

Научная статья

УДК 539.125.4, 539.126.3

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.19311>

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРАЛЬНОСТИ ИОН-ИОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ В УСЛОВИЯХ МАЛЫХ ЗНАЧЕНИЙ МНОЖЕСТВЕННОСТИ

Д. М. Ларионова , Я. А. Бердников, Д. О. Котов, Д. А. Трушков

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Россия

 dashalario@gmail.com

Аннотация. Центральность ион-ионных столкновений — важный параметр, который определяет начальную геометрию взаимодействия и существенно влияет на интерпретацию экспериментальных результатов. Поскольку центральность невозможно измерять прямыми экспериментами, на практике используются различные модельно-зависимые методы. Определение центральности в международном масштабном физическом эксперименте SPD (Spin physics detector) на базе сверхпроводящего ускорительного комплекса NICA сталкивается с серьезными трудностями вследствие низких значений множественности частиц в малых системах столкновений при низких энергиях, например ядер алюминия при $\sqrt{s_{NN}} = 10$ ГэВ. В настоящей работе исследована применимость традиционных методов определения центральности, основанных на измерении параметров множественности заряженных частиц и энергии нуклонов-спектаторов в условиях эксперимента SPD. Кроме того, рассмотрена возможность повышения точности определения центральности путем использования набора экспериментально наблюдаемых величин и методов машинного обучения на основе дерева решений.

Ключевые слова: центральность, ион-ионные столкновения, эксперимент SPD, коллайдер, малая множественность, машинное обучение

Финансирование: Работа выполнена в рамках Государственного задания на проведение фундаментальных исследований (код темы FSEG-2025-0009).

Для цитирования: Ларионова Д. М., Бердников Я. А., Котов Д. О., Трушков Д. А. Определение центральности ион-ионных столкновений в условиях малых значений множественности // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2026. Т. 19. № 3. С. 139–149. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.19311>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.19311>

DETERMINATION OF THE CENTRALITY OF ION-ION COLLISIONS UNDER LOW MULTIPLICITY CONDITIONS

D. M. Larionova , Ya. A. Berdnikov, D. O. Kotov, D. A. Trushkov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

 dashalario@gmail.com

Abstract. The centrality of ion-ion collisions is an important parameter that defines the initial geometry of the interaction and significantly influences the interpretation of experimental results. Since centrality cannot be measured by direct experiments, various model-dependent methods are used in practice. In SPD (Spin physics detector) experiment located at NICA collider centrality determination is particularly challenging due to low particle multiplicities in small collision systems at low energies, such as Al+Al collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 10$ GeV. In this

work, the applicability of traditional centrality determination methods based on charged-particle multiplicities and spectator nucleon energy deposition is investigated under SPD conditions. In addition, the potential for improving centrality determination by using a set of experimental observables and machine-learning techniques based on decision tree classifiers is explored.

Keywords: centrality, ion-ion collisions, SPD experiment, collider, low multiplicity, machine learning

Funding: The reported study was carried out within the framework of the State Assignment for Fundamental Research (Subject Code FSEG-2025-0009).

For citation: Larionova D. M., Berdnikov Ya. A., Kotov D. O., Trushkov D. A., Determination of the centrality of ion-ion collisions under low multiplicity conditions, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 19 (3) (2026) 139–149. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.19311>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Столкновения релятивистских ионов – это основной инструмент экспериментального исследования ядерной материи. Одной из ключевых характеристик ион-ионных столкновений является центральность, поскольку она задает начальную геометрию системы и существенно влияет на интерпретацию экспериментальных результатов [1].

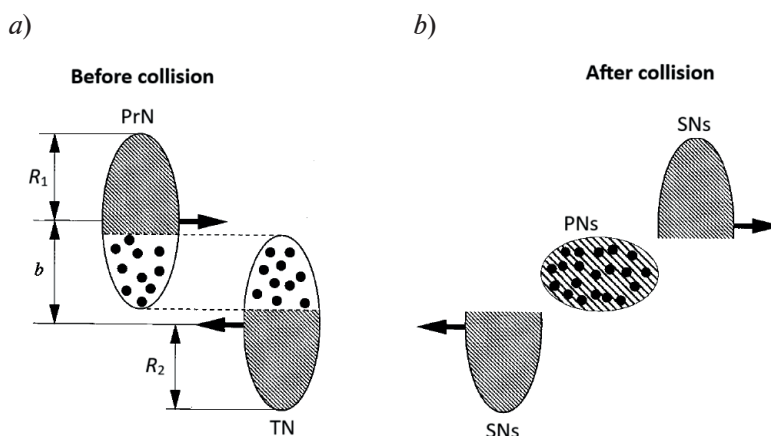


Рис. 1. Схематическое изображение геометрии столкновения релятивистских ионов до (a) и после (b) этого события:

PrN (Projectile Nucleous) – ядро-снаряд, TN (Target Nucleous) – ядро-мишень;
SNs (Spectators Nucleons) – нуклоны-спектаторы, PNs (Participating Nucleons) – нуклоны-участники;
 b – прицельный параметр, R_1 , R_2 – радиусы сталкивающихся ядер

Начальная геометрия системы сталкивающихся ионов (рис. 1) определяется прицельным параметром b , количеством нуклонов-участников (нуклоны, испытавшие хотя бы одно неупругое взаимодействие), количеством нуклонов-спектаторов (нуклоны, которые не претерпели ни одного неупругого взаимодействия), а также центральностью, которая характеризует степень перекрытия сталкивающихся ядер.

По определению, центральность с ядро-ядерного столкновения $A+A$ соответствует доле полного неупругого сечения, обусловленной столкновениями с прицельными параметрами b' , значения которых ниже значения b , по сравнению с полным неупругим сечением σ_{AA} ($A+A$)-столкновения [1 – 3]:



$$c(b) = \frac{1}{\sigma_{AA}} \int_0^b \frac{d\sigma}{db'} db'. \quad (1)$$

Величину центральности $c(b)$ принято выражать в процентах: наиболее центральным столкновениям, реализующимся при значениях параметра удара $b = 0$, соответствует центральность $c = 0\%$, тогда как наиболее периферические столкновения характеризуются значением $c = 100\%$.

Основная трудность определения центральности заключается в невозможности непосредственного измерения в эксперименте параметра удара. В связи с этим процедура определения центральности основана на сопоставлении параметров начальной геометрии столкновения с величинами, измеряемыми экспериментально. Наибольшее распространение получили подходы, использующие множественность рожденных частиц и суммарное энерговыделение спектаторных нуклонов в процессе соударения. Подобная стратегия успешно применяется (см., например, работы [1 – 7]) в таких экспериментах, как PHENIX [8] и STAR [9] на установке «Релятивистский коллайдер тяжелых ионов» (англ. Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC)) при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ, а также в эксперименте ALICE [10] на Большом адронном коллайдере (англ. Large Hadron Collider (LHC)) при энергиях $\sqrt{s_{NN}} = 5,0 - 13,6$ ТэВ.

В то же время применимость этих методик в условиях низких значений множественности заряженных частиц, характерных для эксперимента SPD [11] на сверхпроводящем ускорительном комплексе (коллайдер, англ. Nuclotron-based Ion Collider fAcility (NICA)) при энергиях $\sqrt{s_{NN}} = 5 - 13$ ГэВ, требует отдельного анализа и обоснования.

В связи с вышеизложенным настоящая работа посвящена исследованию точности определения центральности с использованием традиционных подходов, а также поиску и обоснованию оптимального метода определения центральности для эксперимента SPD (Spin Physics Detector).

Напомним, что SPD – это масштабный международный физический эксперимент, который строится на коллайдере NICA в Объединенном институте ядерных исследований (ОИЯИ) в Дубне. Дубна – это российский город-научный город на севере Московской области, расположенный в 120 – 130 км от Москвы, на берегу реки Волги и на границе с Тверской областью.

Методики экспериментального определения центральности

Поскольку центральность столкновения невозможно измерить непосредственно при экспериментальных исследованиях из-за того, что нельзя прямо определить прицельный параметр этого столкновения, исследователи вынуждены прибегать к самым разным модельно-зависимым подходам. В основе этих методов лежит идея замены прицельного параметра b и дифференциального сечения $d\sigma/db$ экспериментально измеряемой величиной, которая статистически связана с геометрией столкновения [2, 3]. Наиболее удобными для этой цели являются наблюдаемые, линейно-пропорциональные величинам $d\sigma/db$ и b .

В настоящее время наибольшее распространение получили два подхода к определению центральности, основанные на различных экспериментально наблюдаемых. Первый использует множественность заряженных частиц, рождающихся в процессе соударения ионов, а второй опирается на измерение энергии, уносимой спектаторными нуклонами.

Метод определения центральности по множественности заряженных частиц

Указанный метод является одним из наиболее распространенных [2 – 4] и широко используется в таких экспериментах, как PHENIX, STAR и ALICE. Методы определения центральности по данным о множественности основаны на монотонной корреляции между прицельным параметром и множественностью заряженных частиц, следующей из оптической модели и модели Глаубера [1]. В рамках этих моделей дифференциальное сечение $d\sigma/db$ и величина множественности заряженных частиц M_{ch} пропорциональны прицельному параметру при значениях параметра b , меньших суммы радиусов сталкивающихся ядер.

На рис. 2, *a* показана зависимость полного геометрического сечения, рассчитанного в рамках модели Глаубера для столкновений дейтерия с ядром золота ($d + Au$), а также ядер меди и золота ($Cu + Cu$ и $Au + Au$) при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ [1]. Желтая линия демонстрирует расчетный результат, полученный в оптическом пределе для системы $Au + Au$. Видно, что прямая пропорциональность между величинами дифференциального сечения и параметра b ($d\sigma/db \sim b$) наблюдается для значений прицельного параметра, меньших суммы радиусов сталкивающихся ионов $R = R_A + R_B$, равных примерно 8 фм для ($d + Au$)-, 10 фм для ($Cu + Cu$)- и 14 фм для ($Au + Au$)-столкновений. При больших значениях прицельного параметра, соответствующих так называемым ультрапериферическим столкновениям (столкновения, которые характеризуются значением $b > R$), эта пропорциональность нарушается. На рис. 2, *b* приведена взаимозависимость между параметрами множественности и центральности, а также прицельным параметром и в ($Au + Au$)-столкновениях при энергии коллайдера NICA. Расчетные результаты, представленная на рис. 2, получены с применением специальной программы UrQMD (Ultra-relativistic Quantum Molecular Dynamics).

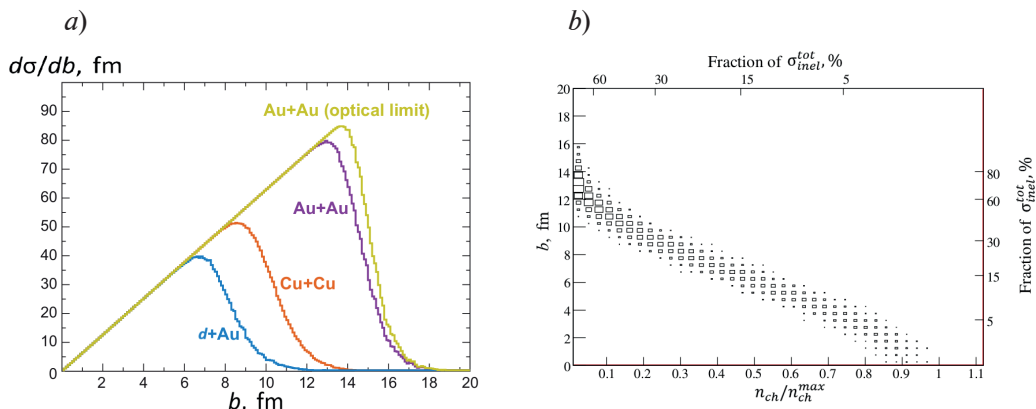


Рис. 2. Корреляции между ключевыми параметрами столкновений:

a – расчетное полное геометрическое сечение, полученное в рамках модели Глаубера методом Монте-Карло для столкновений $d + Au$, $Cu + Cu$ и $Au + Au$ при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ; желтая линия отражает расчетный результат в оптическом пределе для системы $Au + Au$; *b* – взаимозависимость между множественностью, прицельным параметром и центральностью в ($Au + Au$)-столкновениях

В эксперименте SPD задача определения центральности существенно усложняется тем, что исследуются сравнительно малые системы при низких энергиях, где наблюдаются значительно меньшие значения множественности заряженных частиц. Так, в столкновениях $Al + Al$ при $\sqrt{s_{NN}} = 10$ ГэВ множественность не превышает примерно 120 частиц, тогда как в эксперименте PHENIX для ($Au + Au$)-столкновений при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ она достигает значений порядка 800.

В данной работе аналогичные зависимости между дифференциальным сечением, прицельным параметром и множественностью были рассчитаны для системы $Al + Al$ при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 10$ ГэВ, соответствующей программе SPD (рис. 3, *a*). Анализ распределений показывает, что при фиксированном значении прицельного параметра распределение множественности заряженных частиц можно описать функцией Гаусса с заданным стандартным отклонением σ . Величина σ является одним из основных источников неопределенности при определении центральности, поскольку при одном и том же значении прицельного параметра значение множественности колеблется в пределах σ . В результате замену выражения $(d\sigma/db') \cdot db'$ экспериментально измеряемой величиной множественности в интеграле, определяющем центральность, можно выполнить лишь с точностью, ограниченной величиной σ .

Дополнительно была получена зависимость дифференциального сечения от прицельного параметра для ($Al + Al$)-столкновений. Следует отметить, что при $\sqrt{s_{NN}} = 10$ ГэВ доля ультрапериферических столкновений существенно выше, чем в случае $Au + Au$ при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ (рис. 3, *b*). В ультрапериферических событиях, как правило, доминируют



кулоновские взаимодействия, обусловленные взаимодействием ядер в области «хвостов» распределения Вудса – Саксона, описывающих плотность распределения заряда в ядре. В связи с этим для условий эксперимента SPD представляется целесообразным выделять ультрапериферические столкновения в отдельный класс центральности.

В дальнейшем анализе рассматриваются только события с значениями прицельного параметра $b \leq R$.

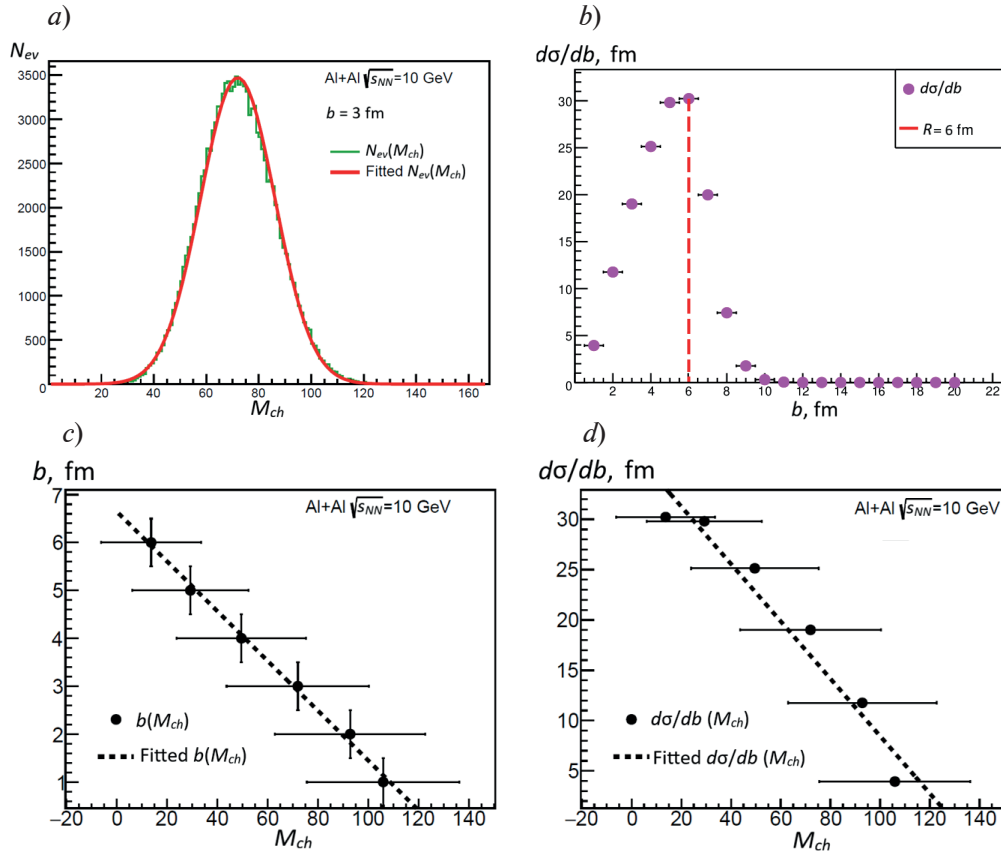


Рис. 3. Расчетные результаты по взаимосвязи параметров множественности заряженных частиц M_{ch} и прицельного параметра b для столкновений Al + Al при $\sqrt{s_{NN}} = 10$ ГэВ:

a – гистограмма множественности заряженных частиц при фиксированном значении прицельного параметра $b = 3$ фм; b – полное геометрическое сечение; c , d – зависимости от множественности частиц M_{ch} прицельного параметра b (c) и дифференциального сечения $d\sigma/db$ (d); пунктирными линиями обозначена линейная аппроксимация представленных зависимостей (c , d)

На рис. 3, c и d приведены зависимости прицельного параметра b и дифференциального сечения $d\sigma/db$ от множественности заряженных частиц M_{ch} для столкновений Al + Al при $\sqrt{s_{NN}} = 10$ ГэВ. Анализ этих результатов показывает, что в первом приближении эти данные можно аппроксимировать линейными функциями и, следовательно, их использовать для определения центральности в эксперименте SPD. Однако систематические погрешности, обусловленные шириной распределений (они обозначены отрезками на графиках), оказываются достаточно большими (± 30 , т.е. превышают 30%) и вносят существенный вклад в общую неопределенность определения центральности.

На практике метод определения центральности по множественности заключается в построении гистограммы суммарного заряда или числа заряженных частиц, зарегистрированных в событии. Далее эта гистограмма разбивается на интервалы таким образом, чтобы каждый класс центральности содержал одинаковое число событий. Пример таких гистограмм и соответствующих разбиений показан на рис. 4 для (Au + Au)-столкновений при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ и (Al + Al)-столкновений при $\sqrt{s_{NN}} = 10$ ГэВ. Вертикальные линии обозначают границы классов центральности, а кривые Гаусса соответствуют

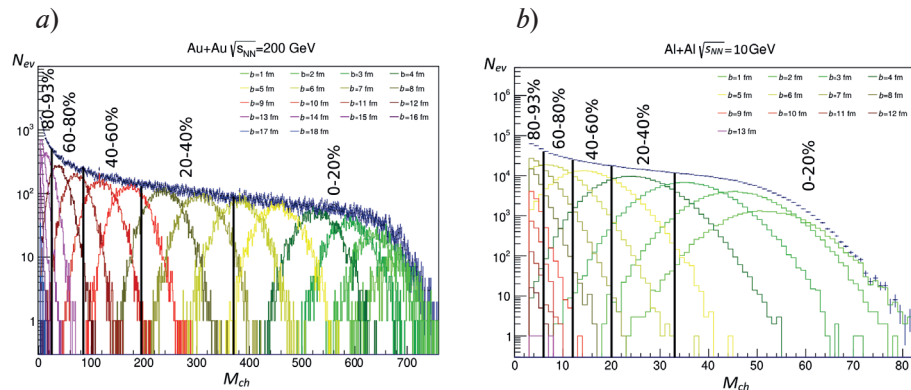


Рис. 4. Сравнение гистограмм распределения множественности заряженных частиц, измеренных в столкновениях Au+Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ (a) и Al+Al при $\sqrt{s_{NN}} = 10$ ГэВ (b). Границы классов центральности (%) указаны вертикальными линиями; распределения множественности, полученные при фиксированных значениях прицельного параметра b (см. легенды), показаны цветными кривыми

распределениям суммарного заряда при фиксированных значениях прицельного параметра b . Видно, что для столкновений Au + Au значения ширины гауссовых распределений существенно ниже, чем для Al + Al, что указывает на значительно меньшие флуктуации множественности. В случае Al + Al большие значения σ приводят к тому, что события с одинаковым прицельным параметром могут быть отнесены к различным классам центральности несмотря на то, что, согласно определению центральности, прицельный параметр и центральность связаны взаимно однозначно.

Таким образом, если исходить из величины стандартного отклонения σ , то точность определения центральности в столкновениях Al + Al при $\sqrt{s_{NN}} = 10$ ГэВ методом измерения множественности заряженных частиц можно оценить на уровне около 30%.

Метод определения центральности, основанный на измерении энергосодержания нуклонов-спектаторов

Помимо вышеописанного, широко используется альтернативный метод определения центральности, основанный на измерении энергии, уносимой нуклонами-спектаторами [2, 3, 5]. Анализ двумерного распределения энергии этих нуклонов по значениям прицельного параметра показывает (рис. 5, a), что для центральных столкновений относительная погрешность определения центральности данным методом составляет около 9%, что существенно меньше, по сравнению с методом, основанным на использовании множественности заряженных частиц.

Существенным отличием данного подхода от метода множественности является обратная корреляция между измеряемой величиной и центральностью столкновения (рис. 5, b). Периферические события характеризуются большим числом спектаторов, которые уносят значительную часть энергии, при этом множественность заряженных частиц остается сравнительно малой. Напротив, в центральных столкновениях число нуклонов-спектаторов существенно уменьшается, что приводит к меньшему энергосодержанию в соответствующих детекторах и одновременно к высокой множественности рожденных частиц. Определение классов центральности на основе энергии спектаторов позволяет более точно восстанавливать геометрию столкновения и тем самым эффективно дополняет информацию, получаемую при анализе множественности заряженных частиц.

Важно отметить, что совместное использование обоих методов представляется перспективным способом снижения систематических неопределенностей. Пример такого комбинированного подхода был успешно реализован в одном из крупных экспериментов, что демонстрирует его практическую эффективность и актуальность для будущих исследований в рамках программы SPD.

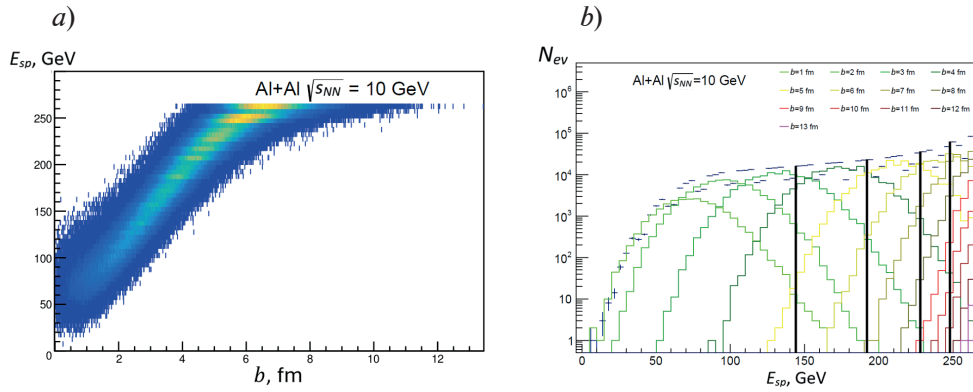


Рис. 5. Сравнение двумерной (a) и одномерной (b) гистограмм энерговыведения нуклонов-спектаторов E_{sp} в столкновениях Al + Al при $\sqrt{s_{NN}} = 10$ ГэВ:

a – распределения по значениям прицельного параметра b и по значениям энерговыведения нуклонов-спектаторов; b – одномерное распределение энерговыведения нуклонов-спектаторов по частоте событий. Вертикальными линиями указаны границы классов центральности; цветные кривые соответствуют распределению E_{sp} , полученному при фиксированных значениях прицельного параметра b (см. легенду)

Использование методов машинного обучения для определения центральности столкновения

Поскольку наиболее распространенные методы определения центральности по множественности частиц (погрешность около 30%) и суммарному энерговыведению спектаторов-нуклонов (погрешность около 9%) в столкновении не гарантируют достаточной точности для ядро-ядерных столкновений, характеризующихся малой множественностью (таких как (Al + Al)-столкновения при $\sqrt{s_{NN}} = 10$ ГэВ), нами были рассмотрены другие наблюдаемые, на основе которых можно определять центральность.

На данном этапе работы были рассмотрены зависимости различных экспериментальных наблюдаемых от прицельного параметра столкновения b . В частности, была изучена зависимость среднего поперечного импульса $\langle p_T \rangle$ заряженных частиц от прицельного параметра столкновения (рис. 6). Установлено, что эта величина практически не зависит от параметра удара и, следовательно, она непригодна для поставленной цели – определения центральности. Вместе с тем получено расчетным путем, что среднее значение $\langle p_T \rangle$ составляет около 0,4 ГэВ; это позволило использовать указанную величину в качестве характерного масштаба для дальнейшего анализа.

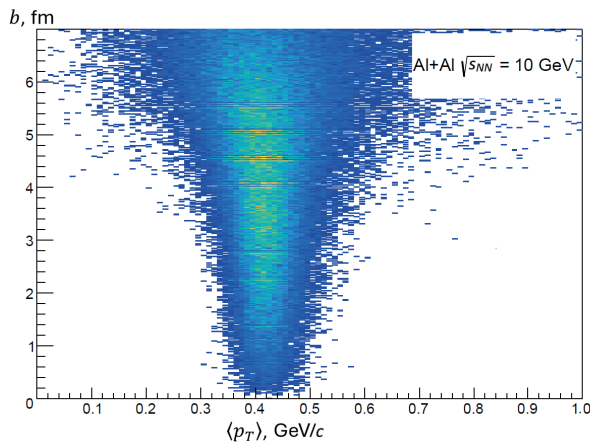


Рис. 6. Двумерная гистограмма – распределения среднего значения поперечного импульса $\langle p_T \rangle$ заряженных частиц по значениям прицельного параметра b , полученная для столкновений Al + Al при $\sqrt{s_{NN}} = 10$ ГэВ

На основе полученного значения $\langle p_T \rangle \approx 0,4$ ГэВ, все заряженные частицы были условно разделены на две группы по признаку значения поперечного импульса: с $p_T < 0,4$ ГэВ и $p_T > 0,4$ ГэВ. Для удобства эти группы были названы «мягкими» и «жесткими» частицами, хотя в строгом физическом смысле такое разделение нельзя считать корректным. Было показано, что зависимости суммарного поперечного импульса, а также множественностей мягких и жестких частиц от прицельного параметра носят характер, близкий к линейному (рис. 7). При этом различные наклоны этих зависимостей указывают на то, что эти величины несут независимую информацию о геометрии столкновения и могут рассматриваться как отдельные экспериментальные наблюдаемые.

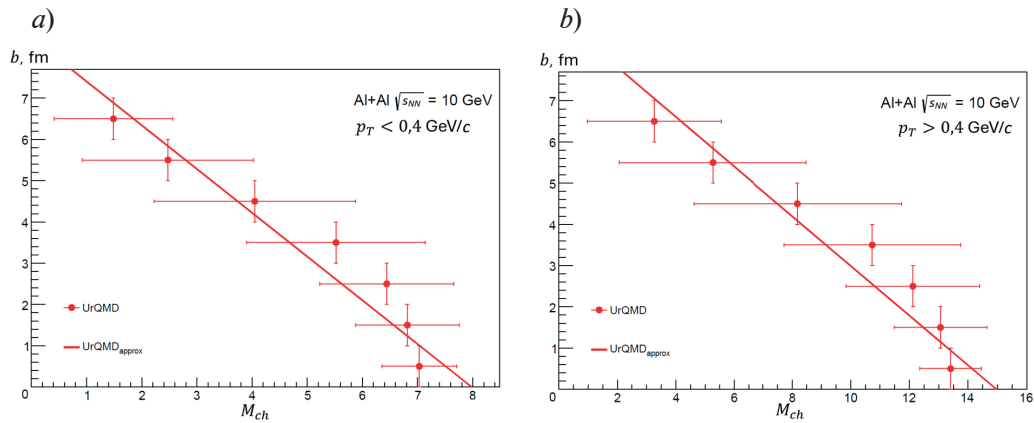


Рис. 7. Зависимости величины множественности от значений прицельного параметра b для частиц, обладающих $p_T < 0,4$ ГэВ (a) и $p_T > 0,4$ ГэВ (b); зависимости получены для столкновений Al+Al при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 10$ ГэВ

Величины M_{ch} , E_{sp} , суммарный поперечный импульс p_T , а также множественности «мягких» ($p_T < 0,4$ ГэВ) и «жестких» ($p_T > 0,4$ ГэВ) частиц были использованы в качестве входных параметров для классификатора на основе машинного обучения «дерево решений» [12]. Выбор данного метода был продиктован рядом его преимуществ:

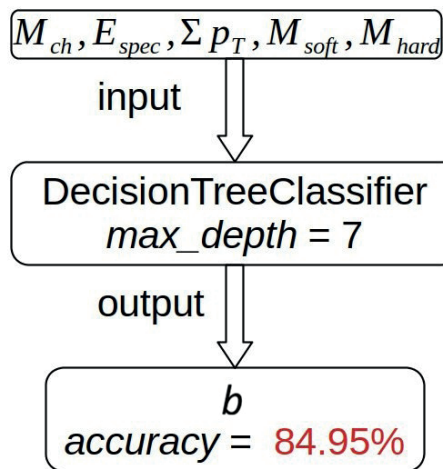
- простота понимания и интерпретации;
- возможность наглядной визуализации структуры дерева;
- минимальные требования к предварительной подготовке данных;
- использование модели типа «белый ящик», в рамках которой логика принятия решений легко интерпретируется с помощью булевой алгебры.

В рамках данной работы были рассмотрены только три класса центральности (%):

0 – 30, 30 – 60, 60 – 90

(ультрапериферические столкновения были выделены в отдельный класс и не использовались при обучении «дерева решений»). Алгоритм определения центральности столкновений Al + Al при $\sqrt{s_{NN}} = 10$ ГэВ с использованием классификатора «дерево решений» показан на рис. 8.

Приводим набор экспериментальных наблюдаемых, используемых классификатором на основе дерева решений на различных уровнях (слоях) принятия решения (пошаговый перечень параметров предложенного алгоритма:



1. Энергия нуклонов-спектаторов
2. Энергия нуклонов-спектаторов
3. Энергия нуклонов-спектаторов, Множественность заряженных частиц
4. Энергия нуклонов-спектаторов, Множественность заряженных частиц Полный поперечный импульс p_T
5. Энергия нуклонов-спектаторов, Множественность заряженных частиц Полный поперечный импульс p_T Импульс «жестких» и «мягких» частиц
-
8. РЕЗУЛЬТАТ

Рис. 8. Алгоритм определения центральности столкновений Al+Al при $\sqrt{s_{NN}} = 10$ ГэВ с использованием классификатора «дерево решений»

Результаты применения дерева решений показали, что наиболее значимым признаком для классификации выступает энергия,



выделяемая нуклонами-спектаторами. Именно эта величина используется классификатором на первом и втором уровнях дерева. Далее по степени значимости следуют множественность заряженных частиц и суммарный поперечный импульс. Начиная примерно с пятого уровня, алгоритм дополнительно использует информацию о множественностях «мягких» и «жестких» частиц для уточнения принятого решения.

Оставшаяся неточность классификации может быть обусловлена флуктуациями экспериментальных наблюдаемых при фиксированном значении прицельного параметра, а не ограничениями самого метода дерева решений. Данный аспект в настоящее время является предметом дальнейшего исследования.

В результате применения классификатора на основе дерева решений удалось выделить наиболее важные признаки для определения центральности и достичь точности классификации на уровне 85,95%. Полученная погрешность, по-видимому, в основном обусловлена флуктуациями экспериментальных наблюдаемых при фиксированной геометрии столкновения, а не ограничениями процедуры обучения самого классификатора, что, однако, требует дополнительного количественного анализа.

Заключение

В настоящей работе исследована применимость традиционных методов определения центральности, основанных на измерении множественности заряженных частиц и энергии, уносимой нуклонами-спектаторами, в условиях эксперимента SPD. Показано, что оба подхода можно применять для классификации событий, однако обладают ограниченной точностью. Для метода, основанного на множественности заряженных частиц M_{ch} , характерная погрешность составляет порядка 30%, тогда как метод, использующий энергосодержание нуклонов-спектаторов E_{sp} , обеспечивает существенно более высокую точность с относительной ошибкой около 9%.

Кроме того, рассмотрена возможность повышения точности определения центральности за счет одновременного использования набора экспериментальных наблюдаемых и методов машинного обучения. Применение классификатора на основе дерева решений с максимальной глубиной 7 и использованием таких признаков, как M_{ch} , E_{sp} , суммарный поперечный импульс p_T , а также множественности «мягких» ($p_T < 0,4$ ГэВ) и «жестких» ($p_T > 0,4$ ГэВ) частиц позволило достичь точности классификации центральности на уровне 85,95%. Полученные результаты демонстрируют перспективность комбинированного подхода и возможность дальнейшего улучшения определения центральности в эксперименте SPD.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Miller M. L., Reygers K., Sanders S. J., Steinberg P. Glauber modeling in high-energy nuclear collisions // Annual Review of Nuclear and Particle Science. 2007. Vol. 57. January. Pp. 205–243.
2. Abelev B., Adam J., Adamova D., et al. (ALICE Collaboration). Centrality determination of Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV with ALICE // Physical Review C. 2013. Vol. 88. No. 4. P. 044909.
3. Abelev B., Adam J., Adamova D., et al. (ALICE Collaboration). Centrality dependence of particle production in p-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV // Physical Review C. 2015. Vol. 91. No. 6. P. 064905.
4. Adare A., Aidala C., Ajitanand N. N., et al. (PHENIX Collaboration). Centrality categorization for $R_p(d) + A$ in high-energy collisions // Physical Review C. 2014. Vol. 90. No. 3. P. 034902.
5. Adler C., Denisov A., Garcia E., Murray M., Stroebele H., White S. The RHIC zero degree calorimeter // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. 2001. Vol. 470. No. 3. Pp. 488–499.
6. Allen M., Bennett M., Bobrek M., et al. (PHENIX Collaboration) PHENIX inner detectors // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. 2003. Vol. 499. No. 2–3. Pp. 549–559.
7. Kagamaster S., Reed R., Lisa M. Centrality determination with a forward detector in the RHIC Beam Energy Scan // Physical Review C. 2021. Vol. 103. No. 4. P. 044902.
8. Adcox K., Adler S., Aizama M., et al. (PHENIX Collaboration). PHENIX detector overview // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. 2003. Vol. 499. No. 2–3. Pp. 469–479.

9. Ackermann K. H., Adams N., Adler C., et al. (STAR Collaboration). STAR detector overview // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. 2003. Vol. 499. No. 2–3. Pp. 624–632.
10. Aamodt K., Abrahantes Quintana A., Achenbach R., et al. (ALICE Collaboration). The ALICE experiment at the CERN LHC // Journal of Instrumentation. 2008. Vol. 3. No. 8. P. S08002.
11. Abazov V., Abramov V., Afanasyev L., et al. (SPD Collaboration). Technical design report of the spin physics detector at NICA // Natural Science Review. 2024. Vol. 1. No. 1. P. 1.
12. Quinlan J. R. Induction of decision trees // Machine Learning. 1986. Vol. 1. No. 1. Pp. 81–106.

REFERENCES

1. Miller M. L., Reygers K., Sanders S. J., Steinberg P., Glauber modeling in high-energy nuclear collisions, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 57 (Jan) (2007) 205–243.
2. Abelev B., Adam J., Adamova D., et al. (ALICE Collaboration), Centrality determination of Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV with ALICE, Phys. Rev. C. 88 (4) (2013) 044909.
3. Abelev B., Adam J., Adamova D., et al. (ALICE Collaboration), Centrality dependence of particle production in p-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV, Phys. Rev. C. 91 (6) (2015) 064905.
4. Adare A., Aidala C., Ajitanand N. N., et al. (PHENIX Collaboration), Centrality categorization for $R_p(d) + A$ in high-energy collisions, Phys. Rev. C. 90 (3) (2014) 034902.
5. Adler C., Denisov A., Garcia E., et. al., The RHIC zero degree calorimeter, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A. 470 (3) (2001) 488–499.
6. Allen M., Bennett M., Bobrek M., et. al. (PHENIX Collaboration), PHENIX inner detectors, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A. 499 (2–3) (2003) 549–559.
7. Kagamaster S., Reed R., Lisa M., Centrality determination with a forward detector in the RHIC beam energy scan, Phys. Rev. C. 103 (4) (2021) 044902.
8. Adcox K., Adler S., Aizama M., et al. (PHENIX Collaboration), PHENIX detector overview, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A. 499 (2–3) (2003) 469–479.
9. Ackermann K. H., Adams N., Adler C., et al. (STAR Collaboration), STAR detector overview, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A. 499 (2–3) (2003) 624–632.
10. Aamodt K., Abrahantes Quintana A., Achenbach R., et al. (ALICE Collaboration), The ALICE experiment at the CERN LHC, J. Instrum. 3 (8) (2008) S08002.
11. Abazov V., Abramov V., Afanasyev L., et al. (SPD Collaboration), Technical design report of the spin physics detector at NICA, Nat. Sci. Rev. 1 (1) (2024) 1.
12. Quinlan J. R., Induction of decision trees, Mach. Learn. 1 (1) (1986) 81–106.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЛАРИОНОВА Дарья Максимовна — кандидат физико-математических наук, доцент Высшей школы фундаментальных физических исследований Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
dashalario@gmail.com
ORCID: 0009-0007-7019-5586

БЕРДНИКОВ Ярослав Александрович — доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы фундаментальных физических исследований Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
berdnikov@spbstu.ru
ORCID: 0000-0003-0309-5917

КОТОВ Дмитрий Олегович — кандидат физико-математических наук, доцент Высшей школы фундаментальных физических исследований Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
dmitriy.kotov@gmail.com
ORCID: 0000-0002-3395-0454

ТРУШКОВ Дмитрий Алексеевич — студент Физико-механического института Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
trushkoov@yandex.ru

THE AUTHORS

LARIONOVA Daria M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
dashalario@gmail.com
ORCID: 0009-0007-7019-5586

BERDNIKOV Yaroslav A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
berdnikov@spbstu.ru
ORCID: 0000-0003-0309-5917

KOTOV Dmitry O.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
dmitriy.kotov@gmail.com
ORCID: 0000-0002-3395-0454

TRUSHKOV Dmitriy A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
trushkoov@yandex.ru

Статья поступила в редакцию 18.02.2026. Одобрена после рецензирования 08.04.2026. Принята 08.04.2026.

Received 18.02.2026. Approved after reviewing 08.04.2026. Accepted 08.04.2026.