$ :

$$C \equiv \int_0^1 d\tau \tilde{N}(\tau). \quad (7)$$

In the ordinary covariant quantum theory, the integration over the interval  $C \in [0, \infty)$  with corresponding measure is supposed [7]. We have chosen another possibility: this parameter will be fixed by the QAP at the final stage of our definition of the no-boundary wave function of the universe.

### Regularization of the Hartle-Hawking no-boundary wave function

Let us consider a functional integral over the field configurations  $(a(\tau), \psi(\tau))$  with the given boundary values at the final spatial section  $(b, \chi)$  and the corresponding smoothness conditions at the South Pole (setting here  $\hbar = 1$ ):

$$\Psi(b, \chi, C) = \int Da D\psi \exp(-I). \quad (8)$$

For the integral (8) to be finite we set the regularization parameter  $\xi$  equal to -1 at this stage. Then the Gauss integral (8) can be calculated without effort. The following simple example illustrates the regularization procedure proposed here (for  $\xi = 1$ ):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx \exp(\xi x^2) \equiv \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{-\xi}} = -i\sqrt{\pi}. \quad (9)$$

The only irritant in our regularization procedure is an occurrence of the constant multiplier  $(-i)^\infty$ , which arises in Eq. (8) after integration over  $a(\tau)$ . But this multiplier does not depend on the dynamical variables, so it can be omitted.

Notice that the regularization parameter  $\xi$  in the integral (3) can be inserted into the lapse function  $\tilde{N}(\tau)$ , so that we derive two indepen-





dent variables  $\tilde{N}_a(\tau), \tilde{N}_\phi(\tau)$  and, correspondingly, two parameters  $\tilde{C}_a, \tilde{C}_\phi$  which should be identified at the final stage.

Let us consider the results of integration in two cases mentioned above.

In the former case (i) the Gauss integral (8) equals

$$(-i)^\infty \exp(-I_i), \quad (10)$$

where the action in the exponent is calculated on the classical trajectory  $(a_i(t), \psi_i(t))$ ,  $t \in [0, C]$  with the corresponding boundary condition:

$$a_i(t) = \frac{b}{\text{sh} C} \text{sh} t, \quad \psi_i(t) = \frac{\chi}{\text{ch} C} \text{ch} t. \quad (11)$$

As a result, the action is equal to

$$I_i = \frac{1}{2} (-\xi b^2 \text{th} C + \chi^2 \text{cth} C). \quad (12)$$

In the latter case (ii),

$$a_{ii}(t) = \frac{b}{\text{sh} C} \text{sh} t, \quad \psi_{ii}(t) = \frac{\chi}{\text{sh} C} \text{sh} t, \quad (13)$$

and

$$I_{ii} = \frac{1}{2} (-\xi b^2 + \chi^2) \text{th} C. \quad (14)$$

Let us now restore the “normal” value of the regularization parameter  $\xi = +1$ , and return to the real time  $C = iT$ . As the result, the Euclidean action in the exponent of formula (10) becomes an imaginary phase function, which defines a real phase which we consider as a quantum action corresponding to the birth of the universe. In the former case ( $\psi$  is smooth in the South Pole) the quantum action is

$$S_i = \frac{1}{2} (b^2 \text{tg} T + \chi^2 \text{ctg} T). \quad (15)$$

At the last step in our definition of the wave function, we fix the time of birth  $T$  using the additional condition of the extreme value of the quantum action:

$$\frac{\partial S_i}{\partial T} = \frac{b^2}{\cos^2 T} - \frac{\chi^2}{\sin^2 T} = 0, \quad (16)$$

from which

$$\text{tg} T = \frac{\chi}{b}, \quad (17)$$

The solution of Eq. (17) can be interpreted

as the time of the universe’s birth in the intimated state from “nothing”. The corresponding stationary value of the quantum action is

$$S_{i0} = b\chi. \quad (18)$$

It is easy to check that the stationary wave function

$$\Psi_{i0} = A \exp(ib\chi) \quad (19)$$

is one of the solutions of the WDW equation (5) with  $p = 1$ .

In the latter case ( $\phi$  is smooth in the South Pole) the corresponding quantum action is

$$S_{ii} = \frac{1}{2} (-b^2 + \chi^2) \text{tg} T. \quad (20)$$

The condition for it to be stationary with respect to the variation of the time of birth  $T$  implies  $-b^2 + \chi^2 = 0$ .

Therefore, the stationary wave function would be taken as

$$\Psi_{ii0} = A \delta(b^2 - \chi^2). \quad (21)$$

It is also a solution of the WDW Eq. (5). The time of this state’s birth is not defined.

## Conclusion

In the present paper a regularized definition of the universe’s Hartle-Hawking no-boundary wave function being divergence-free has been proposed. The regularization was achieved by abandoning integration over the lapse and shift functions, the wave function being in the functional-integral representation. This adaptation violates the covariance of the initial theory, so in general, the obtained wave function is not a solution of the Wheeler-DeWitt equation.

This procedure can be interpreted as a complex amplitude of the universe’s birth from “nothing” with the time parameter not defined yet. Considering the phase of the complex amplitude as a quantum equivalent of the classical action, at the last step in our definition of the wave function we proposed to fix the time of birth  $T$  using the additional condition of the parameter extremum of the quantum action.

In the present paper, two variants of initial conditions (conditions of smooth) for the scalar field were considered for the uniform model of the universe with the conformally invariant scalar

field. The no-boundary wave functions of the universe were obtained in the both cases. These functions were solutions of the WDW equations.

Hence, both solutions have turned to be stationary for the simple model of the universe

considered here.

### Acknowledgement

We thank A.V. Goltsev for useful discussions.

### REFERENCES

[1] **J.B. Hartle, S.W. Hawking**, Wave function of the universe, *Phys. Rev. D.* D28 (12) (1983) 2960–2975.

[2] **A.D. Linde**, Quantum creation of the inflationary universe, *Lettere al Nuovo Cimento.* 39 (17) (1984) 401–405.

[3] **J.B. Hartle, S.W. Hawking, T. Hertog**, The no-boundary measure of the universe, *arXiv :0711.4630v4[hep-th]* (2008).

[4] **A. Vilenkin**, Quantum cosmology and eternal inflation, *arXiv:gr-qc/0204061v1* (2002).

[5] **S.W. Hawking, W. Israil**, General relativity: An Einstein centenary survey, Cambridge Univ. Press (1979).

[6] **G.W. Gibbons, S.W. Hawking**, Euclidean quantum gravity, World Scientific (1993).

[7] **J. Govaerts**, Quantum action principle in relativistic mechanics, CERN-TH. 5010/88.

*Received 14.09.2016, accepted 17.03.2017.*

### THE AUTHORS

**GOROBEY Nataliya N.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
n.gorobey@mail.ru

**LUKYANENKO Aleksander S.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
alex.lukyan@rambler.ru

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Hartle J.B., Hawking S.W.** Wave function of the universe // *Phys. Rev. D.* 1983. Vol. D28. No. 12. Pp. 2960–2975.

2. **Linde A.D.** Quantum creation of the inflationary universe // *Lettere al Nuovo Cimento.* 1984. Vol. 39. No. 17. Pp. 401–405.

3. **Hartle J.B., Hawking S.W., Hertog T.** The no-boundary measure of the universe // *arXiv :0711.4630v4[hep-th]* 8 Jun., 2008.

4. **Vilenkin A.** Quantum cosmology and eternal inflation // *arXiv:gr-qc/0204061v1* 18 Apr., 2002.

5. **Hawking S.W., Israil W.** General relativity: An Einstein centenary survey. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1979.

6. **Gibbons G.W., Hawking S.W.** Euclidean quantum gravity. World Scientific, 1993.

7. **Govaerts J.** Quantum action principle in Relativistic Mechanics. CERN-TH. 5010/88.

*Статья поступила в редакцию 14.09.2016, принята к публикации 17.03.2017.*

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**ГОРОБЕЙ Наталья Николаевна** — доктор физико-математических наук, профессор кафедры экспериментальной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
n.gorobey@mail.ru

**ЛУКЪЯНЕНКО Александр Сергеевич** — доктор физико-математических наук, профессор кафедры экспериментальной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
alex.lukyan@rambler.ru



DOI: 10.18721/JPM.10211

UDC 530.12:517.988.38(075.8)

## ON THE INITIAL STATE OF THE UNIVERSE IN THE THEORY OF INFLATION

**N.N. Gorobey, A.S. Lukyanenko, M.V. Svintsov**

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

St. Petersburg, Russian Federation

A toy quantum model of the inflationary universe is considered in which the role of cosmic time is played by the inflaton scalar field (its logarithm). Based on a variant of the positive energy theorem in General Relativity for the case of a closed universe, a strictly positive energy of space is introduced. The principle of minimum of the energy of space is proposed which determines a ground state as well as the excited states of the universe in quantum cosmology. According to this principle, the Beginning of the universe does exist as a state of minimal excitation of the energy of space. The initial proto-inflation quantum state of the universe is defined as a state of minimal excitation of the energy of space provided that the potential energy of the inflaton scalar field is large at the Beginning. Simultaneously, quanta of space energy excitation are introduced and the expansion of the universe can be considered as the birth of these quanta. Quantum birth of the ordinary matter becomes significant when the potential energy of the inflaton scalar field comes down to zero value.

**Key words:** universe; theory of the inflation; energy of space; time; quantum; matter

**Citation:** N.N. Gorobey, A.S. Lukyanenko, M.V. Svintsov, On the initial state of the universe in the theory of inflation, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 10 (2) (2017) 115–122. DOI: 10.18721/JPM.10211

## О НАЧАЛЬНОМ СОСТОЯНИИ ВСЕЛЕННОЙ В ТЕОРИИ ИНФЛЯЦИИ

**Н.Н. Горобей, А.С. Лукьяненко, М.В. Свинцов**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Российская Федерация

Рассмотрена квантовая модель инфляционной Вселенной, в которой роль космического времени играет инфлатонное скалярное поле (его логарифм). На основании варианта теоремы положительности энергии в общей теории относительности для случая замкнутой Вселенной вводится строго положительная энергия пространства. Предложен принцип минимума этой энергии для определения основного и возбужденных состояний Вселенной в квантовой космологии. Согласно этому принципу, существует начало Вселенной как состояние минимального возбуждения энергии пространства. Начальное квантовое состояние Вселенной перед инфляцией определяется как состояние минимального возбуждения пространства при условии, что инфлатонное скалярное поле имеет большую потенциальную энергию в своем начале. Вместе с основным состоянием вводятся кванты возбуждения энергии пространства, так что расширение Вселенной может рассматриваться как рождение квантов возбуждения. Квантовое рождение обычной материи становится существенным, когда потенциальная энергия инфлатонного скалярного поля падает до нуля.

**Ключевые слова:** Вселенная; теория инфляции; энергия пространства; время; квант; материя

**Ссылка при цитировании:** Горобей Н.Н., Лукьяненко А.С., Свинцов М.В. О начальном состоянии Вселенной в теории инфляции // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. Т. 10. № 2. С. 115–122. DOI: 10.18721/JPM.10211

## Introduction

The modern cosmological paradigm includes (as an inevitable part) the existence of an inflation stage with the exponential expansion of the universe [1 – 4]. A quantum epoch takes its own place substantially at the beginning of the universe in just the same way. Inflation theories do not explicitly specify the initial state of the universe and its size before the inflation. For instance, the inflation may be supposed to begin exactly following the quantum epoch with the Planck initial size [5]. On the other hand, in different quantum theories of the Beginning [6, 7] the classical inflation stage is considered as a natural continuation of the history of the universe. According to the Vilenkin tunneling theory [6], the de Sitter stage of the exponential expansion of the universe is sewn together with the de Sitter instanton at a definite radius determined by a vacuum energy density  $\rho_v$  in the framework of the Grand Unified Theory. In order to accommodate the tunneling theory with inflaton theories where an effective scalar field (inflaton) is present, the vacuum energy density should be identified with an initial value of the inflaton potential energy. In Ref. [8], the classical stage of the inflation in the quasi-classical approximation of the Hartle-Hawking no-boundary wave function of the universe was obtained as well.

In both approaches the dynamics of the scale factor of the universe at the inflaton stage was considered as a classical one. However, quantum effects, for instance, the ordinary matter creation, are important at the final stages. This also concerns the dynamics of the scale factor of the universe. In order to formulate quantum dynamics of the scale factor, a cosmic time should be defined in the quantum universe. In Ref. [9], a canonical time parameter related to the slow-rolling inflaton scalar field was introduced in the minisuperspace model of the universe. As a result, the Wheeler-DeWitt (WDW) equation for quantum geometry [10] took the form of the Schrödinger equation with that cosmic time. This equation implies the exponential growth of the average volume of the universe, provided the initial state of the scale factor is a Gauss wave packet. The width of the packet is an arbitrary parameter in that approach.

In the present work a principle of minimal energy of space is used in order to determine the ground state of the universe and to fix the width of the initial wave packet.

In fact, in recent years a heated argument based on the chaotic theory of inflation [11] has developed on the debated topic whether there was a beginning of the universe or whether it did not exist at all [12, 13]. Taking into account the positivity of the energy of space in a closed universe [14] we have come to conclusion that a ground state with minimal excitation of the energy of space does exist and it can be taken as a Beginning of the universe. At the same time, the ground state is a state of maximal (Planckian) vacuum energy density. It is similar to Planck energy density in the loop quantum gravity [15], which serves as a “quantum bridge” between large classical universes, one contracting and the other expanding. The minimal energy principle was used first for definition of the ground state of the universe in Ref. [16]. Notice that this state is not stationary and evolves with time. For instance, it admits quantum fluctuations in which a universe with high initial value  $\phi_0$  of the inflaton scalar field may be nucleated. The space energy in such a proto-inflation quantum state remains minimal admitted by the Hamiltonian constraint in a closed universe.

In this paper we propose a toy model for determination of the proto-inflation quantum state of the universe and its subsequent quantum dynamics on the condition that a cosmic time related to the inflaton scalar field is introduced [9]. Together with the initial ground state of space, excited states are introduced as well, in terms of which the exponential expansion obtained in Ref. [9] is represented as quanta of space birth. It is pertinent to note that these quanta are not the same as those of a spatial volume obtained in the loop quantum gravity [17]. Here, we call quanta the excitations of the space energy.

## Minisuperspace quantum inflationary model of the universe

Let us consider a homogeneous Friedman-Robertson-Walker (FRW) model of the universe with the metric

$$ds^2 = N^2(t)dt^2 - a^2(t) \times (d\chi^2 + \sin^2\chi(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)), \quad (1)$$

and a scalar field  $\phi$  with the four degree potential

$$V(\phi) = \lambda\phi^4 / 4$$

described by the action

$$I = \int dt \left[ \frac{1}{2g} \left( \frac{\dot{a}^2}{N} - aN \right) - 2\pi^2 a^3 \left( \frac{\dot{\phi}^2}{2N} - \frac{\lambda\phi^4}{4} \right) \right]. \quad (2)$$

Here  $N$  is the lapse function [18],  $a$  is the scale factor of the universe,  $g = 2G / 3\pi$  ( $G$  is the Newton gravitational constant).

By varying the action  $I$  with respect to the lapse function  $N$ , we obtain the Hamiltonian constraint equation

$$H = \frac{1}{2} \left( \frac{gp_a^2}{a} + \frac{a}{g} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{p_\phi^2}{2\pi^2 a^3} + 2\pi^2 a^3 \frac{\lambda\phi^4}{2} \right) \approx 0, \quad (3)$$

where  $p_a$  and  $p_\phi$  are canonical conjugate momenta to  $a$  and  $\phi$ , respectively.

In conventional quantum theory Eq. (3) is replaced by the WDW equation for a quantum state

$$\hat{H}\Psi = 0$$

with

$$p_a \rightarrow (\hbar / i) \partial / \partial a, \quad p_\phi \rightarrow (\hbar / i) \partial / \partial \phi.$$

A problem of ordering of non-commuting multipliers (in the first round brackets) will arise in the definition of the operator  $\hat{H}$ . It will be solved below.

We are interested in the slow-roll regime with the slowly varying scalar field  $\phi$ . So, we shall consider the momentum

$$p_\phi = 2\pi^2 a^3 \frac{\dot{\phi}}{N}. \quad (4)$$

to be small, and, following Ref. [9], replace the kinetic energy of the scalar field in the constraint (3) by

$$-\frac{1}{3} \sqrt{\frac{\lambda}{g}} \phi p_\phi. \quad (5)$$

Then, a formula

$$t = -3 \sqrt{\frac{g}{\lambda}} \ln \frac{\phi}{\phi_0}. \quad (6)$$

gives an appropriate canonical time parameter [9], where  $\phi_0$  is an initial value of  $\phi$ .

According to Ref. [9], let us choose the following prescription for the operator ordering:

$$\frac{p_a^2}{a} \rightarrow -\hbar^2 \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{\partial}{\partial a} \frac{1}{\sqrt{a}} \frac{\partial}{\partial a} \equiv -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad (7)$$

where the new variable

$$x = \pm(2/3)a^{3/2},$$

being a square root of the volume  $V / 2\pi^2$ , will be considered as arbitrary real  $x \in (-\infty, \infty)$ .

Now, according to our choice of the cosmic time (6) which is canonically conjugate to the kinetic energy of the scalar field (5), the WDW equation in the slow-roll regime can be replaced by the time-dependent Schrödinger equation:

$$-i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{1}{2} \left[ -g\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2\pi^2 \frac{\lambda\phi^2(t)}{2} \frac{9}{4} x^2 \right] \Psi, \quad (8)$$

where

$$\phi(t) = \phi_0 e^{-\mu t}, \quad \mu = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\lambda}{g}}. \quad (9)$$

Here, following Ref. [9], we have neglected the spatial curvature term in Eq. (8).

### Proto-inflation quantum state of the universe

Of concern to us is the quantum state of the universe at the moment  $t = 0$  of the cosmic time, when the inflaton scalar field takes its maximal value  $\phi_0$ . In the classical theory, the initial proto-inflation scale factor of the universe should be taken as the end point of the Vilenkin tunnel path determined as the non-zero solution of the equation

$$U(a) \equiv \frac{a}{g} - 4\pi^2 a^3 V(\phi_0) = 0. \quad (10)$$

The spatial curvature term is important in this definition of the initial radius of the universe before inflation:

$$a_\nu = \left( \frac{3}{2} \right)^{\frac{2}{3}} x_\nu^{\frac{2}{3}} \equiv \frac{1}{2\pi\sqrt{gV(\phi_0)}}. \quad (11)$$

According to Eq. (11), the initial pre-infla-



tion radius of the universe is inversely proportional to the square root of a gravitational energy density  $gV(\phi_0)$  related to the initial scalar field value  $\phi_0$ . Therefore, the initial value  $\phi_0$  of the inflaton scalar field is related both to the beginning of the cosmic time and to the energy found for the universe before the inflation.

One can read Eq. (10) as a balance between the gravitational energy of the vacuum condensate of the initial scalar field and an “elastic energy” of the spatial curvature of the universe [18] in the initial state. This simple classical energy balance is a capsule version of the gravitational constraints in a closed universe. In the general case, it can be formulated as a variant of the positive energy theorem for a closed universe [19], which has the form of an equality of two strictly positive quantities. One of them, the square of an eigenvalue of a 3D Dirac operator in a spatial slice, which includes the “elastic energy” of the curvature, we relate to an energy of space. The second one is a positive definite energy of all physical degrees of freedom of a closed universe, including the transversal degrees of freedom of gravitational field. In Refs. [14, 16] this positive energy theorem is used to define the ground state of the universe in quantum cosmology, with a minimal energy of space and, respectively, a minimal energy of its matter content. It is this ground state that we will take in the present work as a proto-inflation initial state of the universe.

In the simple minisuperspace model given by the Hamiltonian constraint (3) the first term represents the energy of space, and the second one does the energy of the scalar field. In the classical theory, the constraint implies that both energies compensate each other. In the definition of a ground state of the universe, given in Refs. [14, 16], the equality of the quantum average values of these energies takes into account an additional condition in the minimal principle.

Returning to the inflation scenario with the only slow-rolling inflaton scalar field, considered here as a classical one, now we formulate the following principle.

**Principle of the space energy minimum.** *The quantity*

$$\frac{\langle \psi | \hat{H}_x | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle} + L \langle \psi | \hat{H} | \psi \rangle \quad (12)$$

*must be extremal with respect to the variations of a quantum state of the universe  $\psi(x)$  and the Lagrangian multiplier  $L$ .*

Here

$$\hat{H} \equiv \frac{1}{2} \left( \hat{H}_x - 2\pi^2 \frac{\lambda \phi_0^2}{2} \frac{9}{4} x^2 \right) \quad (13)$$

and

$$\hat{H}_x = -g\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (14)$$

is the operator of the energy of space.

The kinetic energy of the inflaton scalar field is taken here to be equal to zero.

Being a positive definite, the operator of the space energy (14) has a minimal positive average value. The corresponding state of minimal energy can be approximated by a probe function, which would be taken as a Gauss wave packet (as well as that in Ref. [9]):

$$\psi_0(x) = A \exp\left(-\frac{x^2}{4\chi_0^2}\right), \quad (15)$$

where  $\chi_0$  is a variation parameter.

For this state,  $\langle x^2 \rangle_0 = \chi_0^2$ . This parameter is determined by the quantum constraint equation

$$\langle \psi | \hat{H} | \psi \rangle = \frac{1}{2} \left( \frac{g\hbar^2}{2\chi_0^2} - 2\pi^2 \frac{\lambda \phi_0^2}{2} \frac{9}{4} 2\chi_0^2 \right) = 0 \quad (16)$$

which gives an estimation of the pre-inflation volume of the universe:

$$\chi_0^2 = \frac{4}{9} \langle a^3 \rangle_0 = \frac{2}{9\pi} l_{Pl}^2 a_V \quad (17)$$

where  $l_{Pl} \equiv \sqrt{G\hbar}$  is the Planck length.

As usual, apart from the ground state, there exists a set of extremal solutions, which obey the equation

$$[(\tilde{L} + 1)\hat{H}_x - \tilde{L}9\pi^2 V(\phi_0)x^2]\psi = W\psi \quad (18)$$

where

$$\tilde{L} = L \langle \psi | \psi \rangle,$$

plus the quantum constraint Eq. (16) for the Lagrangian multiplier  $L$ .

Solutions of Eq. (18) are eigenstates of a quantum harmonic oscillator, on the condition that  $-1 < \tilde{L} < 1$ :

$$\frac{1}{2} \left[ -g\hbar^2 \frac{\partial}{\partial x^2} + 9\pi^2 \eta V(\phi_0)x^2 \right] \psi_n = \frac{W_n}{1 - \tilde{L}} \psi_n, \quad (19)$$





$$\eta \equiv \frac{\tilde{L}}{1 - \tilde{L}}. \quad (19)$$

From Eq. (19), we obtain the energy spectrum of space

$$W_n = \frac{3}{2} \pi \hbar \sqrt{gV(\phi_0)} \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad (20)$$

and the corresponding values of the universe's volume:

$$\langle a^2 \rangle_n = \frac{1}{\pi} l_{Pl}^2 a_V \left( n + \frac{1}{2} \right) \quad (21)$$

with  $\tilde{L} = 1/2$ , which implies the constraint Eq. (16). Corresponding eigenfunctions are the following [20]:

$$\psi_n(x) = A_n H_n \left( \frac{x}{\sqrt{2}\chi_0} \right) \exp \left( -\frac{x^2}{4\chi_0^2} \right). \quad (22)$$

### Inflation as the birth of the space quanta

So then, we suppose that the state of minimal excitation of space (15) is the initial proto-inflation state of the universe. It is not stationary for the Hamiltonian (13) and, therefore, will evolve with time. Let us consider the evolution at small times when the inflaton scalar field can be considered to be constant ( $\phi = \phi_0$ ). The kernel of the evolution operator in this case would be calculated in the same way as that for the ordinary harmonic oscillator [21]. It becomes as follows:

$$K(x_1, T; x_0, 0) = F(T) \exp \left( \frac{i}{\hbar} I_{Cl} \right), \quad (23)$$

$$F(T) = \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi g \hbar \sinh(\gamma T)}}$$

where

$$I_{Cl} = \frac{1}{2g} \int_0^T (\dot{x}^2 + \gamma^2 x^2) dt, \quad \gamma^2 \equiv 9\pi^2 gV(\phi_0). \quad (24)$$

Here  $I_{Cl}$  is the action of the geometrical variable  $x(t)$  calculated on a classical trajectory with the end points  $(x_0, 0)$  and  $(x_1, T)$ ; it equals

$$I_{Cl} = \frac{\gamma}{2g \sinh(\gamma T)} \times \quad (25)$$

$$\times [(x_0^2 + x_1^2) \cosh(\gamma T) - 2x_0 x_1].$$

Evolution of the initial ground state with time is described in the form

$$\psi(T, x_1) = \int K(x_1, T; x_0, 0) \psi_0(x_0) dx_0. \quad (26)$$

Some simple, but rather great calculations in volume give the following:

$$\psi(T, x_1) = A F(T) D(T) \times \quad (27)$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{x_1^2}{4\chi^2(T)} + i \frac{x_1^2}{2} \Gamma \right\},$$

$$\chi^2(T) \equiv \chi_0^2 \left[ \cosh^2(\gamma T) + \left( \frac{g \hbar \sinh(\gamma T)}{4\gamma \chi_0} \right)^2 \right],$$

$$\Gamma = \frac{\gamma}{g \hbar} \coth(\gamma T) \times$$

$$\times \left[ 1 - \frac{1}{\cosh^2(\gamma T) + \left( \frac{g \hbar \sinh(\gamma T)}{4\gamma \chi_0} \right)^2} \right]. \quad (28)$$

According to Eqs. (27), the packet width grows at large times exponentially with high accuracy:

$$D(T) = 2\chi \sqrt{\frac{\pi}{1 - 2i\gamma\chi_0^2 \coth(\gamma T) / g \hbar}}. \quad (29)$$

Such behavior also results in the average volume of the universe:

$$\langle a^3 \rangle \sim \exp(2\gamma T),$$

which confirms the inflation scenario, but it is of interest to describe this behavior in the context of the birth of space quanta introduced earlier.

Here we shall restrict ourselves to calculating the probability of the universe to remain at the initial ground state with time  $T$ . The amplitude of the outcome equals

$$S_{00} = A^2 F(T) D(T) Q(T) \quad (30)$$

where

$$Q(T) = \sqrt{\frac{2\pi}{R(T)}}, \quad (31)$$

$$R(T) = \frac{1}{2\chi_0^2} \left[ 1 + \frac{\chi_0^2}{\chi^2(T)} \right] + i\Gamma.$$

The last multiplier  $Q(T)$  in Eq. (30) re-

mains limited with time, as well as the third one,  $D(T)$ . It is the second multiplier  $F(T)$  that provides the exponential damping of the amplitude:

$$F(T) \sim e^{-\gamma T/2}. \quad (32)$$

Since the space evolution described by the Schrödinger Eq. (8) is unitary, this result indicates the fast growth of the space quanta number. According to Eq. (30), this number increases exponentially:

$$\langle n \rangle \sim \exp(2\gamma T).$$

Having started with an initial state of the universe of minimal excitation at a given value of the inflaton scalar field  $\phi_0$ , we find out its expansion as the birth of the space energy quanta.

Now, our interest is in the birth of matter from the original ground state. The presence of matter, different from the inflaton scalar field, can be recorded in our model as an additional part of the Hamiltonian constraint (3); for example,

$$H_\phi = \frac{1}{2} \left( \frac{P_\phi^2}{2\pi^2 a^3} + 2\pi^2 a^3 \frac{m\phi^2}{2} \right) \quad (33)$$

for a scalar field  $\phi$ .

Starting with its ground state, we do not obtain any sensible birth of its quanta at the inflation stage, when the potential energy of the inflaton scalar field  $\phi$  dominates. However, according to the following quantum constraint equation

$$\langle \psi | \hat{H}_x | \psi \rangle = 0,$$

the energy of matter  $\langle \psi | \hat{H}_\phi | \psi \rangle$  is bound to be sufficiently high at the end of the inflation stage, when  $\phi \approx 0$ , in order to compensate the energy of space  $\langle \psi | \hat{H}_x | \psi \rangle$ .

The process of the birth of quanta of matter will be the subject of another work.

### Summary

In conclusion, a toy model for description of the early universe in the framework of the

energy approach to the quantum state and its dynamics has been developed in the present work. The Hamiltonian representation of General Relativity as a difference of the two strictly positive quantities underpinned the proposed approach.

One of these quantities, the square of the Dirac operator, relates to the scale factor of the universe, and we call it the space energy. The approach provided definite answers to the problems concerning the Beginning.

First, based on the space energy bounded below we took its ground state as the Beginning of the universe. Therefore, according to the energy approach, the Beginning does exist. In fact, this state is not stationary and evolves with time. For instance, the nucleation of the universe with the observed large-scale structure can be considered as the result of a quantum fluctuation of the inflaton scalar field up to a high value but with minimal excitation of the space energy. Thereby, the initial proto-inflation quantum state of geometry becomes definite for the subsequent inflation stage with the exponential expansion of the universe. In the case of a homogeneous model of the universe, in the present work this expansion is described by means of a Schrödinger equation with a cosmic time determined by the inflaton scalar field (its logarithm). Apart from the ground state the principle of minimal space energy determines a set of excited states with the definite quantum number of space as well. These states form a full orthonormal basis in a space of physical states of geometry. Starting from the initial ground state, the quantum number of space grows exponentially with cosmic time. At the final stage of inflation, when the potential energy of the inflaton tends to zero, the energy of the ordinary matter compensates the energy of space.

### Acknowledgment

We thank A.V. Goltsev for useful discussions.

### REFERENCES

- [1] A.A. Starobinskii, Spectrum of relict gravitational radiation and the early state of the universe, JETP Lett. 30 (11) (1979) 682–685.
- [2] A.A. Starobinsky, A new type of isotropic cosmological models without singularity, Phys. Lett. B. 91 (1) (1980) 99–102.



- [3] **A.H. Guth**, A possible solution to the horizon and flatness problems, *Phys. Rev. D.* D23 (2) (1981) 347–356.
- [4] **A.D. Linde**, A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and principal monopole problems, *Phys. Lett. B*108 (6) (1982) 389–393.
- [5] **A.D. Linde**, *Inflation cosmology*, Lecture Notes in Physics, Vol. 738, Berlin, Springer, 2008. arXiv:0705.0164v2 [hep-th].
- [6] **A. Vilenkin**, Creation of universes from nothing, *Phys. Lett. B.* 117 (1-2) (1982) 25–28.
- [7] **J.B. Hartle, S.W. Hawking**, Wave function of the universe, *Phys. Rev. D.* D28 (12) (1983) 2960–2975.
- [8] **J. Hartle, S.W. Hawking, T. Hertog**, No-boundary measure in the regime of eternal inflation, *Phys. Rev. D*82(6) (2010). P. 063510.
- [9] **A. Hosoya**, Cosmic time gauge in quantum cosmology and chaotic inflation model, *FermiLab-Conf-86-101-T*, July., USA, Univ. Res. Ass. (1986).
- [10] **C. DeWitt, J. Wheeler** (eds), *Battelle Rencontres – 1967, Lectures in Mathematics and Physics*, New York, W.A. Benjamin, Inc. (1968).
- [11] **A.D. Linde**, Chaotic inflation, *Phys. Lett. B*129 (3-4) (1983) 177–181.
- [12] **L. Susskind**, Was there a Beginning?, arXiv:1204.5385 [hep-th] (2012).
- [13] **A. Mithani, A. Vilenkin**, Did the universe have a Beginning?, arXiv:1204.4658, [hep-th] (2012).
- [14] **N. Gorobey, A. Lukyanenko**, Ground state of the universe in quantum cosmology, *J. Mod. Phys. A.* 31 (02n03) (2016) 1641014.
- [15] **A. Ashtekar, T. Pawłowski, P. Singh**, Quantum nature of the big bang: An analytical and numerical investigation, arXiv:gr-qc/0604013v3 (2006).
- [16] **N.N. Gorobey, A.S. Lukyanenko**, On the universe initial state in quantum cosmology, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal.* No. 2 (218) (2015) 160–166.
- [17] **C. Rovelli, L. Smolin**, Discreteness of area and volume in quantum gravity, *Nucl. Phys. B.* 442 (3) (1995) 593–619.
- [18] **C. Misner, K. Thorne, J. Wheeler**, *Gravitation*, San Francisco, W.H. Freeman & Co. (1973).
- [19] **A. Lukyanenko**, Lengthwise gravitation fields in general relativity theory, *Doklady Akademii Nauk SSSR.* 289 (3) (1986) 579–583.
- [20] **L.D. Landau, E.M. Lifshits**, *Quantum mechanics (Non-relativistic theory)*, 3<sup>rd</sup> ed., Pergamon Press (1974).
- [21] **R. Feynman, A. Hibbs**, *Quantum mechanics and path integrals*, New York, USA, McGraw-Hill Book Company (1965).

*Received 01.12.2016, accepted 30.03.2017.*

#### THE AUTHORS

**GOROBEY Nataliya N.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
n.gorobey@mail.ru

**LUKYANENKO Alersandr S.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
alex.lukyan@rambler.ru

**SVINTSOV Mikhail V.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
n.gorobey@mail.ru

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Старобинский А.А.** Спектр реликтового гравитационного излучения и начальное состояние Вселенной // *Письма в ЖЭТФ.* 1979. Т. 30. № 11. С. 719–723.
2. **Starobinsky A.A.**, A new type of isotropic cosmological models without singularity // *Phys. Lett. B.* 1980. Vol. 91. No. 1. Pp. 99–102.
3. **Guth A.H.** A possible solution to the horizon and flatness problems // *Phys. Rev. D.* 1981. Vol. 23. No. 2. Pp. 347–356.
4. **Linde A.D.** A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and principal monopole problems, *Phys. Lett. B.* 1982. Vol. B108. No. 6. Pp. 389–393.
5. **Linde A.D.** *Inflation cosmology* // Lecture

Notes in Physics. Vol. 738. Berlin: Springer, 2008. arXiv:0705.0164v2 [hep-th].

6. **Vilenkin A.**, Creation of universes from nothing // Phys. Lett. B. 1982. Vol. B117. No. 1-2. Pp. 25–28.

7. **Hartle J.B., Hawking S.W.** Wave function of the universe // Phys. Rev. D. 1983. Vol. D28. No. 12. Pp. 2960–2975.

8. **Hartle J., Hawking S.W., Hertog T.**, No-boundary measure in the regime of eternal inflation // Phys. Rev. D. 2010. Vol. 82. No. 6. P. 063510.

9. **Hosoya A.** Cosmic time gauge in quantum cosmology and chaotic inflation model // FermiLab-Conf-86-101-T. July. USA. Univ. Res. Ass., 1986.

10. **DeWitt C., Wheeler J.** (eds.) Battelle Rencontres – 1967. Lectures in Mathematics and Physics. New York: W.A. Benjamin, Inc., 1968.

11. **Linde A.D.** Chaotic inflation // Phys. Lett. B. 1983. Vol. B129. No. 3-4. Pp. 177–181.

12. **Susskind L.** Was there a Beginning?, arXiv:1204.5385 [hep-th] (2012).

13. **Mithani A., Vilenkin A.** Did the universe have a Beginning? arXiv:1204.4658, [hep-th] (2012).

14. **Gorobey N., Lukyanenko A.** Ground state of

the universe in quantum cosmology// J. Mod. Phys. A. 2016. Vol. 31. No. 02n03. P. 1641014.

15. **Ashtekar A., Pawlowski T., Singh P.** Quantum nature of the big bang: An analytical and numerical investigation arXiv:gr-qc/0604013v3 (2006).

16. **Горобей Н.Н., Лукьяненко А.С.** О начальном состоянии Вселенной в квантовой космологии // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2015. № 2 (218). С. 160–166.

17. **Rovelli C., Smolin L.** Discreteness of area and volume in quantum gravity // Nucl. Phys. B. 1995. Vol. 442. No. 3. Pp. 593–619.

18. **Misner C., Thorne K., Wheeler J.** Gravitation. San Francisco: W.H. Freeman & Co., 1973. 1279 p.

19. **Лукьяненко А.С.** Продольные гравитационные поля в ОТО // Доклады АН СССР. 1986. Т. 289. № 3. С. 579–583.

20. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** Квантовая механика (нерелятивистская теория). М.: Наука, 1974. 752 с. (Теоретическая физика. Т. III).

21. **Feynman R., Hibbs A.** Quantum mechanics and path integrals. New York, USA: McGraw-Hill Book Company, 1965. 371 p.

*Статья поступила в редакцию 30.10.2016, принята к публикации 30.03.2017.*

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**ГОРОБЕЙ Наталья Николаевна** — доктор физико-математических наук, профессор Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
n.gorobey@mail.ru

**ЛУКЬЯНЕНКО Александр Сергеевич** — доктор физико-математических наук, профессор Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
alex.lukyan@rambler.ru

**СВИНЦОВ Михаил Викторович** — студент Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
n.gorobey@mail.ru

DOI: 10.18721/JPM.10212

УДК 621

**АКТУАЛЬНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ФИЗИКИ  
ПОЛУПРОВОДНИКОВ И НАНОСТРУКТУР,  
ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ ОПТО- И НАНОЭЛЕКТРОНИКИ**  
(по материалам XVIII Всероссийской молодежной конференции)

**Т.А. Гаврикова, Д.А. Фирсов, В.А. Зыков**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Приведен аналитический обзор работ, представленных на XVIII Всероссийской молодежной конференции по физике полупроводников и наноструктур, полупроводниковой опто- и наноэлектронике (28 ноября – 2 декабря 2016 г., СПбПУ, Санкт-Петербург). Поименно названы работы, отмеченные Программным комитетом конференции дипломами и денежными премиями. Представлен список докладов, рекомендованных для участия в конкурсе по Программе «Участник молодежного научно-инновационного конкурса» (УМНИК) в номинации «Научные результаты, обладающие существенной новизной и перспективой их коммерциализации» с последующим их финансированием Фондом содействия развития малых форм предприятий в научно-технической сфере.

**Ключевые слова:** физика полупроводников; наноэлектроника; оптоэлектроника; спинтроника; гетероструктура; наноструктура

**Ссылка при цитировании:** Гаврикова Т.А., Фирсов Д.А., Зыков В.А. Актуальные направления физики полупроводников и наноструктур, полупроводниковой опто- и наноэлектроники (по материалам XVIII Всероссийской молодежной конференции) // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. Т. 10. № 2. С. 123–132. DOI: 10.18721/JPM.10212

**THE TOPICAL TRENDS IN SEMICONDUCTOR AND NANOSTRUCTURE  
PHYSICS, SEMICONDUCTOR OPTO- AND NANOELECTRONICS**  
(on the 18th All-Russian Youth Conference)

**T.A. Gavrikova, D.A. Firsov, V.A. Zykov**

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

The paper has summarized the results of the 18th All-Russian Youth Conference on Semiconductor and Nanostructure Physics, and Semiconductor Opto- and Nanoelectronics that took place in St. Petersburg on November 28 – December 2, 2016. The reports presented in the 6 sections of the conference have been reviewed analytically. The participants whose reports were awarded certificates and money prizes by the Conference Program Committee were mentioned. The list of reports recommended to take part in the “UMNIK” contest is presented in the nomination “Scientific results which have significant novelty and the prospect of commercialization”



and shall be further funded by the Foundation for Assistance to Small Innovative Enterprises in Science and Technology.

**Key words:** semiconductor physics; nanoelectronics; optoelectronics; spintronics; heterostructure; nanostructure

**Citation:** T.A. Gavrikova, D.A. Firsov, V.A. Zykov, The topical trends in semiconductor and nanostructure physics, semiconductor opto- and nanoelectronics (on the 18th All-Russian Youth Conference), St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 10(2) (2017) 123–132. DOI: 10.18721/JPM.10212

## Введение

В Санкт-Петербурге с 28 ноября по 2 декабря 2016 года прошла XVIII Всероссийская молодежная конференция по физике полупроводников и наноструктур, полупроводниковой опто- и нанoeлектронике. Организаторами конференции выступили Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), Санкт-Петербургский национальный исследовательский академический университет (СПбАУ) — научно-образовательный центр нанотехнологий РАН, Санкт-Петербургский государственный университет (СПбГУ) и Физико-технический институт (ФТИ) им. А.Ф. Иоффе РАН. Конференция проведена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ грант 16-32-10244 мол\_г), Министерства образования и науки Российской Федерации (Программа «5-100») и Акционерного общества «Полупроводниковые приборы».

Программный комитет возглавлял академик РАН, доктор физико-математических наук Р.А. Сулис (ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН). Организационный комитет возглавил его председатель — доктор физико-математических наук, профессор Л.Е. Воробьев; зам. председателя — доктор физико-математических наук, профессор Д.А. Фирсов (оба профессора из СПбПУ).

В работе конференции 2016 года приняли участие более 200 человек.

Опубликовано 138 докладов, представленных студентами, аспирантами и молодыми учеными из разных городов Российской Федерации, среди которых Москва, Санкт-Петербург, Воронеж, Владивосток, Екатеринбург, Краснодар, Нальчик, Нижний Новгород, Новосибирск, Пенза, Таганрог, Тверь, Ярославль, а также из Бе-

лоруссии (Минск). На девяти пленарных заседаниях студентами и аспирантами было сделано 50 устных докладов.

Состоялась также стендовая сессия, на которой было представлено 88 докладов по разделам: «Объемные свойства полупроводников», «Процессы роста, поверхность, границы раздела», «Гетероструктуры, сверхрешетки, квантовые ямы», «Квантовые точки, квантовые нити и другие низкоразмерные системы», «Приборы опто- и нанoeлектроники», «Новые материалы».

В программу конференции были включены два приглашенных доклада ведущих российских ученых. Выступили И.С. Бурмистров (Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, г. Черноголовка Московской области) с докладом «Топология в физике конденсированных сред» и Н.В. Крыжановская (СПбАУ РАН) с докладом «Микролазеры с модами шепчущей галереи».

Сборник тезисов, а также программа конференции изданы тиражом 200 экземпляров.

## Аналитический обзор

**Секция «Объемные свойства полупроводников».** Анализ содержания докладов, представленных на этой секции, позволяет отметить неизменно высокий интерес к проблемам разработки светоизлучающих структур в широком спектральном диапазоне: от ультрафиолетового до дальнего инфракрасного. Предметами экспериментальных и теоретических исследований являются:

спектры фотолюминесценции пленок ZnO;

природа интенсивной широкополосной люминесценции в эпитаксиальных слоях AlGaIn, сильно легированных кремнием;



люминесцентные свойства кристаллов AlN в виде субмикронных гексагональных призм;

поглощение терагерцового излучения свободными электронами в эпитаксиальных слоях GaN в продольных электрических полях.

Продолжено теоретическое изучение объемных плазмон-фонон-поляритонов в эпитаксиальных слоях *n*-GaN с различным уровнем легирования, нацеленное на создание селективных источников излучения среднего и дальнего инфракрасного диапазонов.

Заслуживают внимания результаты исследования глубоких уровней и дислокационной люминесценции в кремнии, актуальные для создания светоизлучающих структур на основе кремния.

Вторым важным направлением развития современной электроники является изучение магнитных свойств полупроводниковых материалов, включающее проблемы спинтроники. Среди представленных по этому направлению работ следует отметить:

исследования особенностей спиновой поляризации носителей заряда в магнитных полупроводниках, включающие экспериментальные исследования зонного и прыжкового механизмов переноса носителей тока в тонких пленках разбавленных твердых растворов Ge:Mn;

исследование спонтанного перемангничивания тонких пленок GaMnSb, вызванного магнитными флуктуациями, и процессов спиновой релаксации в структурах Si:Bi;

экспериментальное исследование эффекта магнитоотражения света в магнито-стрикционных ферромагнитных шпинелях CoFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub>.

Наряду с этим заслуживают внимания результаты работ, посвященных исследованию электрофизических свойств PbTe, легированных CdSe, в связи с проблемой создания термоэлектрических преобразователей с высокой добротностью в области низких и средних температур; отрицательного магнитосопротивления в поликристаллических материалах системы Cu-As-Ge-S; теория ударной ионизации в прямозонных полупроводниках.

**Секция «Процессы роста, поверхность, границы раздела».** Работы, представленные на этой секции, охватывают широкий круг исследований, посвященных изучению на микроскопическом и атомарном уровнях структуры механических свойств поверхности; методов ее модификации; особенностей формирования границ раздела и их электрических свойств в гетероструктурах; механизмов образования нанокластеров, массивов квантовых точек.

Наряду с уже ставшими традиционными технологическими методами изготовления наноструктур (молекулярно-пучковая эпитаксия, газо- и жидкофазная эпитаксия), в работах представлены новые направления в технологии:

плазмохимическое атомно-слоевое осаждение;

реактивное ионно-плазменное магнетронное распыление;

плазмохимическое осаждение и др.

Среди работ, посвященных изучению поверхности полупроводниковых материалов, заслуживают внимания следующие:

результаты термодинамического анализа условий формирования поверхностей GaAs с регулярными атомно-гладкими террасами, разделенными ступенями монокристаллической высоты;

экспериментальные исследования упорядочения островков германия на ступенчатой поверхности Si(100) в процессе самоорганизованного роста квантовых точек в системе Ge-Si;

исследования распределения адатомов на экстраширокой террасе Si(111)-(1×1);

изучение формирования морфологии поверхности при осаждении германия на Si(100) в условиях, близких к динамическому равновесию;

исследования поверхностных деформаций на структурированных подложках кремния, вызванных межузельными кластерами германия;

изучение механических свойств поверхности GaAs с помощью атомно-силового микроскопа;

экспериментальные исследования двумерных структур AuTi на поверхностях Si(100);

разработка методики определения площади фрактальной поверхности.

Значительное число работ посвящено разработке и исследованию методов модификации поверхностей на микро- и наноровнях. Здесь следует отметить:

исследования профилирования по глубине химического состава структур, полученных методом имплантации ионов галлия и азота в кремний и в кремний-совместимые матрицы;

результаты моделирования процессов отжига полупроводников  $A^3B^5$  с целью выявления условий получения массивов металлических капель на поверхности;

результаты травления сфокусированным ионным пучком галлия подложек  $Si_3N_4/GaN$  для субмикронной селективной эпитаксии;

изучение параметров процесса наноразмерного профилирования поверхности кремния методом фокусированных ионных пучков.

Традиционно на секции представлены работы, посвященные изучению свойств границ гетероструктур:

экспериментальные исследования методом фотоотражения механических деформаций и плотности зарядовых состояний в структурах  $GaAs/Si(100)$ ;

изучение фотолюминесцентных свойств автоэпитаксиальных слоев  $InAs$  и влияния на них сульфидизации подложки;

изучение оптических свойств пленок  $GaP$  на подложке  $Si(100)$ ;

сравнительный анализ дельта-легированных слоев в алмазе и арсениде галлия.

Программным комитетом отмечена практическая значимость результатов исследований влияния отжига в восстановительной атмосфере на структуру и свойства графена.

**Секция «Гетероструктуры, сверхрешетки, квантовые ямы».** Традиционно большое количество докладов было представлено на этой секции. Здесь же представлены и наиболее яркие работы. Это в первую очередь относится к сообщению о результатах экспериментальных исследований когерентной спиновой динамики двумерной электрон-

ной системы вблизи нечетных факторов заполнения в гетероструктурах  $GaAs/AlGaAs$  с одиночной квантовой ямой (доклад получил премию Гросса).

Проблемам, связанным со спиновыми явлениями в низкоразмерных полупроводниковых системах, посвящено значительное количество экспериментальных исследований:

спин- и долинозависимого сдвига Гуса – Хенхена в структурах на основе силицена и щелевого графена;

двумерных двухкомпонентных систем с эффектом Рашбы на поверхности  $Ge(111)$ ; это  $TlPb/Ge(111)$ ,  $TlBi/Ge(111)$ ,  $TlSn/Ge(111)$ ;

ядерных спинов и ядерного магнитного резонанса в квантовых ямах  $AlAs$  методом электронного парамагнитного резонанса.

Проведен численный расчет спин-орбитального взаимодействия Рашбы и Дрессельхауза в квантовых ямах на основе полупроводниковых соединений  $A^3B^5$ .

По-прежнему большое внимание уделяется получению и исследованию структур на основе полупроводниковых соединений  $A^3B^5$  и  $A^2B^6$  и твердых растворов на их основе. Ряд работ посвящен оптимизации параметров наноструктур для различных приборных приложений.

Среди экспериментальных работ необходимо отметить следующие:

изучение влияния безызлучательной Оже-рекомбинации и фотолюминесцентных свойств в квантовых ямах на основе гетероструктур  $InGaAsSb/AlGaAsSb$  с целью улучшения характеристик инжекционных лазеров;

исследование двухчастотной генерации стимулированного излучения на межзонных и примесь-зонных переходах в гетероструктурах с квантовыми ямами  $HgCdTe/HgTe$ ;

исследование усиления генерации второй гармоники краевыми состояниями в монослоях дихалькогенидов переходных металлов;

теоретические и экспериментальные исследования экситонов в низкодобротных микрорезонаторах с квантовыми ямами.

Большое внимание уделяется приборам



и структурам, работающим в терагерцовом диапазоне излучения. В связи с этой проблемой изучены:

оптические свойства наноструктур GaN/AlGaN в терагерцовом диапазоне частот;

поляризационные особенности спектров плазмонных 2D-структур, связанных принципом Бабинне;

межподзонные примесные переходы в квантовой яме GaAs, связанные с переходами примесь — зона;

Оже-рекомбинация в двумерных материалах с квазирелятивистским спектром носителей заряда.

Интересное направление связано с попытками получения прямозонных полупроводников на основе элементов IV группы периодической системы Д.И. Менделеева. Этой проблеме посвящены:

исследования перехода от не прямой к прямой запрещенной зоне в эпитаксиальных слоях  $\text{Ge}_{1-x}\text{Sn}_x$ ;

получение и исследование оптических свойств многослойных структурах с квантовыми ямами Ge-Si-Sn;

исследование разрывов валентной зоны в напряженных слоях SiGeSn/Si с различным содержанием олова.

Два последних сообщения имеют отношение к созданию приборов кремниевой фотоники.

Следует отметить работы, связанные с графеном:

изучение резонансного туннелирования с участием фотонов и поверхностных плазмонов в Ван-дер-Ваальсовых гетероструктурах на основе графена;

исследование электронной структуры и магнитных свойств низкоразмерной системы графен-железо-никель.

**Секция «Квантовые точки, квантовые нити и другие низкоразмерные системы».** При анализе тематики работ, представленных на секции, явно просматривается повышенное внимание к структурам с нитевидными нанокристаллами (ННК). Это относится как к технологиям изготовления ННК, так и к изучению их свойств и возможных практических приложений.

Представлены экспериментальные ис-

следования синтеза ННК и нанотрубок GaN, InN и  $\text{A}^3\text{B}^5$  на кремнии и на модифицированных SiC/Si(111) подложках; синтеза и оптических свойств нанотрубок  $\text{WS}_2$ , модифицированных наночастицами серебра; синтеза ННК GaAs методом молекулярно-пучковой эпитаксии с использованием коллоидных частиц серебра. Проанализированы возможности нового (инициированного плазмой) подхода к формированию нанонитей  $\text{Cu}(\text{In,Ga})(\text{S,Se})_2$ .

С помощью сканирующей туннельной микроскопии и электронной микроскопии исследована структура ННК на различных подложках, выращенных в рамках различных методик;

экспериментально изучены вольтамперные характеристики и стабильность резистивного переключения вертикально ориентированных углеродных нанотрубок;

исследованы оптические свойства пористых кремниевых нанонитей для применения в сенсорике;

проведены эллипсометрические исследования в процессе формирования самоорганизующихся нитеподобных наноструктур на основе монокристаллического кремния;

изучены особенности взаимодействия сверхкоротких лазерных импульсов и полевых транзисторов на основе одиночных углеродных нанотрубок на Si/SiO<sub>2</sub> подложках.

По-прежнему вызывают обостренный интерес структуры с квантовыми точками (КТ). По данному направлению представлено значительное количество экспериментальных и теоретических работ. Среди них можно отметить следующие:

изучение процессов релаксации неравновесных носителей заряда в структурах с КТ GeSi/Si после короткого мощного оптического межзонного возбуждения;

анализ особенностей заполнения состояний ансамбля КТ Ge/Si с неоднородным уширением;

исследование излучательных характеристик источников одиночных фотонов на основе КТ CdTe/ZnTe;

изучение процессов роста КТ InAs при выращивании методом металл-органической газовой эпитаксии (МОСГФЭ) в



GaAs- и метаморфной InGaAs-матрицах;  
исследование самоорганизации кластеров кремния и германия;

анализ энергетической структуры КТ PbS в стеклянных матрицах.

В дополнение к вышеизложенному, отметим следующие экспериментальными работами:

изучение методом сканирующей туннельной микроскопии и спектроскопии топологических особенностей прозрачных графеновых контактов к светодиодам на основе массива GaN пирамид;

исследование эффекта фотонного эха для экситонов в наноструктурах;

анализ температурных зависимостей спектров антипересечений зеемановского расщепления спиновых центров в SiC;

разработка методов стабилизации процессов окисления в пористом кремнии, основанных на использовании фуллерена C<sub>60</sub>.

**Секция «Приборы опто- и наноэлектроники».** В докладах, представленных на секции, отражен широкий спектр прикладных направлений современной опто- и наноэлектроники. Наиболее значимыми представляются разработки и исследования светоизлучающих (в том числе лазерных) структур.

Прежде всего, необходимо отметить работы, относящиеся к полупроводниковым дисковым WGM-лазерам среднего инфракрасного диапазона (2,28 мкм) на основе наногетероструктур GaInAsSb/AlGaAsSb, результаты которых отмечены Программным комитетом (премия Гросса). В этот цикл можно включить:

исследования внутренних оптических потерь и токов утечки в мощных лазерных диодных структурах спектрального диапазона 1,4 – 1,6 мкм;

моделирование параметров гетеролазера с пассивной синхронизацией мод и их влияния на характеристики его выходного излучения;

разработку люминесцентных излучающих приборов на основе массивов коллоидных квантовых точек;

анализ спектральных и угловых характеристик плазмонного нанолазера на основе

композиционных структур органический краситель – нанокристаллы серебра;

изучение волноводной рекомбинации в лазерах с асимметричными барьерными слоями GaAs/Al<sub>0,2</sub>Ga<sub>0,8</sub>As методом сканирующей ближнепольной оптической микроскопии;

исследование люминесценции спиновых светодиодов с ферромагнитным инжектором CoPt;

изучение влияния дизайна структуры дихромных светодиодов на основе InGaAlN на особенности фото- и электролюминесценции.

Столь же масштабно на секции представлены доклады по проблемам приемников излучения. Объектами исследования являются:

фотоприемники лазерного излучения на основе гетероструктур InGaAs/GaAs;

туннельные фотодетекторы на основе Ван-дер-Ваальсовых гетероструктур, состоящих из слоев графена, разделенных тонкими пленками диэлектриков;

оптическая утечка и люминесцентная связь как источники добавочного фототока в многопереходных солнечных элементах.

Помимо указанных, на секции представлен широкий спектр прикладных разработок современной электроники. Это создание и тестирование различных приборов и устройств:

отечественных сверхпроводниковых одnofотонных детекторов на основе ультратонких пленок NbN;

наноэлектромеханической системы на основе подвешенного нанопровода;

бистабильного микропривода для микромеханических гироскопов.

Проведено исследование возможности использования разбавленных магнитных полупроводников GaMnSb, GaMnAs в диодах со спиновой инжекцией. Выполнено моделирование терагерцового диода Ганна, реализованного на одиночном нитевидном нанокристалле InN.

Разработан полупроводниковый метаморфный буфер для изготовления СВЧ транзисторов, а также одноэлектронный сенсор водорода на основе структуры Pd-оксид–n-InP.





Специально отмечена работа, посвященная изучению пикосекундного пространственно-неоднородного переключения высоковольтных диодных структур; она актуальна для разработки полупроводниковых приборов импульсной силовой электроники пикосекундного диапазона.

Следует отметить высокое качество и практическую перспективность работ, представленных на секции: две работы поддержаны грантами по результатам конкурса в рамках программы «Участник молодежного научно-инновационного конкурса» («УМНИК») в номинации «Научные результаты, обладающие существенной новизной и сверхсрочной перспективой их коммерциализации»; шесть работ поддержаны грантами РФФИ, десять — грантами Минобрнауки и др.

**Секция «Новые материалы».** Работы, представленные на этой секции, посвящены изучению свойств новых нетрадиционных материалов с оригинальным сочетанием свойств и перспективой их использования при разработке устройств электроники. На настоящей конференции представлены следующие результаты исследований:

транспортные свойства и фотоэлектромагнитный эффект в топологических изоляторах на основе соединений  $(\text{Bi}_{1-x}\text{In}_x)_2\text{Se}_3$  и  $(\text{Bi}_{1-x}\text{In}_x)_2\text{Te}_3$ ;

атомная и электронная структуры поверхности монокристаллов черного фосфора — слоистого материала с сильной зависимостью ширины запрещенной зоны от числа слоев;

свойства излучателей на основе ионов церия в гранатах, актуальные для разработки быстродействующих скинтилляторов в медицинской диагностике и физике высоких энергий;

характеристики полупроводниковых наноструктур политиофена;

колебательные свойства молекулярных ветвящихся структур.

### Заключение обзора

Таким образом, проблемы, которым посвящена конференция, охватывают основные области физики полупроводников, полупроводниковой опто- и наноэлектроники.

В настоящее время наибольшее внимание уделяется квантоворазмерным структурам, гетеропереходам и приборам на их основе. Повышенный интерес проявляется к проблемам спинтроники. Им же сейчас отдается в мире приоритет в области полупроводниковой электроники. Наибольшие успехи достигнуты в вопросах, связанных с оптоэлектроникой, в частности с разработкой, изучением и использованием лазеров на квантовых ямах и квантовых точках.

Наряду с этим представлены работы, отражающие тенденции развития современной опто- и наноэлектроники. Во-первых, это создание и исследование новых материалов, таких как органические полупроводники, графен и его производные, нанопористые материалы. Во-вторых, это разработка и создание новых приборов. Проблематика проектов, поддержанных РФФИ, по которым представлены доклады на конференцию, соответствует перечню актуальных проблем современной физики полупроводников: 30 докладов представлены по результатам работ, поддержанных 36 грантами РФФИ, 8 работ поддержаны грантами Президента РФ, 3 работы поддержаны грантами Российского научного фонда, 14 работ — грантами Минобрнауки РФ. Ряд участников конференции получили финансовую поддержку за счет других фондов, правительственных и ведомственных программ (6 работ).

### Доклады, отмеченные Программным комитетом

Программный комитет отметил дипломами и премиями следующие работы аспирантов и студентов.

Премией им. Е.Ф. Гросса за лучшую работу в области оптики полупроводников награждаются (премия 5000 руб.):

**Степанец-Хуссейн Эльдар**, студент Московского физико-технического института (руководитель А.В. Ларионов, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории неравновесных процессов Института физики твердого тела РАН), за доклад «Когерентная спиновая динамика двумерной электронной системы вблизи нечетных факторов заполнения»;

**Ройз Михаил Александрович**, аспирант ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург (руководитель А.Н. Именков, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН), за доклад «Полупроводниковые дисковые WGM-лазеры среднего ИК диапазона ( $\lambda \sim 2,28$  мкм)».

Дипломами I степени и премией (5000 руб.) награждены:

**Иванов Михаил Сергеевич**, студент СПбПУ (руководитель Н.И. Подольская, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН), за доклад «Пикосекундное пространственно-неоднородное переключение высоковольтных диодных структур»;

**Веселов Дмитрий Александрович**, аспирант ФТИ им. А. Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург (руководитель Н.А. Пихтин, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН), за доклад «Внутренние оптические потери и токовые утечки в мощных лазерных диодах спектрального диапазона 1400 – 1600 нм».

Дипломами II степени и премиями (4500 руб.) награждены:

**Авдиенко Павел Сергеевич**, студент Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета (СПбГЭТУ) «ЛЭТИ» (руководитель О.С. Комков, кандидат физико-математических наук, доцент СПбГЭТУ «ЛЭТИ»), за доклад «Определение параметров приповерхностной области арсенида галлия методом спектроскопии фотоотражения»;

**Хабаров Кирилл Михайлович**, студент Московского физико-технического института (руководитель А.В. Барышев, кандидат физико-математических наук, Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, Москва), за доклад «Поляризационные особенности спектров плазмонных 2D структур, связанных принципом Бабинье»;

**Полубавкина Юлия Сергеевна**, аспирантка СПбАУ РАН (руководитель А.Е. Жуков, доктор физико-математических наук, профессор СПбАУ РАН), за доклад «Исследование волноводной рекомбинации в лазе-

рах с асимметричными барьерными слоями методом СБОМ»;

**Рахлин Максим Владимирович**, аспирант ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург (руководитель А.А. Торопов, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН), за доклад «Излучательные характеристики источников одиночных фотонов на основе квантовых точек CdTe/ZnTe».

Дипломами III степени и премиями (3500 руб.) награждены:

**Литвяк Валентина Михайловна**, студентка СПбГУ (руководитель Р.В. Чербунин, кандидат физико-математических наук, доцент СПбГУ), за доклад «Энергетическая структура квантовых точек PbS в стеклянных матрицах»;

**Орлов Евгений Юрьевич**, студент СПбПУ, соавтор Г.А. Мелентьев, ассистент СПбПУ (руководитель В.А. Шалыгин, доктор физико-математических наук, профессор СПбПУ), за доклад «Объемные плазмон-фонон-поляритоны в *n*-GaN»;

**Салий Роман Александрович**, аспирант ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург (руководитель С.А. Минтаиров, кандидат физико-математических наук, ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН), за доклад «InAs квантовые точки, выращенные методом МОСГФЭ в GaAs и метаморфной InGaAs матрицах»;

**Селиванов Анатолий Викторович**, аспирант СПбПУ; соавторы И.С. Махов, аспирант СПбПУ и М.Я. Винниченко, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник СПбПУ (руководитель Д.А. Фирсов, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой СПбПУ), за доклад «Фотолюминесценция в квантовых ямах InGaAsSb/AlGaAsSb в условиях безызлучательной рекомбинации».

Поощрительными дипломами награждены:

**Акмаев Марк Александрович**, студент МГУ им. М.В. Ломоносова;

**Бабенко Яна Александровна**, студентка СПбГУ;

**Варламов Артем Сергеевич**, студент СПбГУ;



**Гоманько Максим Алексеевич**, студент МГУ;

**Даньшин Сергей Александрович**, студент СПбГУ, соавтор Трифонов А.В., инженер-исследователь СПбГУ;

**Лобанова Евгения Юрьевна**, студентка СПбПУ; соавтор Михайленко К.Е., аспирант СПбПУ;

**Мурашов Виктор Викторович**, студент Новосибирского государственного технического университета; соавтор Туктамышев А.Р., аспирант Института физики полупроводников (ИФП) им. А.В. Ржанова СО РАН, г. Новосибирск;

**Пашнев Даниил Александрович**, студент СПбПУ; соавтор Балагула Р.М., младший научный сотрудник СПбПУ;

**Ченцов Семен Игоревич**, студент Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ», Москва;

**Шаров Владислав Андреевич**, студент СПбАУ РАН;

**Артеев Дмитрий Сергеевич**, аспирант ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург;

**Афанасьев Александр Николаевич**, аспирант ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург;

**Еналдиев Владимир Викторович**, младший научный сотрудник Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова, Москва;

**Илькив Игорь Владимирович**, аспирант СПбАУ РАН;

**Казанов Дмитрий Робертович**, аспирант ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН; соавтор Пошакинский А.В., аспирант ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург;

**Осинных Игорь Васильевич**, инженер ИФП им. А.В. Ржанова СО РАН, г. Новосибирск;

**Суровегина Екатерина Александровна**, аспирантка Института физики микрострук-

тур (ИФМ) РАН, г. Нижний Новгород;

**Фадеев Михаил Александрович**, аспирант ИФМ РАН, г. Нижний Новгород;

Три доклада рекомендованы для участия в конкурсе по Программе «Участник молодежного научно-инновационного конкурса» («УМНИК») в номинации «Научные результаты, обладающие существенной новизной и сверхсрочной перспективой их коммерциализации» с последующим финансированием Фондом содействия малых форм предприятий в научно-технической сфере. Далее представлен перечень докладов.

**Козлова Мария Васильевна**, студентка СПбПУ, доклад «Влияние отжига в восстановительной атмосфере на структуру и свойства графена»;

**Можаров Алексей Михайлович**, аспирант СПбАУ РАН, доклад «Моделирование терагерцового диода Ганна, реализованного на одиночном нитевидном нанокристалле нитрида галлия»;

**Ройз Михаил Александрович**, аспирант ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, доклад «Полупроводниковые дисковые WGM-лазеры среднего ИК диапазона ( $\lambda \sim 2,28$  мкм)».

### Благодарности

Организаторы конференции выражают благодарность сотрудникам Научно-образовательного комплекса «СПбФТНОЦ РАН» за создание всех условий для работы конференции.

Очередную Всероссийскую молодежную конференцию по физике полупроводников и наноструктур, полупроводниковой оптики и наноэлектронике предполагается провести в Санкт-Петербурге, в ноябре 2017 года. Сайт конференции: <http://www.semicond.spbstu.ru/conf2017>.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**ГАВРИКОВА Татьяна Андреевна** — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики полупроводников и наноэлектроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
tatgavrik@mail.ru

**ФИРСОВ Дмитрий Анатольевич** — доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики полупроводников и нанoeлектроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
dmfir@rphf.spbstu.ru

**ЗЫКОВ Валерий Андреевич** — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики полупроводников и нанoeлектроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
zykov@rphf.spbstu.ru

*Статья поступила в редакцию 31.03.2017, принята к публикации 03.04.2017.*

#### THE AUTHORS

**GAVRIKOVA Tatiana A.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
tatgavrik@mail.ru

**FIRSOV Dmitriy A.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
dmfir@rphf.spbstu.ru

**ZYKOV Valeriy A.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
zykov@rphf.spbstu.ru

*Received 31.03.2017, accepted 03.04.2017.*



## ПАМЯТИ АЛЕКСАНДРА ИЛЬИЧА СЛУЦКЕРА IN MEMORY OF ALEXANDER ILYICH SLUTZKER

27 февраля 2017 года на 87 году жизни скончался выдающийся российский ученый, главный научный сотрудник Физико-технического института (ФТИ РАН) им. А.Ф. Иоффе, доктор физико-математических наук, заслуженный профессор Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (СПбПУ) Александр Ильич Слуцкер.

А.И. Слуцкер родился 9 октября 1930 года в Ленинграде. Окончил радиотехнический факультет ЛПИ по специальности «Техническая физика» в 1954 году. После окончания института он пришел на работу в ФТИ РАН («Физтех»), в лабораторию физики прочности, которую в то время возглавлял академик С.Н. Журков. С этой лабораторией была связана вся жизнь Александра Ильича: он проработал в ней 63 года, а с 1989 по 2010 год был ее руководителем. Здесь он прошел долгий путь от аспиранта до кандидата (1959) и доктора (1967) физико-математических наук. Он был ближайшим соратником академика С.Н. Журкова, его научным единомышленником и одним из создателей флуктуационной кинетической концепции прочности твердых тел. А.И. Слуцкер развивал принципиально новый подход к разрушению материалов, согласно которому разрушение рассматривалось не как критическое событие, а как процесс, который развивается во времени.

Впервые в мировой практике А.И. Слуцкер начал применять для исследования кинетики разрушения весь арсенал физических методик. Неоценим вклад А.И. Слуцкера в развитие дифракционных методов при исследованиях как структуры твердых тел, так и процесса микроразрушения широкого круга материалов: от металлов и ионных кристаллов до полимеров и керамики. В результате этих работ были получены новые данные о закономерностях поведения кристаллической



структуры полимеров и металлов под нагрузкой, а также уникальные сведения о зарождении и развитии микротрещин в нагруженных телах. С помощью рентгеноструктурных исследований кристаллической структуры полимеров при ориентационном упрочнении им было показано, что при ориентационной вытяжке происходит не построение ориентированной структуры из «обломков» разрушенной исходной структуры (как было принято большинством исследователей), а истинный твердофазный переход от структуры со сложенными цепями к структуре с распрямленными цепями. Это позволило разработать новую концепцию ориентационной вытяжки как многоэтапного процесса, предложить научно обоснованные режимы упрочнения на каждом этапе и получить в



лабораторных условиях ориентированные нити и волокна различных полимеров с рекордными значениями механической прочности и модуля упругости.

Основные идеи и экспериментальное обоснование термофлуктуационной теории разрушения материалов были обобщены А.И. Слуцкером (в соавторстве с сотрудниками лаборатории В.Р. Регелем и Э.Е. Томашевским) в коллективной монографии «Кинетическая природа прочности твердых тел» (Москва: Наука, 1974). А.И. Слуцкером были проведены многосторонние экспериментальные и теоретические исследования процесса разрушения материалов в различных температурных диапазонах, начиная от гелиевых температур.

Он осуществил систематическое изучение атермической кинетики разрушения и предсказал возможность проявления в этом процессе туннельного механизма. Под его руководством было выполнено компьютерное моделирование флуктуаций энергии атомов в твердых телах и выяснен механизм их образования.

Значительное число работ А.И. Слуцкера посвящено построению модели термоупругого эффекта (изменение температуры твердого тела при адиабатическом приложении механической силы). Он изучил влияние нагрузки на величину нулевой энергии и ее составляющих в области температур, значительно ниже дебаевских.

Научные работы А.И. Слуцкера по исследованию процессов разрушения твердых тел широко известны в России и за рубежом. Он был блестящим докладчиком и часто выступал как приглашенный лектор с пленарными докладами на престижных международных и российских конференциях и симпозиумах.

Александр Ильич Слуцкер работал по совместительству профессором в Ленинградском политехническом институте (с 1982 года), на кафедре физики диэлектриков и полимеров факультета радиоэлектроники (в настоящее время — кафедра интегральной электроники Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций (ИФНиТ)). Здесь он разработал и в течение многих лет читал курсы лекций в рамках

программы «Физика полимеров и неполярных диэлектриков»: «Специальные вопросы физики полимеров», «Физика полимеров», «Флуктуационная динамика». По этим материалам им написано и опубликовано несколько учебных пособий.

Под его руководством на кафедре был выполнен и защищен цикл квалификационных работ и кандидатских диссертаций по исследованию природы механических и тепловых свойств полимеров.

А.И. Слуцкер в течение многих лет был бессменным руководителем Государственной аттестационной комиссии и Государственной экзаменационной комиссии по присуждению квалификации «инженер», «бакалавр» и «магистр» выпускникам физических направлений подготовки на радиофизическом факультете и ИФНиТ.

А.И. Слуцкер был прекрасным лектором, великолепным популяризатором научных идей и знаний, успешно совмещая научную и педагогическую деятельность. Он никогда не отказывал молодежи в помощи и поддержке, подготовил 26 кандидатов и 6 докторов наук, оказывал большую помощь развитию науки в республиках бывшего Советского Союза, подготовил большое число специалистов, которые успешно работают не только в России, но и в зарубежных странах.

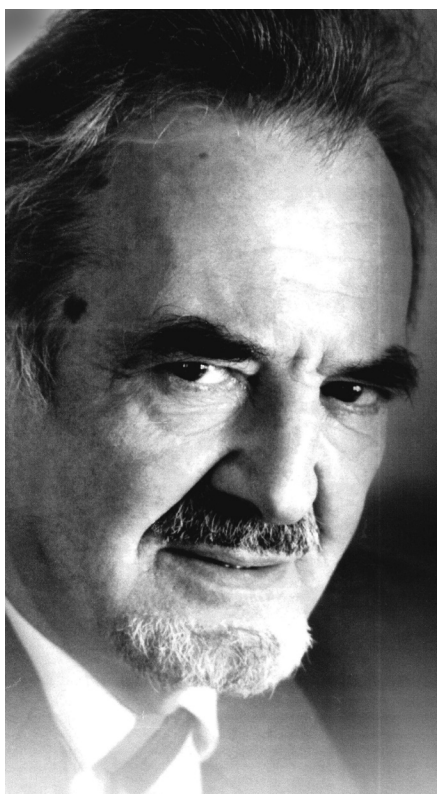
А.И. Слуцкер — автор более 250 научных публикаций в российских и международных журналах, член трех докторских диссертационных советов. На протяжении длительного времени был членом Ученого совета ФТИ РАН и Ученого совета отделения физики твердого тела ФТИ РАН.

Александр Ильич был на редкость деликатным человеком, обладал большим тактом и присущим только ему тонким юмором. Он был глубоким, мудрым и в то же время скромным человеком. Главным делом его жизни была научная работа. Несмотря на тяжелую болезнь, Александр Ильич не прекращал интенсивную научную работу до самых последних дней своей жизни.

Все, кто встречал Александра Ильича и общался с ним, потерял в его лице друга, коллегу и учителя. Его светлый образ навсегда сохранится в сердцах и памяти всех, кто его знал.



## ПАМЯТИ ГАРЕГИНА ОГАНЕСОВИЧА КАРАПЕТЯНА IN MEMORY OF GAREGIN OGANESOVICH KARAPETYAN



2 февраля 2017 года ушел из жизни Гарегин Оганесович Карапетян — доктор химических наук, заслуженный деятель науки Российской Федерации (1998), лауреат Государственной премии СССР в области науки (1974), заслуженный профессор Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (СПбПУ).

Г.О. Карапетян родился 23 апреля 1931 года в Ленинграде в семье инженера-судостроителя. В 1955 году он окончил Ленинградский государственный университет по специальности «Аналитическая химия», затем аспирантуру Государственного оптического института им. С.И. Вавилова (ГОИ) (1956 — 1959), и с 1959 года он стал кандидатом химических наук. В процессе работы над кандидатской диссертацией им было высказано предположение о неслучайном пространственном распределении ионов редкоземельных элементов в химически не-

однородной стеклообразной матрице, что получило впоследствии название «сегрегация активатора». Позднее (1971) были получены физико-химические подтверждения этого явления.

Г.О. Карапетян работал в ГОИ младшим (1959 — 1962), а затем старшим (1962 — 1971) научным сотрудником. В его исследованиях того времени и в дальнейшем ярко проявился стиль работы, который был присущ ученым ГОИ: постановка таких фундаментальных задач, в решении которых нуждалась отечественная промышленность.

В 1967 году Г.О. Карапетян стал доктором химических наук. Результаты его докторской диссертации были использованы при разработке и промышленном выпуске первых советских лазерных стекол. За эти исследования Карапетян (в составе группы ведущих ученых ГОИ и Лыткаринского завода оптического стекла) в 1974 году был удостоен Государственной премии СССР в области науки.

С 1971 по 1980 год Г.О. Карапетян работал штатным профессором и заведующим кафедрой физики в Ленинградском технологическом институте целлюлозно-бумажной промышленности (ЛТИ ЦБП). В 1972 году он с группой молодых сотрудников кафедры начинает работы в новом направлении — исследование ионообменных процессов в системе стекло — расплав соли, что позволило впоследствии разработать материалы и технологии промышленного выпуска оптических элементов с градиентом показателя преломления (гранов).

Продолжая с 1972 года работу в ГОИ по совместительству, Гарегин Оганесовичем с небольшой группой сотрудников получены приоритетные результаты о связи эффективности кооперативной сенсibilизации люминесценции в стекле с его составом, и разработан конвертор инфракрасного излучения в видимое.

С 1980 по 2014 год Г.О. Карапетян ра-

ботал в нашем университете профессором и заведующим кафедрой физики диэлектриков и полимеров радиофизического факультета (1980 — 1986), а с 1986 года — профессором той же кафедры (в настоящее время — кафедра интегральной электроники Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций).

С приходом на кафедру Г.О. Карапетяна и группы его сотрудников начинаются работы по градиентной оптике на основе многокомпонентных стекол, а также получает развитие новый метод исследования микронеоднородного строения неорганических стекол и явления сегрегации активатора — Мандельштам-Бриллюэновская спектроскопия.

Г.О. Карапетян разработал и читал курсы лекций «Теория химической связи в твердом теле», «Физическая химия и технология твердого тела», «Физика некристаллических твердых тел», «Спектроскопия конденсированных сред», «Физика и химия координационно-кристаллических соединений». Участвовал в разработке учебных планов по специальности «Физика полупроводников и диэлектриков». Под его руководством на кафедре были подготовлены и защищены 13 кандидатских и одна докторская диссертация.

На 1990-е годы приходится начало больших испытаний для ученых нашей страны, и прежде всего — для ученых оборонно-промышленного комплекса. В этот период фундаментальные спектроскопические исследования строения неорганических стекол, руководимые Г.О. Карапетяном, были поддержаны Международным научным фондом (фондом Сороса) и INTAS.

В период с 1986 по 1996 год под руководством Г.О. Карапетяна, в рамках договоров с Всероссийским научным центром ГОИ, грантов по программам «Технические университеты России», «Физика лазеров и лазерные системы», «Лазеры в народном хозяйстве», а также грантов фонда Сороса и INTAS, были проведены исследования в области ионообменных и лазерных технологий, а также выполнены работы по двум контрактам с фирмами США.

Наконец, результаты исследований

ниобатных стекол, проведенных в ГОИ под руководством Гарегина Оганесовича и в сотрудничестве с учеными Германии, Франции, Италии и Великобритании, в рамках проекта Международного научно-технического центра (МНТЦ), создали основу технологии получения электрооптических (керровских) волокон.

Г.О. Карапетяном также развивались нанодисперсные технологии в агрофизическом материаловедении. Он новаторски использовал большой недостаток оптических стекол на основе оксида фосфора (при их применении по традиционному назначению) — низкую химическую устойчивость по отношению к воде, разработав стекла, растворимость которых с температурой менялась так, что в зимний период была близка к нулю. В итоге на рынке появились экологически чистые удобрения пролонгированного действия принципиально нового типа.

В дальнейшем Г.О. Карапетян предложил разработать стеклообразное удобрение с микроорганизмами для восстановления территорий бывших угольных карьеров, что было реализовано в рамках проекта МНТЦ коллективом российских и германских ученых.

В различных научных и учебных учреждениях (включая СПбПУ) Г.О. Карапетян подготовил более 50 кандидатов наук и являлся научным консультантом по 3 докторским диссертациям. Неоднократно участвовал в международных конференциях, в том числе в XV Международном конгрессе по стеклу (Ленинград, 1989), I и II Международных конференциях по волоконной оптике (Санкт-Петербург, 1991 и 1992 гг.), в IV Европейской конференции «Восток — Запад» по материалам и технологиям (Санкт-Петербург, 1993), в Международном конгрессе по стеклу (Страсбург, Франция, 2007).

Г.О. Карапетян был действительным членом Академии инженерных наук РФ и Российской академии естественных наук (1992); членом Головного совета «Приборостроение» ГК РФ по высшему образованию, членом докторских и кандидатских диссертационных советов при СПбПУ.

Он являлся почетным членом Оптического общества России, лауреатом премии Менделеевского общества (1960), лауреатом премии и медали им. А.Л. Чижевского. Был награжден медалями ВДНХ СССР: золотой (1964), бронзовой (1980), серебряной (1983); знаком «Изобретатель СССР» (1979). Как переживший страшные реалии блокады, он был обладателем нагрудного знака «Жителю блокадного Ленинграда» (1989).

Общее число его научных публикаций —

более 300, он соавтор более 70 изобретений.

Широкая эрудиция, чувство нового, творческая энергия, незаурядное ораторское мастерство — эти качества личности Г.О. Карапетяна были чрезвычайно привлекательными для вступающей в науку молодежи. Он был харизматичным и решительным человеком, выше всего ценившим в людях преданность делу и работоспособность.

Таким он и останется в памяти всех, кто его знал.

## АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

|                      |          |                     |     |
|----------------------|----------|---------------------|-----|
| Аладов А.В. ....     | 16, 28   | Мизеров М.Н. ....   | 28  |
| Астапенко Э.П. ....  | 45       | Пастухов А.А. ....  | 58  |
| Бакаев В.А. ....     | 37       | Полянский В.А. .... | 69  |
| Беляев А.К. ....     | 69       | Прокофьев А.А. .... | 58  |
| Валюхов В.П. ....    | 16, 28   | Романов Д.П. ....   | 45  |
| Валюхова А.В. ....   | 16, 28   | Самченко А.Н. ....  | 9   |
| Гаврикова Т.А. ....  | 123      | Свинцов М.В. ....   | 115 |
| Горобей Н.Н. ....    | 110, 115 | Семенов А.С. ....   | 82  |
| Демин С.В. ....      | 16, 28   | Смирнова Н.А. ....  | 69  |
| Долгих Г.И. ....     | 9        | Степанова Т.П. .... | 45  |
| Закгейм А.Л. ....    | 28       | Тихомиров В.В. .... | 99  |
| Зыков В.А. ....      | 123      | Ткаченко А.А. ....  | 45  |
| Иванов Н.А. ....     | 37       | Федотов А.В. ....   | 69  |
| Капралова В.М. ....  | 45       | Фирсов Д.А. ....    | 123 |
| Купцов В.Д. ....     | 16, 28   | Хрипунов А.К. ....  | 45  |
| Лебедева Ж.С. ....   | 37       | Чупин В.А. ....     | 9   |
| Лукьяненко А.С. .... | 110, 115 |                     |     |





Научное издание

**НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ  
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА.  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ  
«ST. PETERSBURG STATE POLYTECHNICAL UNIVERSITY JOURNAL.  
PHYSICS AND MATHEMATICS»  
ТОМ 10, № 2, 2017**

Учредитель и издатель — Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).  
Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-51457 от 19.10.2012 г.

Редакция

д-р физ.-мат. наук, профессор *В.К. Иванов* — председатель ред. коллегии  
д-р физ.-мат. наук, профессор *А.Э. Фотиади* — зам. председателя ред. коллегии  
канд. физ.-мат. наук, доцент *В.М. Капралова* — ответственный секретарь  
канд. физ.-мат. наук *О.А. Ящуржинская* — научный редактор, корректор  
*А.С. Колгатина* — переводчик  
*Н.А. Бушманова* — технический секретарь

Телефон редакции 294-22-85

Сайт <http://ntv.spbstu.ru>

E-mail: [physics@spbstu.ru](mailto:physics@spbstu.ru)

Компьютерная верстка *А.Н. Смирнова*

Лицензия ЛР № 020593 от 07.08.97

---

Подписано в печать 19.06.2017. Формат 60×84 1/8. Бум. тип. № 1.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 17,6. Уч.-изд. л. 17,6. Тираж 1000. Заказ

---

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Издательско-полиграфический центр Политехнического университета  
член Издательско-полиграфической ассоциации университетов России  
Адрес университета и издательства: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

## УСЛОВИЯ ПУБЛИКАЦИИ СТАТЕЙ

в журнале «Научно-технические ведомости  
Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки»

### ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Журнал «Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки» является периодическим печатным научным рецензируемым изданием. Зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Свидетельство ПИ №ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.) и распространяется по подписке агентства «Роспечать» (индекс издания 71823).

С 2008 года журнал издавался в составе сериального издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ». **Сохраняя преемственность и продолжая научные и публикационные традиции сериального издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ», журнал издавали под двойными международными стандартными серийными номерами ISSN 1994-2354 (сериальный) 2304-9782.** В 2012 году он зарегистрирован как самостоятельное периодическое издание **ISSN 2304-9782** (Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.). С 2012 г. начат выпуск журнала в двуязычном оформлении.

Издание входит в Перечень ведущих научных рецензируемых журналов и изданий (перечень ВАК) и принимает для печати материалы научных исследований, а также статьи для опубликования основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук и кандидата наук по следующим основным научным направлениям: **Физика, Математика, Механика, Астрономия.** Научные направления журнала учитываются ВАК Минобрнауки РФ при защите докторских и кандидатских диссертаций в соответствии с Номенклатурой специальностей научных работников.

Журнал представлен в Реферативном журнале ВИНИТИ РАН и включен в фонд научно-технической литературы (НТЛ) ВИНИТИ РАН, а также в международную систему по периодическим изданиям «Ulrich's Periodicals Digest». Индексирован в базе данных «Российский индекс научного цитирования» (РИНЦ).

Периодичность выхода журнала – 4 номера в год.

Редакция журнала соблюдает права интеллектуальной собственности и со всеми авторами научных статей заключает издательский лицензионный договор.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К ПРЕДСТАВЛЯЕМЫМ МАТЕРИАЛАМ

### 2.1. Оформление материалов

1. Рекомендуемый объем статей – 12-20 страниц формата А-4 с учетом графических вложений. Количество графических вложений (диаграмм, графиков, рисунков, фотографий и т.п.) не должно превышать шести.

2. Число авторов статьи, как правило, не должно превышать пяти человек.

3. Авторы должны придерживаться следующей обобщенной структуры статьи: вводная часть (актуальность, существующие проблемы – объем 0,5 – 1 стр.); основная часть (постановка и описание задачи, методика исследования, изложение и обсуждение основных результатов); заключительная часть (предложения, выводы – объем 0,5 – 1 стр.); список литературы (оформление по ГОСТ 7.0.5-2008).

В списки литературы **рекомендуется** включать ссылки на научные статьи, монографии, сборники статей, сборники конференций, электронные ресурсы с указанием даты обращения, патенты.

Как правило, **нежелательны** ссылки на диссертации и авторефераты диссертаций (такие ссылки допускаются, если результаты исследований еще не опубликованы, или не представлены достаточно подробно).

В списки литературы **не рекомендуется** включать ссылки на учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций, ГОСТы и др. нормативные документы, на законы и постановления, а также на архивные документы (если все же необходимо указать такие источники, то они оформляются в виде сносок).

Рекомендуемый объем списка литературы для обзорных статей – не менее 50 источников, для остальных статей – не менее 10.

Доля источников давностью менее 5 лет должна составлять не менее половины. Допустимый процент самцитирования – не выше 10 – 20. Объем ссылок на зарубежные источники должен быть не менее 20%.

4. УДК (UDC) оформляется и формируется в соответствии с ГОСТ 7.90-2007.

5. Набор текста осуществляется в редакторе MS Word 2007 – 2010, формул – в редакторе MS Equation или MathType. Таблицы набираются в том же формате, что и основной текст.

Шрифт – Times New Roman, размер шрифта основного текста – 14, интервал – 1,5. Таблицы большого размера могут быть набраны кеглем 12. Параметры страницы: поля слева – 3 см, сверху и снизу – 2 см, справа – 1,5 см. Текст размещается без переносов. Абзацный отступ – 1 см.

## **2.2. Представление материалов**

1. Представление всех материалов осуществляется в электронном виде через электронную редакцию (<http://journals.spbstu.ru>). После регистрации в системе электронной редакции автоматически формируется персональный профиль автора, позволяющий взаимодействовать как с редакцией, так и с рецензентом.

2. Вместе с материалами статьи должно быть представлено экспертное заключение о возможности опубликования материалов в открытой печати.

3. Файл статьи, подаваемый через электронную редакцию, должен содержать только сам текст без названия, списка литературы, аннотации и ключевых слов, фамилий и сведений об авторах. Все эти поля заполняются отдельно через электронную редакцию.

## **2.3. Рассмотрение материалов**

Предоставленные материалы (п. 2.2) первоначально рассматриваются редакционной коллегией и передаются для рецензирования. После одобрения материалов, согласования различных вопросов с автором (при необходимости) редакционная коллегия сообщает автору решение об опубликовании статьи. В случае отказа в публикации статьи редакция направляет автору мотивированный отказ.

При отклонении материалов из-за нарушения сроков подачи, требований по оформлению или как не отвечающих тематике журнала материалы не публикуются и не возвращаются.

Редакционная коллегия не вступает в дискуссию с авторами отклоненных материалов.

При поступлении в редакцию значительного количества статей их прием в очередной номер может закончиться ДОСРОЧНО.

**Более подробную информацию можно получить по телефону редакции:**

**(812) 294-22-85 с 10.00 до 18.00 – Наталья Александровна**

**или по e-mail: [physics@spbstu.ru](mailto:physics@spbstu.ru)**