

Математическое моделирование физических процессов

Научная статья

УДК 532.517

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.19106>

ТЕЧЕНИЕ И ТЕПЛОБМЕН ПРИ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ ВОЗДУХА ВБЛИЗИ ОДИНОЧНОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ОРЕБРЕННОЙ ТРУБЫ

Д. Э. Агеев [✉], М. А. Засимова

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия
[✉] ageev2de@gmail.com

Аннотация. В работе представлены результаты численного исследования свободно-конвективного течения воздуха и его теплообмена, формирующихся вокруг одиночной горизонтальной оребренной трубы (отношение диаметра ребер к диаметру несущей трубы равно 2,15). Расчеты выполнены при значении числа Рэлея $Ra = 2 \times 10^7$ и ниже. Изменение Ra осуществлялось путем варьирования перепада температур между нагретой поверхностью трубы и окружающей средой, а также через изменение линейного масштаба задачи. Отношение шага ребер к диаметру несущей трубы s/d варьировалось в диапазоне от 0,09 до 0,55. В результате расчетов найдено оптимальное значение s/d , равное 0,23, при котором обеспечивается максимальный теплосъем с выбранной трубы. Показано хорошее согласие расчетных результатов с экспериментальными данными, доступными в литературе.

Ключевые слова: естественная конвекция, теплообмен, оребренная труба, численное исследование, число Рэлея

Финансирование: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 24-49-10003).

Для цитирования: Агеев Д. Э., Засимова М. А. Течение и теплообмен при свободной конвекции воздуха вблизи одиночной горизонтальной оребренной трубы // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2026. Т. 19. № 1. С. 70–82. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.19106>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.19106>

A NATURAL CONVECTION AIRFLOW AND ITS HEAT TRANSFER AROUND A SINGLE HORIZONTAL FINNED TUBE

D. E. Ageev [✉], M. A. Zasimova

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia
[✉] ageev2de@gmail.com

Abstract. The paper presents the results of numerical investigation of a natural convective airflow and its heat transfer forming around a single horizontal finned tube (the ratio of a fin diameter to the base tube one is 2.15). Calculations have been carried out at a Rayleigh number $Ra = 2 \times 10^7$ or less. Variation of the Ra value was achieved by changing the temperature difference between the heated tube surface and the ambient air, as well as by modifying the geometric scale of the problem. The fin spacing-to-the base tube diameter ratio was varied in the range from 0.09 to 0.55. The optimal fin spacing of 0.23 was determined, corresponding

to the maximum heat removal from the taken tube. Good agreement was shown between the calculated results and available experimental data from the literature.

Keywords: natural convection, heat transfer, finned tube, numerical investigation, Rayleigh number

Funding: The reported study was funded by Russian Science Foundation (Grant No. 24-49-10003).

For citation: Ageev D. E., Zasimova M. A., A natural convection airflow and its heat transfer around a single horizontal finned tube, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 19 (1) (2026) 70–82. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.19106>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

На промышленных предприятиях распространены аппараты как воздушного, так и жидкостного охлаждения. Выбор способа охлаждения определяется множеством факторов. Однако несомненным преимуществом воздушного варианта для аппаратов является дешевизна их построения и обслуживания, по сравнению с вариантом водяного охлаждения.

Часто производители аппаратов воздушного охлаждения применяют в теплообменных секциях трубы, работающие в условиях естественной конвекции. Эти теплообменные аппараты менее эффективны, чем устройства, функционирующие при вынужденном конвективном режиме. Однако такие аппараты более экологичны и просты в эксплуатации, так как запасы воздуха как охлаждающего теплоносителя не ограничены. Увеличение площади теплоотдающей поверхности повсеместно используется для интенсификации теплообмена в аппаратах такого рода. С этой целью применяется оребрение теплоотдающей поверхности. Для повышения эффективности теплоотдачи оребренных труб необходимо при их проектировании проводить варьирование значений их геометрических параметров: межреберного и межтрубного шага, формы ребра и т. п.

В работах 1940 – 1970-х гг. экспериментально [1] и аналитически [2] исследовано ламинарное свободноконвективное течение вблизи пары обогреваемых плоских вертикальных пластин, расположенных параллельно друг другу. Найдены закономерности для определения интегральных значений безразмерной теплоотдачи (числа Нуссельта) в зависимости от расстояния между пластинами и числа Рэлея. На основе этих результатов, в частности, определены значения оптимального расстояния между пластинами, при которых теплоотдача максимальна. В работе [3] предложена корреляционная зависимость, позволяющая находить оптимальное расстояние между пластинами на основе данных измерений. В статье [4] поиск оптимального расстояния между пластинами выполнен путем численного моделирования, в том числе для режимов с высокими значениями числа Рэлея, относящимися к переходному и турбулентному обтеканию пластин.

В работах [5 – 10] представлены экспериментальные данные по теплосъему с поверхности одиночных оребренных труб различной конфигурации. В этих исследованиях варьировали в широком диапазоне значения таких параметров, как диаметры ребер и несущей трубы (D и d , соответственно), шаг ребер s , их количество N и др. В статье [5] представлено исследование течения и теплообмена вблизи горизонтальной трубы (ее диаметр d изменяли от 3,81 до 6,99 см) с парой ребер – двух пластин одинаковой высоты (7,62 см), расстояние s между которыми, отнесенное к высоте ребер, изменяли в интервале от 0,042 до 0,167. Авторы статьи [5] показали, что максимальная теплоотдача наблюдается у периферии ребер, а минимальная – на внутренней части ребра, примыкающей к трубе. В работе [6] рассматривалось течение около трубы ($d = 16$ мм) с ограниченным числом кольцевых ребер ($N = 5$) при значении $s/d = 0,5$. Отнесенный к диаметру несущей трубы диаметр ребер D/d варьировали в диапазоне от 4,38 до 6,88. В итоге было установлено, что ребро меньшего диаметра обеспечивает высокую интенсивность теплоотдачи и равномерное распределение теплового потока.

В работе [7] проведены исследования свободноконвективного течения около оребренных труб (их диаметр $d = 24,9$ мм) с алюминиевыми ребрами различного диаметра (отношение D/d принимало значения от 1,41 до 5,02). Количество ребер N изменяли от 65 до 3, при этом варьировали расстояние между ребрами (величина s/d принимала значения от 0,14 до 5,02). Авторы определили оптимальное расстояние между ребрами, при котором теплоотдача максимальна. Так, например, для значения параметра $D/d = 2,41$ оптимальный межреберный шаг, отнесенный к диаметру несущей трубы (s/d), составлял от 0,31 до 0,33 и зависел от перепада температуры между несущей трубой и окружающей средой.

Наиболее детальную информацию об условиях измерений и геометрических параметрах используемой одиночной оребренной трубы содержат работы [8 – 10]. В статье [8] исследовано течение вблизи оребренной трубы с фиксированным диаметром ребер ($D = 300$ мм), при этом величина D/d принимала значения от 1,5 до 6,0. Шаг ребер s/d варьировали от 0,25 до 1,00. В статьях [9, 10] представлены значения безразмерной теплоотдачи в зависимости от числа Рэлея для трубы диаметром $d = 26,4$ мм с накатанными ребрами диаметром $D = 2,15d$ ($s/d = 0,09$). Варьируемым параметром в исследованиях [9, 10] был угол наклона трубы относительно вектора гравитации.

Результаты численного моделирования свободноконвективного течения около оребренной трубы приведены в работах [11 – 13]. В расчетах акцент сделан на анализ роли геометрических параметров трубы и режимных параметров на теплосъем с целью последующей оптимизации конструкции аппаратов воздушного охлаждения, в состав которой входят оребренные трубы. В работе [11] выполнено численное моделирование течения и теплообмена в условиях, приближенных к описанным в статье [7]. При этом авторы [11] использовали CFD-код PHOENICS на сетках до 15 тыс. ячеек. В указанном исследовании (как и в работе [7]) был найден оптимальный диапазон значений межреберного шага s/d , который для случая $D/d = 2,41$ составил от 0,33 до 0,35 (в зависимости от рассматриваемого режима течения).

В работе [12] исследовали течение и теплообмен вблизи оребренной трубы с ребрами фиксированного диаметра $D = 98,7$ мм, изготовленными из алюминия или нержавеющей стали; отношение D/d варьировали в интервале от 2,97 до 6,15, а шаг ребер s/d – от 0,21 до 0,46. Расчеты были проведены в пакете ANSYS Fluent на сетке, состоящей из 2,3 млн. ячеек. Авторами получены следующие оптимальные значения параметра s/d : 0,31 – для трубы с алюминиевыми ребрами, 0,26 – для трубы с ребрами из нержавеющей стали.

Также с применением пакета ANSYS Fluent на сетке размерностью около 1 млн. ячеек в работе [13] получены расчетные данные о структуре течения и теплообмене вблизи оребренной трубы фиксированного диаметра ($d = 25$ мм) с варьируемым диаметром ребер: отношение D/d изменяли от 2 до 5, с межреберным шагом s/d , которое принимало значения от 0,16 до 5,84.

По результатам исследования были определены оптимальные значения s/d . При наименьшем значении $D/d = 2$ оптимальный шаг ребер лежал в диапазоне от 0,20 до 0,23 (зависел от числа Грасгофа); с ростом отношения D/d оптимальные значения s/d увеличивались.

Цель настоящей работы – поиск условий максимальной эффективности работы оребренной трубы, использованной в экспериментальных работах [9, 10].

В связи с заявленной целью было проведено численное исследование свободноконвективного течения и теплообмена для такой трубы.

Исследовалось влияние шага ребер на структуру течения, локальный и средний теплообмен. Значения числа Нуссельта Nu , рассчитанные при разных числах Рэлея Ra , были сопоставлены с экспериментальными данными [9, 10].

Геометрия расчетной области

Рассматривается течение и теплообмен воздуха около горизонтально ориентированной оребренной трубы, геометрические параметры которой показаны на рис. 1, *a*, *b*. Линейным масштабом задачи служит диаметр основания несущей трубы d . Для варианта, приближенного к условиям экспериментов [9, 10], диаметр трубы $d = d_{base} = 26,4$ мм (подстрочный индекс здесь и далее выражает базовую конфигурацию оребренной трубы). В расчетах величину d варьировали в диапазоне от $1,0d_{base}$ до $9,2d_{base}$.

Отношение диаметра кольцевых ребер D к диаметру несущей трубы D/d составляет 2,15. Толщина ребер, отнесенная к диаметру несущей трубы, была неизменной и составляла $\delta/d = 0,02$. Шаг ребер s варьировали в диапазоне от $s_{base} = 0,09d$ (базовый вариант) до $0,55d$. Коэффициент оребрения, рассчитанный по формуле

$$\varphi = 1 + (D - d) / (sd) \cdot (0,5D - d + \delta),$$

принимал значения от 4,3 до 21, значение коэффициента $\varphi = 21$ соответствует базовому варианту задачи.

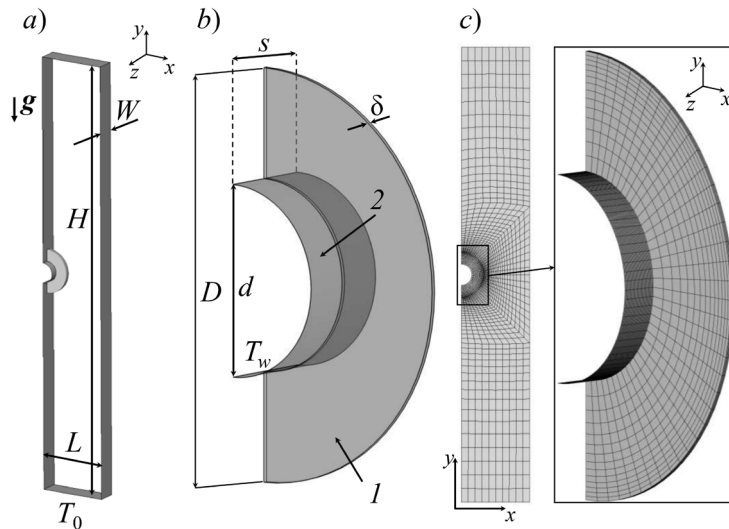


Рис. 1. Схематические изображения к постановке задачи:

a – расчетная область; b – ребро (1) и участок трубы (2), включенный в расчетную область; c – вид расчетной сетки (вариант $s = 0,37d$);

H, L, W – высота, длина и ширина области; d, D – диаметры несущей трубы и кольцевых ребер, соответственно; δ, s – толщина и шаг ребер, соответственно; T_w – температура на поверхностях ребер (и несущей трубы в постановке 1); T_0 – температура на внешних границах расчетной области;

g – вектор гравитационной силы

Начало системы координат расположено на оси трубы, в средней плоскости ребра; ось z направлена вдоль оси трубы, ось y – противоположно гравитационной силе. Предполагается периодичность течения в z -направлении, соответственно в расчетную область включено одно ребро (см. рис. 1). Предполагается также симметрия течения относительно вертикальной плоскости, проходящей через начало координат. Приняты следующие размеры расчетной области: высота $H = 22d$, ширина $W = s$ и длина $L = 3,2d$.

Математическая модель и граничные условия

Численное моделирование свободноконвективного течения выполнено путем решения трехмерных стационарных уравнений Навье – Стокса, дополненных уравнением энергии. Задача решалась в двух постановках:

в несопряженной постановке, когда на поверхностях ребра и несущей трубы задавалась постоянная температура T_w ;

в сопряженной постановке, когда постоянная температура T_w задавалась только на поверхности несущей трубы, и посредством решения уравнения теплопроводности учитывался перенос тепла вдоль ребра.

При проведении расчетов задавались следующие значения физических параметров алюминиевого ребра:

плотность ρ_{Al} , кг/м³, 2719
 коэффициент теплопроводности λ_{Al} , Вт/(м·К), 202,4
 удельная теплоемкость $C_{p,Al}$, Дж/(кг·К), 871,0

В расчетах температуру T_w варьировали в диапазоне от 315 до 506 К. Вдали от трубы (на внешних границах расчетной области) задавалась температура $T_0 = 295$ К. Значение параметра плавучести

$$\varepsilon_T = \beta(T_w - T_0) = \beta\Delta T$$

изменяли в диапазоне от 0,07 до 0,72 ($\beta = 1/T_0$ – коэффициент объемного расширения).

Параметры, характеризующие свойства воздуха, определялись моделью совершенного газа с термодинамическими и теплофизическими свойствами, зависящими от температуры; значение числа Прандтля $Pr = 0,7$.

Параметром, определяющим течение, выступает число Рэлея $Ra = gd^3\varepsilon_T Pr/\nu^2$, значения которого варьировали от $4 \cdot 10^4$ до $2 \cdot 10^7$. Изменение числа Рэлея осуществлялось либо через варьирование параметра плавучести ε_T , либо линейного масштаба задачи d . При этом для диапазона значений числа Ra , изменяющихся на порядок (от $4 \cdot 10^4$ до $4 \cdot 10^5$), были проведены две серии расчетов.

Первая серия: изменение значений числа Ra осуществлялось варьированием величины ε_T (от 0,07 до 0,72) для фиксированной геометрии трубы ($d = d_{base}$);

Вторая серия: при заданном параметре плавучести $\varepsilon_T = 0,07$ варьировали линейный масштаб задачи d (от $1,0d_{base}$ до $1,5d_{base}$).

Вычислительные аспекты

Численные решения получены с использованием пакета ANSYS Fluent версии 2022 года (2022R1) на основе метода конечных объемов со вторым порядком пространственной дискретизации.

Для расчетов использовались квазиструктурированные сетки (см. рис. 1, *c*), состоящие из гексаэдральных элементов; размерность сеток, в зависимости от величины s/d , составляла от 33 до 128 тыс. ячеек. По окружному направлению ребра, сетка состоит из 38 ячеек, вдоль оси трубы – сетка равномерная, размер ячеек равен $0,005d$. Вдоль радиального направления минимальный размер ячейки, расположенной вблизи края ребра, составлял $0,019d$.

Для случая свободноконвективного течения вблизи базовой конфигурации трубы и при задании $\varepsilon_T = 0,72$ выполнена оценка чувствительности решения к сетке, используемой в расчетах. На рис. 2, *a* представлены распределения модуля безразмерной скорости (отнесена к скорости плавучести) вдоль срединной линии ($z = s/2, y = 0$), полученные в

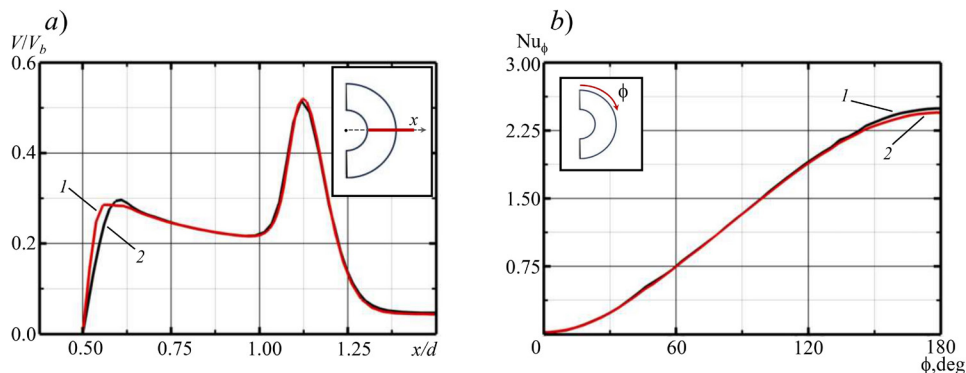


Рис. 2. Результаты оценки чувствительности полученного решения к выбору сетки, используемой в расчетах: *a* – профили безразмерной скорости V/V_b ; *b* – распределения числа Нуссельта Nu_ϕ вдоль окружного направления (вариант $\varepsilon_T = 0,72$; $d = d_{base}$).

Расчетные данные получены на сетках, состоящих из 33 тыс. (кривые 1) и 204 тыс. (кривые 2) ячеек

расчетах с использованием сеток размерностью в 33 тыс. и 204 тыс. ячеек. Соответствующее значение скорости плавучести $V_b = (g\varepsilon_T d)^{1/2}$ в этом случае составило 0,43 м/с. На рис. 2, *b* приведены данные о значениях числа Нуссельта

$$Nu_\phi = \langle q_w \rangle_\phi \cdot d / (\lambda_0 \Delta T),$$

где $\langle q_w \rangle_\phi$, Вт/м², – тепловой поток, осредненный по радиальному направлению; λ_0 – коэффициент теплопроводности, определенный по температуре окружающей среды, $\lambda_0 = 0,026$ Вт/(м·К).

Указанное число Нуссельта имеет значения, осредненные по радиальному направлению ребра.

Окружная координата, показанная на графике, отсчитывается по часовой стрелке от верхней (тыльной) части ребра, где $\phi = 0^\circ$. Видно, что решения, полученные на исходной сетке и сетке с числом ячеек, увеличенным в два раза по каждому направлению, различаются незначительно.

Структура течения и характеристики теплообмена при изменении шага ребер

Структура потока в межреберном пространстве, рассчитанного для различных значений шага ребер s/d при фиксированных значениях параметра плавучести $\varepsilon_T = 0,72$ и диаметра несущей трубы $d = d_{base}$, показана на рис. 3 (верхний ряд). Распределения модуля безразмерной скорости, отнесенной к скорости плавучести V_b , показаны в срединной плоскости межреберного пространства ($z = s/2$).

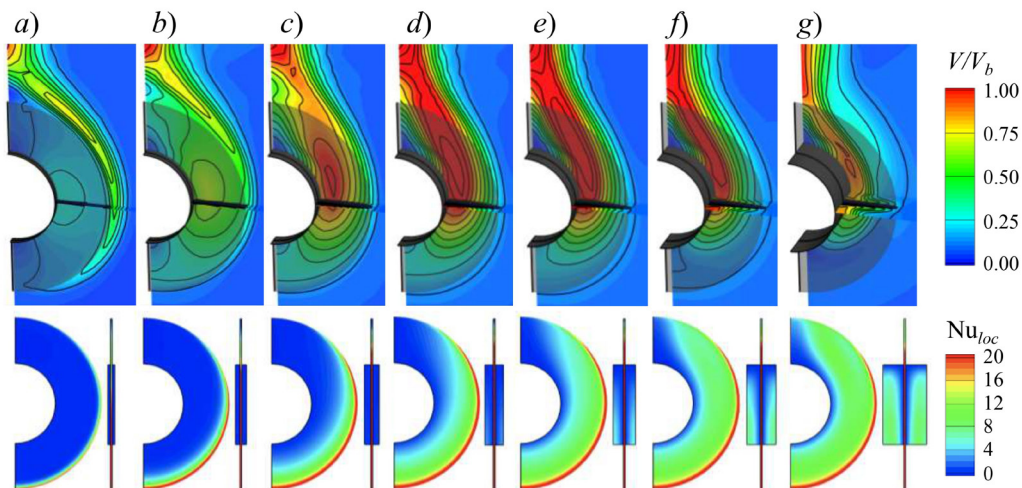


Рис. 3. Рассчитанные поля скорости в плоскости $z = s/2$ (верхний ряд) и локального числа Нуссельта на поверхностях ребра и основания трубы (нижний ряд) для различных значений шага s/d : 0,09 (*a*), 0,14 (*b*), 0,18 (*c*), 0,23 (*d*), 0,28 (*e*), 0,37 (*f*) и 0,55 (*g*); параметр плавучести $\varepsilon_T = 0,72$, диаметр несущей трубы $d = d_{base}$

Видно, что для всех рассмотренных вариантов реализуется подъемное вертикальное течение воздуха под действием сил плавучести. При наименьшем значении $s/d = 0,09$ течение воздуха в пространстве между ребрами характеризуется относительно низкими значениями скорости. Характерные значения скорости в этой области не превышают $0,27V_b$, что втрое меньше, чем значения скорости, наблюдаемые в области движения потока вблизи края ребра. По мере увеличения s/d , в пространство между ребрами проникает больше воздуха, характерные значения скорости возрастают и становятся близкими к V_b . Для вариантов со значением s/d свыше 0,28 характерные скорости в межреберном пространстве постепенно снижаются.

На рис. 3 (нижний ряд) приведены распределения значений локального числа Нуссельта

$$Nu_{loc} = q_{w,loc} d / (\lambda_0 \Delta T)$$

по поверхности ребра и основания трубы для вариантов с разными значениями s/d . Анализ представленных распределений позволяет заключить, что при натекании холодного воздуха на нижнюю часть ребра, во всех случаях в этой области образуется локальный максимум Nu_{loc} . Кроме того, на основании данных на рис. 3, *b* следует отметить низкую эффективность ребра для варианта трубы с шагом $s/d = 0,09$: теплосъем осуществляется в основном с периферии ребра. Для вариантов с увеличенными значениями шага s/d теплосъем с поверхности ребра возрастает. Вклад основания трубы в общий теплосъем увеличивается с ростом значения s/d и для шага $s/d = 0,55$ достигает 12%.

Для различных значений шага s/d на рис. 4 показаны профили безразмерного модуля скорости V/V_b и безразмерной температуры

$$\theta = (T - T_0) / (T_w - T_0)$$

вдоль линии $y = 0$, расположенной в центральном сечении межреберного пространства $z = s/2$. Видно, что максимальные значения скорости в межреберном пространстве достигаются при значении $s/d = 0,23$. Температура θ в межреберном пространстве для варианта с минимальным значением $s/d = 0,09$ близка к температуре основания трубы. По мере увеличения шага ребер s/d температура в межреберном пространстве снижается.

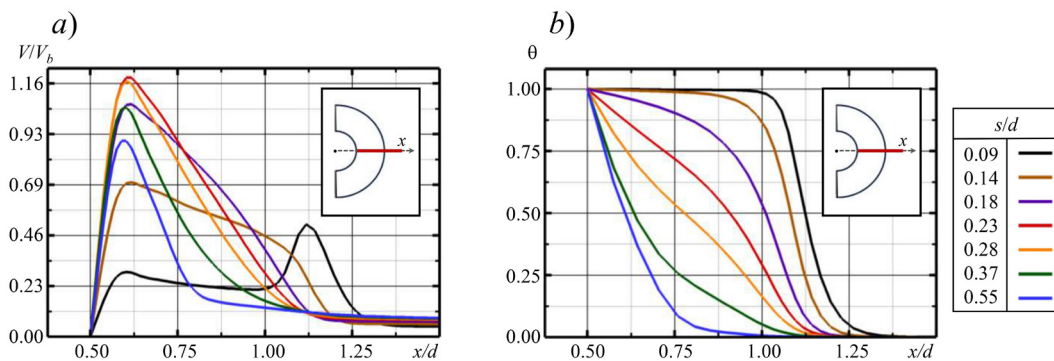


Рис. 4. Расчетные профили безразмерной скорости V/V_b (a) и температуры θ (b) в межреберном пространстве для различных значений шага s/d

На рис. 5, *a* показаны распределения локального числа Нуссельта Nu_{loc} вдоль вертикального направления при значении окружной координаты $\phi = 180^\circ$. На графиках используется безразмерная координата

$$y' = 2(D/2 + y) / (D - d),$$

которая отсчитывается от края ребра ($y' = 0$) до места сочленения ребра и несущей трубы ($y' = 1$). Для вариантов с шагами ребер $s/d = 0,09$ и $0,14$ существенный вклад в теплопередачу вносит нижняя часть ребра. Так, для варианта задачи с шагом $s/d = 0,09$ только 20% высоты ребра значительно отводит тепло, а для варианта с $s/d = 0,14$ – менее 50% от высоты ребра. При больших значениях s/d наблюдается слабая зависимость числа Nu от шага ребра. Для этих вариантов область ребра с наиболее эффективной теплоотдачей составляет 10% от высоты ребра.

На рис. 5, *b* показаны распределения вдоль окружного направления числа Нуссельта Nu_ϕ . Видно, что для всех вариантов верхняя часть ребра ($\phi < 60^\circ$) малоэффективна и в данной области осуществляется низкий теплосъем. Значения числа Нуссельта максимальны в нижней части ребра, при $\phi > 60^\circ$. С увеличением значений s/d локальные значения Нуссельта возрастают, и при шаге ребер $s/d = 0,37$ значения Nu слабо изменяются при дальнейшем увеличении величины s/d .

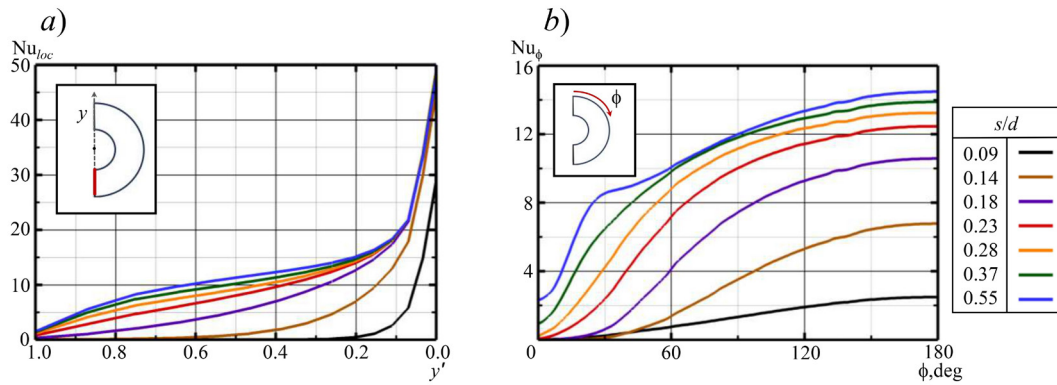


Рис. 5. Распределения локального числа Нуссельта Nu_{loc} вдоль радиального направления при $\phi = 180^\circ$ (a) и числа Нуссельта Nu_ϕ вдоль окружного направления (число осреднено по радиальному направлению ребра) (b)

На рис. 6, a показана зависимость эффективности ребра η_f от шага ребер s/d , полученная при значении параметра плавучести $\epsilon_T = 0,72$. Величина η_f определена как отношение интегральных тепловых потоков $Q/Q_{T=const}$, снимаемых с теплоотводящей поверхности трубы, полученных в сопряженной постановке (величина Q) и несопряженной ($Q_{T=const}$). Для вариантов с различными значениями s/d эффективность ребра остается на высоком уровне и составляет не менее 96%. Отметим, что по результатам расчетов при меньших значениях числа Рэлея наблюдается аналогичная картина. В целом же, решения, полученные в сопряженной и в несопряженной постановках, близки.

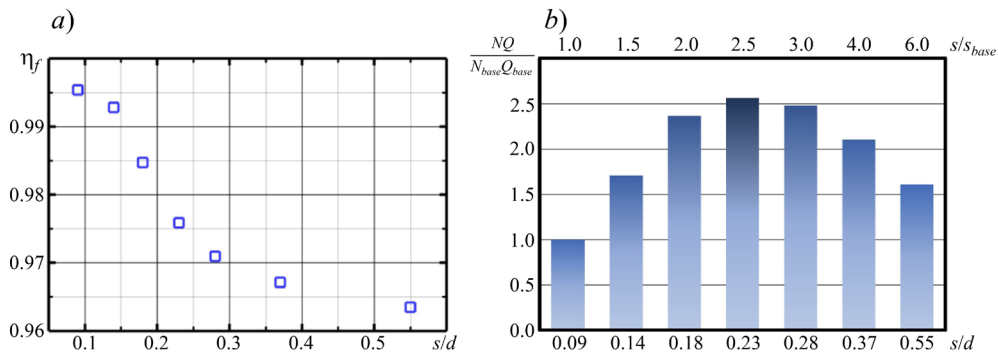


Рис. 6. Расчетные зависимости эффективности ребра (a) и эффективной теплоотдачи с трубы единичной длины (b) от шага ребер s/d ($\epsilon_T = 0,72$)

Таблица 1

Расчетная зависимость теплосъема с трубы конечной длины от шага ребер

s/d	0,09	0,14	0,18	0,23	0,28	0,37	0,55
N	411	273	205	164	137	102	68
Q , кВт	0,45	0,78	1,07	1,16	1,12	0,96	0,73

Обозначения: Q – интегральный тепловой поток, снимаемый с трубы длиной 1 м; N , s/d – количество и шаг ребер.

В табл. 1 для вариантов с различными значениями s/d представлена величина тепло-съемы (интегральный тепловой поток), снимаемая с оребренной трубы, длина которой составляет 1 м. Также на рис. 6, b показана оценка эффективной теплоотдачи для вариантов с разными межреберными шагами s/d . Здесь N_{base} , Q_{base} , s_{base} – количество ребер, интегральный тепловой поток и шаг ребер, полученные для базовой конфигурации трубы с минимальным значением $s/d = 0,09$.

Анализ данных табл. 1 и рис. 6, b позволяет заключить, что оптимальным (из рассмотренных) значением шага ребер оказалось $s/d = 0,23$; при нем достигается наибольший теплосъем с рассматриваемой трубы. Что же касается конфигурации трубы с наименьшим значением шага $s/d = 0,09$, то эффективная теплоотдача при $s/d = 0,23$ увеличилась в 2,5 раза. При этом конструкция трубы включает меньшее число ребер (164 : 411). Полученное оптимальное значение межреберного шага близко к приведенному в работах [7, 11 – 13], где для схожих геометрических параметров оребренной трубы (D/d лежит в интервале от 1,41 до 5,02) полученные оптимальные значения s/d находятся в диапазоне от 0,20 до 0,35.

Теплоотдача с поверхности труб при различных значениях числа Рэлея

Как отмечалось выше, изменение значений числа Рэлея можно осуществлять либо путем изменения параметра плавучести ϵ_T , либо путем изменения линейного масштаба задачи d . При значениях параметра плавучести ϵ_T свыше 0,1, для получения достаточно точных результатов следует учитывать зависимость теплофизических свойств среды от температуры. Выбор температуры среды T_{ref} , при которой определяются ее свойства для вычисления определяющих и определяемых параметров задачи (чисел подобия), – неоднозначен. В табл. 2 (см. первые три строки) приведены различные варианты определения величины T_{ref} , использованные разными авторами. Относительно часто (см., например, работы [6, 7]) в качестве T_{ref} выбирается среднеарифметическое значение температуры между окружающей средой и нагретой поверхностью (вторая строка табл. 2). В работе [8], применительно к оребренным трубам, в качестве T_{ref} автор статьи использовал более сложную величину (третья строка табл. 2), которая с несколько большим весом учитывает температуру нагретой поверхности. В статьях [9, 10], при представлении обобщающих данных о теплоотдаче с поверхности оребренных труб, для оценки теплофизических свойств воздуха использовалась температура окружающей среды T_0 . В настоящей же работе, кроме того, рассмотрен предельный случай, когда T_{ref} полагается равным T_w (последняя строка табл. 2), с учетом того, что значения температуры близки к T_w почти во всем межреберном пространстве (см. рис. 3, b).

Таблица 2

Варианты выбора температуры среды T_{ref} разными авторами для определения теплофизических свойств этой среды

Температура T_{ref}	Источник
T_0	[9, 10] (I)
$0,5(T_0 + T_w)$	[6, 7] (II)
$T_w - 0,38(T_w - T_0)$	[8] (III)
T_w	Наша работа (IV)

Обозначения: T_0 , T_w – температуры окружающей среды и нагретой поверхности, соответственно.

Примечание. В данном исследовании были протестированы все представленные здесь варианты (I – IV).

В настоящей работе расчетные данные по среднему тепловому потоку $\langle q_w \rangle$, полученные для базовой конфигурации трубы $d = d_{base}$ с фиксированным шагом $s/d = 0,09$, были обработаны с использованием всех известных оценок T_{ref} (см. табл. 2), применяемых в ходе определения теплофизических параметров (ρ , μ , λ , C_p), которые необходимы для вычисления числа Рэлея и среднего числа Нуссельта.

На рис. 7 представлены четыре расчетные зависимости числа Нуссельта

$$Nu = \langle q_w \rangle d / (\lambda \Delta T)$$

от числа Рэлея Ra , где были использованы все варианты оценок величины T_{ref} (см. табл. 2). Анализ графика позволяет заключить, что выбор T_{ref} существенно влияет как на диапазон изменения оцениваемых значений числа Ra (расширяет его в 12 раз), так и на диапазон изменения числа Нуссельта Nu (в 3 раза).

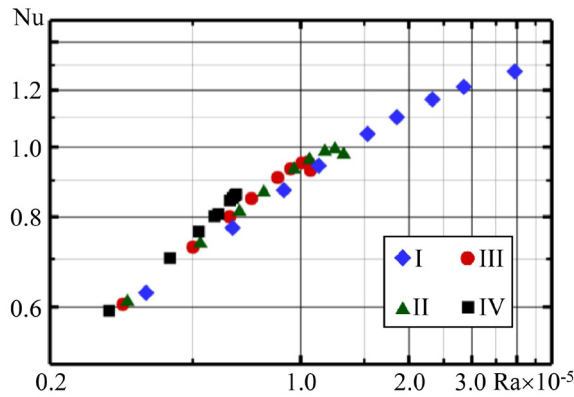


Рис. 7. Зависимости интегрального числа Нуссельта Nu от числа Рэлея Ra , построенные для базовой конфигурации трубы при вычислении физических параметров среды с использованием разных оценок температуры T_{ref} (см. табл. 2)

Описанные выше данные по интегральному числу Нуссельта, полученные для базовой конфигурации трубы $d = d_{base}$ при варьировании перепада температур, далее сопоставляются с результатами решения аналогичной задачи с изменением диаметра несущей трубы d от $1,0d_{base}$ до $1,5d_{base}$ при фиксированном значении параметра плавучести $\epsilon_T = 0,07$; при таком значении ϵ_T теплофизические свойства среды в области исследуемого течения не претерпевают существенных изменений. Для данной серии расчетов шаг ребра s/d полагали равным 0,09 или 0,23. Расчетные сетки создавались путем простого линейного масштабирования исходной сетки. Анализ полученных решений показал, что структура течения вблизи трубы и такие характеристики теплообмена, как распределения скорости, температуры и локальной теплоотдачи в безразмерном виде, аналогичны представленным выше результатам (см. рис. 2 – 5 и их обсуждение).

Ниже представлены и обсуждаются лишь наиболее интересные результаты сопоставления интегральных параметров теплоотдачи.

На рис. 8 показаны зависимости интегрального числа Нуссельта Nu от числа Рэлея Ra , значение которого изменяется как вследствие варьирования ϵ_T (при фиксированном $d = d_{base}$), так и при варьировании линейного размера задачи (при фиксированном

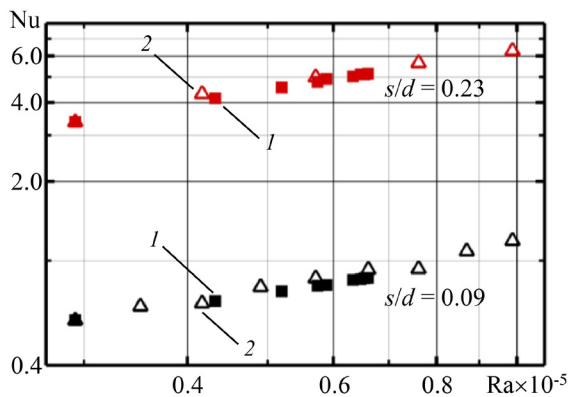


Рис. 8. Зависимости интегрального числа Нуссельта Nu от числа Рэлея Ra (при $T_{ref} = T_w$) для вариантов трубы со значениями шага ребра s/d , равными 0,09 и 0,23.

Значения Ra разнятся вследствие варьирования параметра плавучести ϵ_T при $d = d_{base}$ (символы 1) и диаметра несущей трубы d при $\epsilon_T = 0,07$ (символы 2)

$\epsilon_T = 0,07$). В данном случае в качестве T_{ref} всегда принималась температура поверхности несущей трубы T_w . На графиках можно видеть, что при обоих значениях шага ребра зависимости числа Nu от числа Ra практически совпадают. Это говорит о целесообразности использования величины T_w (температура поверхности несущей трубы) в качестве T_{ref} при обработке данных, полученных для оребренных труб с малым шагом установки ребер.

На рис. 9 показано изменение интегрального числа Нуссельта, рассчитанного для расширенного диапазона значений числа Рэлея (до $2 \cdot 10^7$) при задании оптимального шага ребер $s/d = 0,23$ и $\epsilon_T = 0,07$. Изменение числа Рэлея достигалось путем варьирования диаметра несущей трубы d от $1,0d_{base}$ до $9,2d_{base}$. Видно, что в диапазоне значений числа Ra от $1 \cdot 10^5$ до $2 \cdot 10^7$ значения числа Nu изменяются по степенному закону

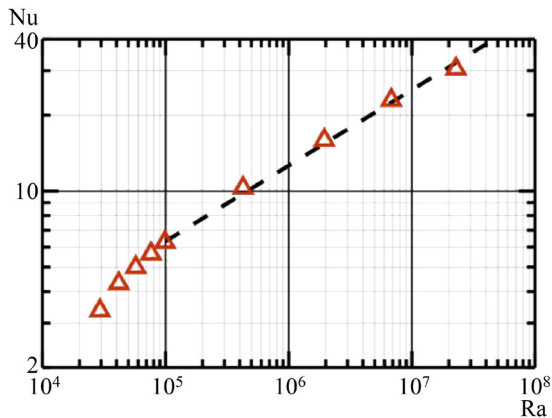


Рис. 9. Зависимость интегрального числа Нуссельта Nu от числа Рэлея Ra при шаге ребер $s/d = 0,23$. Значения Ra разнятся вследствие изменения линейного масштаба задачи. Параметр плавучести $\varepsilon_T = 0,07$. Зависимость аппроксимируется функцией (1) (показана штриховой линией)

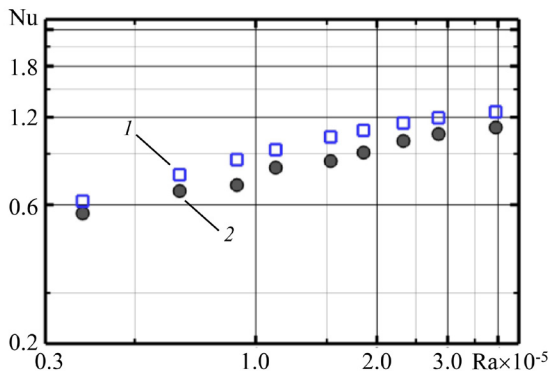


Рис. 10. Сопоставление наших расчетных результатов (символы 1) с экспериментальными данными из статей [9, 10] (символы 2) по зависимостям интегрального числа Нуссельта Nu от числа Рэлея Ra при $s/d = 0,09$ и при условии $T_{ref} = T_0$

$$Nu = A Ra^n, \quad (1)$$

где $n = 0,3$ и $A = 0,2$ (соответствующая кривая отмечена на рис. 9 штриховой линией).

Сопоставление результатов расчетов с экспериментальными данными

Расчеты течения и теплообмена для базовой конфигурации трубы с наименьшим шагом ребер $s/d = 0,09$ учитывали условия экспериментов, проведенных в работах [9, 10] с использованием деревянной камеры в форме параллелепипеда ($0,8 \times 0,8 \times 1,0$ м), имеющего две открытые границы (нижняя и верхняя). В камеру помещалась оребренная труба с длиной теплоотдающей части, равной 300 мм; температуру трубы повышали электронагревателем мощностью от 10 до 220 Вт. На поверхности трубы температура T_w измерялась с помощью термопар. В статьях [9, 10] приведены экспериментальные зависимости интегрального числа Нуссельта от числа Рэлея, полученные при $T_{ref} = T_0$, т.е. при выборе температуры окружающей среды T_0 в качестве величины T_{ref} .

На рис. 10 сопоставляются экспериментальные (из статей [9, 10]) и расчетные значения числа Нуссельта. Расчетные данные нами также обрабатывались при условии $T_{ref} = T_0$. Приведенное на рис. 10 сопоставление позволяет заключить, что в целом достигнуто хорошее соответствие расчетных данных с экспериментальными: расхождение не превышает 13%. Различия могут быть связаны как с упрощенной конфигурацией расчетной области (она не учитывала бокового подтекания воздушной среды с торцевых частей трубы), так и с погрешностью экспериментальных данных.

Заключение

В работе численно исследовано свободноконвективное течение воздуха около одиночной горизонтальной оребренной трубы. Рассмотрены варианты задач со значениями числа Рэлея $2 \cdot 10^7$ и ниже.

Установлено, что увеличение шага ребер, отнесенного к диаметру несущей трубы (s/d) от 0,09 до 0,55, приводит к существенной интенсификации течения воздуха в межреберном пространстве. Определено межреберное расстояние, при котором наблюдается максимальная теплоотдача: оптимальное значение величины s/d составило 0,23.

Для диапазона значений числа Рэлея, изменяющихся на порядок (до $7 \cdot 10^4$), показана целесообразность использования температуры поверхности несущей трубы T_w в качестве T_{ref} при обработке данных для оребренных труб с малым шагом установки ребер. В этом случае зависимости числа Нуссельта от числа Рэлея, полученные при варьировании либо параметра плавучести в широком диапазоне, либо линейного масштаба задачи, практически совпадают.

Показана хорошая согласованность расчетных результатов с доступными в литературе экспериментальными данными как по значению оптимального межреберного расстояния, так и по интегральным значениям числа Нуссельта в рассмотренном диапазоне чисел Рэлея.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Elenbaas W.** Heat dissipation of parallel plates by free convection // *Physica*. 1942. Vol. 9. No. 1. Pp. 1–28.
2. **Levy E. K.** Optimum plate spacings for laminar natural convection heat transfer from parallel vertical isothermal flat plates // *Journal of Heat Transfer*. 1971. Vol. 93. No. 4. Pp. 463–465.
3. **Kim T. H., Do K. H., Kim D.-K.** Closed form correlations for thermal optimization of plate-fin heat sinks under natural convection // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2011. Vol. 54. No. 5–6. Pp. 1210–1216.
4. **Zamora B., Kaiser A. S.** Optimum wall-to-wall spacing in solar chimney shaped channels in natural convection by numerical investigation // *Applied Thermal Engineering*. 2009. Vol. 29. No. 4. Pp. 762–769.
5. **Sparrow E. M., Bahrami P. A.** Experiments on natural convection heat transfer on the fins of a finned horizontal tube // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1980. Vol. 23. No. 11. Pp. 1555–1560.
6. **Hahne E., Zhu D.** Natural convection heat transfer on finned tubes in air // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1994. Vol. 37. No. 1. Pp. 59–63.
7. **Yildiz Ş., Yüncü H.** An experimental investigation on performance of annular fins on a horizontal cylinder in free convection heat transfer // *Heat and Mass Transfer*. 2004. Vol. 40. No. 3–4. Pp. 239–251.
8. **Kayansayan N.** Thermal characteristics of fin-and-tube heat exchanger cooled by natural convection // *Experimental Thermal and Fluid Science*. 1993. Vol. 7. No. 3. Pp. 177–188.
9. **Сухоцкий А. Б., Фарафонов В. Н., Филатов С. О., Сидорик Г. С.** Разработка стенда и исследование свободной конвекции одиночной оребренной трубы при различных углах наклона // *Труды БГТУ (Белорусского государственного технического университета)*. 2017. Серия 1. № 1 (192). С. 169–175.
10. **Сухоцкий А. Б., Сидорик Г. С.** Интенсификация свободной конвекции в однорядном оребренном пучке в аппаратах воздушного охлаждения // *Труды БГТУ*. 2017. Серия 2. № 1 (193). С. 68–74.
11. **Dogan A., Akkus S., Baskaya Ş.** Numerical analysis of natural convection heat transfer from annular fins on a horizontal cylinder // *Isı Bilimi ve Tekniği Dergisi / Journal of Thermal Science and Technology*. 2012. Vol. 32. No. 2. Pp. 31–41.
12. **Wong S.-C., Lee W.-Y.** Numerical study on the natural convection from horizontal finned tubes with small and large fin temperature variations // *International Journal of Thermal Sciences*. 2019. Vol. 138. April. Pp. 116–123.
13. **Senapati J. R., Dash S. K., Roy S.** Numerical investigation of natural convection heat transfer over annular finned horizontal cylinder // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2016. Vol. 96. May. Pp. 330–345.

REFERENCES

1. **Elenbaas W.**, Heat dissipation of parallel plates by free convection, *Physica*. 9 (1) (1942) 1–28.
2. **Levy E. K.**, Optimum plate spacings for laminar natural convection heat transfer from parallel vertical isothermal flat plates, *J. Heat Transf.* 93 (4) (1971) 463–465.
3. **Kim T. H., Do K. H., Kim D.-K.**, Closed form correlations for thermal optimization of plate-fin heat sinks under natural convection, *Int. J. Heat Mass Transf.* 54 (5–6) (2011) 1210–1216.
4. **Zamora B., Kaiser A. S.**, Optimum wall-to-wall spacing in solar chimney shaped channels in natural convection by numerical investigation, *Appl. Therm. Eng.* 29 (4) (2009) 762–769.
5. **Sparrow E. M., Bahrami P. A.**, Experiments on natural convection heat transfer on the fins of a finned horizontal tube, *Int. J. Heat Mass Transf.* 23 (11) (1980) 1555–1560.

6. Hahne E., Zhu D., Natural convection heat transfer on finned tubes in air, *Int. J. Heat Mass Transf.* 37 (1) (1994) 59–63.
7. Yildiz Ş., Yüncü H., An experimental investigation on performance of annular fins on a horizontal cylinder in free convection heat transfer, *Heat Mass Transf.* 40 (3–4) (2004) 239–251.
8. Kayansayan N., Thermal characteristics of fin-and-tube heat exchanger cooled by natural convection, *Exp. Therm. Fluid Sci.* 7 (3) (1993) 177–188.
9. Sukhotskiy A. B., Farafontov V. N., Filatov S. O., Sidorik G. S., Stand development and research of free convection for single finned tube for different rake angle, *Proc. BSTU. Ser. 1 (1(192)) (2017) 169–175 (in Russian).*
10. Sukhotskii A. B., Sidorik G. S., Intensification of free convection in a single row finned bunch in air cooler heat exchangers, *Proc. BSTU. Ser. 2 (1(193)) (2017) 68–74 (in Russian).*
11. Dogan A., Akkus S., Baskaya Ş., Numerical analysis of natural convection heat transfer from annular fins on a horizontal cylinder, *Isı Bilimi ve Tekniği Dergisi / J. Therm. Sci. Technol.* 32 (2) (2012) 31–41.
12. Wong S.-C., Lee W.-Y., Numerical study on the natural convection from horizontal finned tubes with small and large fin temperature variations, *Int. J. Therm. Sci.* 138 (April) (2019) 116–123.
13. Senapati J. R., Dash S. K., Roy S., Numerical investigation of natural convection heat transfer over annular finned horizontal cylinder, *Int. J. Heat Mass Transf.* 96 (May) (2016) 330–345.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

АГЕЕВ Даниил Эдуардович – студент Физико-механического института Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
ageev2de@gmail.com

ЗАСИМОВА Марина Александровна – кандидат физико-математических наук, доцент Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
zasimova_ma@mail.ru
ORCID: 0000-0002-4103-6574

THE AUTHORS

AGEEV Daniil E.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
ageev2de@gmail.com

ZASIMOVA Marina A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
zasimova_ma@mail.ru
ORCID: 0000-0002-4103-6574

Статья поступила в редакцию 17.08.2025. Одобрена после рецензирования 20.10.2025. Принята 20.10.2025.

Received 17.08.2025. Approved after reviewing 20.10.2025. Accepted 20.10.2025.