

Научная статья

УДК 621.315.61: 51-74

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.19104>

## ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ПРОБИВНОЙ НАПРЯЖЕННОСТИ ПОЛИМЕРНЫХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

В. В. Киселевич 

Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого,  
г. Гомель, Республика Беларусь

 [valentinkis@list.ru](mailto:valentinkis@list.ru)

**Аннотация.** На основе гипотезы об аналогии физического явления пробоя и математической катастрофы сборки получено уравнение, выражающее зависимость пробивной напряженности полимерных диэлектриков от температуры окружающей среды. Определены параметры этого уравнения и построены температурные зависимости напряженности пробивного поля для полиэтилентерефталата, атактического полипропилена и полибутадиена. Показана высокая степень соответствия опубликованных экспериментальных данных и расчетных температурных зависимостей, отвечающих полученному уравнению. Установлено хорошее согласие значений характеристических температур стеклования и электрического пробоя для всех исследованных полимеров. Выдвинуто предположение о наличии взаимосвязи между кинетическими процессами стеклования и электрическим разрушением этих полимеров.

**Ключевые слова:** полимерный диэлектрик, электрическое разрушение, пробивная напряженность, температура стеклования, теория катастроф, катастрофа сборки

**Для цитирования:** Киселевич В. В. Применение теории катастроф для описания температурных зависимостей пробивной напряженности полимерных диэлектриков // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2026. Т. 19. № 1. С. 43–61. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.19104>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.19104>

## APPLICATION OF THE CATASTROPHE THEORY TO DESCRIBE TEMPERATURE DEPENDENCIES OF THE BREAKDOWN FIELD STRENGTH IN POLYMER DIELECTRICS

V. V. Kiselevich 

Gomel State Technical University named after P. O. Sukhoi, Gomel, Republic of Belarus

 [valentinkis@list.ru](mailto:valentinkis@list.ru)

**Abstract.** An equation expressing the dependence of the breakdown field strength of polymer dielectrics on ambient temperature has been derived based on the hypothesis of an analogy between the physical phenomenon of breakdown and the mathematical cusp catastrophe. The parameters of this equation were determined, and temperature dependencies of breakdown field strength for polyethylene terephthalate, atactic polypropylene, and polybutadiene were constructed. A high degree of correlation between the published experimental data and the calculated temperature dependencies corresponding to the obtained equation was demonstrated. A good agreement between the characteristic glass transition temperatures and electrical breakdown temperatures for all polymers taken was shown. Our work puts forward a hypothesis suggesting a correlation between the kinetic processes of glass transition and electrical breakdown in these polymers.

**Keywords:** polymer dielectric, electrical breakdown, breakdown field strength, glass transition temperature, catastrophe theory, cusp catastrophe

**For citation:** Kiselevich V. V., Application of the catastrophe theory to describe temperature dependencies of the breakdown field strength in polymer dielectrics, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 19 (1) (2026) 43–61. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.19104>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

## Введение

Полимерные диэлектрики широко применяются в качестве изоляционных материалов в различных электротехнических и электронных устройствах. Надежность и долговечность работы таких устройств во многом зависят от показателей электрической прочности их изоляции. В связи с этим фундаментальные и прикладные исследования, направленные на изучение закономерностей электрического разрушения (пробоя) полимеров и поиск путей улучшения электропрочностных свойств полимерной изоляции, не теряют своей актуальности и на сегодняшний день [1 – 9].

В физике пробоя твердых диэлектриков очень важно установить характер влияния температуры на пробивную напряженность полимеров. Тщательный анализ публикаций [1 – 3, 10 – 21] позволяет заключить, что рост температуры вызывает снижение величины пробивной напряженности у большинства полимерных диэлектриков. Среди весьма разнообразных температурных зависимостей пробивной напряженности значительный исследовательский интерес представляют зависимости с выраженной переходной областью, внутри которой небольшое повышение температуры приводит к резкому падению напряженности, что выступает характерным признаком развития тепловой формы пробоя полимера [1 – 3, 10 – 14]. Критическая температура, по достижении которой наблюдается резкое падение пробивной напряженности, обычно сопоставима с температурой стеклования аморфных полимеров либо температурой плавления кристаллических полимеров [1 – 3, 12, 13, 15]. Для некоторых полимерных материалов, в частности для полиэфирсульфона [17] и поливинилиденфторида [18], эта критическая температура может быть заметно ниже температуры их стеклования.

Широкое варьирование температуры в ходе электрических испытаний значительно повышает вероятность трансформации физического механизма и формы электрического разрушения полимерных диэлектриков [7, 10, 11]. По этой причине известные аналитические соотношения, которые, как правило, базируются на учете только одного определенного физического механизма пробоя диэлектрика, не всегда обеспечивают удовлетворительное согласие теоретических кривых пробивной напряженности, построенных по данным соотношениям, и экспериментальных точек, снятых в достаточно широких температурных границах, охватывающих переходную область резкого падения напряженности. Кроме того, само наличие переходной области на температурных зависимостях пробивной напряженности зачастую приводит к математическому усложнению и, как следствие, к серьезному обесцениванию практической значимости уравнений, моделирующих эти зависимости.

Альтернативный способ математического описания аномально резкого поведения различных физических величин основан на применении теории катастроф [22 – 24]. Эта (сравнительно новая) математическая теория обеспечивает получение несложных уравнений, которые с довольно высокой точностью воспроизводят экспериментальные данные, отражающие скачкообразный отклик исследуемой величины на плавное изменение внешнего воздействия. Экспоненциально быстрое уменьшение пробивной напряженности полимерных диэлектриков при плавном увеличении температуры в переходной области свидетельствует о принципиальной возможности использования указанной теории для описания пробойных явлений в этих материалах.

К числу последних публикаций, посвященных моделированию процессов разрушения полимеров с привлечением методов теории катастроф, относятся работы [25 – 27]. В статье [25] математическая модель накопления повреждений в полимерных композиционных материалах разработана на основе уравнения катастрофы складки. Автором работы [26] установлено, что поверхность, характеризующая температурные состояния полимерного диэлектрика, подвергнутого действию сильного электрического поля, эквивалентна поверхности катастрофы сборки. В статье [27] пробой пленок полиметилметакрилата при их облучении пучком низкоэнергетических электронов объяснялся наступлением зарядовой катастрофы, тождественной математической катастрофе сборки. Исходя из сказанного, можно заключить, что изучение закономерностей электрического разрушения полимеров в русле теории катастроф представляется перспективным направлением исследований в физике пробоя диэлектриков.

Цель настоящей работы – уточнить характер влияния температуры на величину напряженности пробоя полимерных диэлектриков.

Для достижения поставленной цели было принято решение воспользоваться теорией катастроф. При этом встала первостепенная задача: вывести с позиций данной теории уравнение температурной зависимости пробивной напряженности полимерных диэлектриков и найти параметры этого уравнения для широко применяемых полимеров: полиэтилентерефталата (ПЭТФ), атактического полипропилена (ППА) и полибутадиена (ПБД).

#### Постановка задачи

Температура  $T$  среды, окружающей исследуемый полимерный диэлектрик, оказывает значительное влияние на величину его пробивной напряженности  $E_{br}$ . Характер поведения  $E_{br}$  во многом зависит от температурного диапазона, в котором проводится анализ кривой  $E_{br} = f(T)$ . Типовые температурные зависимости  $E_{br} = f(T)$ , наиболее часто встречаемые в работах по исследованию электропрочностных свойств полимерных диэлектриков, приведены на рис. 1, где приняты следующие обозначения:  $T'_{br}$ ,  $T''_{br}$  – нижняя и верхняя температурные границы переходной области;  $T_c$ ,  $E_c$  – температура и пробивная напряженность, отвечающие точке «с» – точке перегиба на кривой  $E_{br} = f(T)$ .

Из анализа кривой 1 на рис. 1, а следует, что в областях низких (I) и высоких (III) температур плавное повышение  $T$  вызывает плавное снижение  $E_{br}$ , тогда как в пределах переходной области II незначительный рост температуры приводит к резкому падению пробивной напряженности. Относительное изменение  $E_{br}$  на участках I и III чаще всего

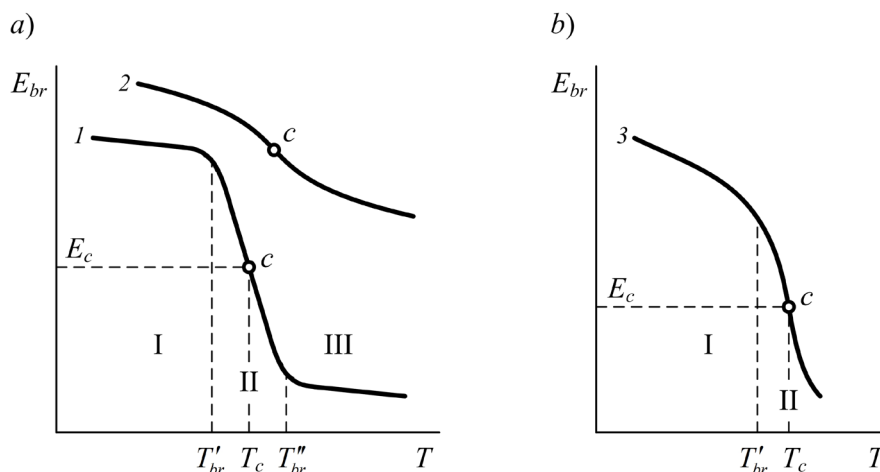


Рис. 1. Характерные температурные зависимости пробивной напряженности полимерных диэлектриков  $E_{br}$ .

Представлены кривые резкого (1, 3) и плавного (2) снижения  $E_{br}$ ; с – точка перегиба;

I, II и III – низкотемпературная, переходная и высокотемпературная области;

$E_c$ ,  $T_c$  – значения пробивной напряженности и температуры в точке перегиба с;

$T'_{br}$ ,  $T''_{br}$  – нижняя и верхняя границы переходной области

не превышает 20%, а в некоторых случаях эти участки и вовсе вырождаются в атермическое плато [1, 2, 11, 13].

Кривая 2 на рис. 1, *a* соответствует случаю, когда границы между областями I, II и III размыты, а малое повышение  $T$  приводит к небольшому уменьшению  $E_{br}$  во всем диапазоне изменения температуры.

Для кривой 3 на рис. 1, *b* характерна размытость температурных границ, определяющих область резкого падения  $E_{br}$ . Поэтому на кривых такого типа выделяют только две области: низкотемпературную I и переходную II. В области I на рис. 1, *b* пробивная напряженность при плавном повышении температуры снижается довольно быстро и заметно сильнее, чем в такой же области на рис. 1, *a*. Дальнейший плавный подъем температуры на участке II (рис. 1, *b*) вызывает еще более резкое падение  $E_{br}$ .

Сложный характер температурной эволюции пробивной напряженности полимеров, вытекающий из анализа рис. 1, во многом обусловлен сложностью и разнообразием их строения. Структурные изменения полимерных диэлектриков в переходной области, вызванные различными вторичными явлениями (например, размягчением/стеклованием, изменением степени кристалличности, окислением и т. п.), приводят к существенному искажению фактического хода экспериментальной зависимости  $E_{br} = f(T)$  [28] и, как следствие, затрудняют однозначную интерпретацию результатов эксперимента. К тому же искажение хода зависимости  $E_{br} = f(T)$  может означать смену физического механизма пробоя диэлектрика [10, 28]. По этой причине для описания поведения кривых  $E_{br} = f(T)$  типа 1 – 3 либо их отдельных участков (см. рис. 1) нередко применяют разные уравнения.

Рассмотрим два типа уравнений  $E_{br} = f(T)$ , основанных на разных физических механизмах электрического разрушения полимеров.

Соотношение, удовлетворительно описывающее опытные зависимости  $E_{br} = f(T)$ , которые подчиняются закону, близкому к линейному, имеет вид [10]:

$$E_{br} = \frac{k_B T}{e l_0 q_\xi} \ln \left( \frac{e l_0 q_\xi t_0 w_E}{k_B T} \right) + \phi(q_\xi, W^+), \quad (1)$$

где  $k_B$ , Дж/К, – постоянная Больцмана;  $T$ , К, – температура;  $e$ , Кл, – заряд электрона;  $l_0$ , м, – активационная длина;  $q_\xi$  – коэффициент локального усиления электрического поля вблизи неоднородностей, присутствующих на электродах и в объеме полимера;  $t_0$ , с, – параметр, имеющий смысл периода колебаний атомов в твердых телах;  $w_E$ , В/(м·с), – скорость линейного возрастания напряженности электрического поля, приложенного к образцу диэлектрика;  $\phi(q_\xi, W^+)$ , В/м, – функция коэффициента усиления  $q_\xi$  и энергии диссоциации связей  $W^+$ , Дж, в молекулярных ионах.

Аналитическое уравнение (1), полученное с позиций ионизационной теории электрического разрушения полимеров [29, 30], не только позволяет прогнозировать вероятный ход температурных кривых пробивной напряженности, но и обеспечивает проведение количественной оценки важных и физически осмысленных параметров, характеризующих кинетические закономерности электрического пробоя: коэффициента усиления поля и энергии диссоциации связей в макроионах. Справедливость формулы (1) успешно подтверждена для полиэтилентерефталата, полипропилена, поликарбоната и ряда других полимерных диэлектриков [10].

Выражение для описания зависимостей  $E_{br} = f(T)$ , ход которых отличен от линейного, предложено авторами статьи [14] в следующей форме:

$$E_{br} = \sqrt{\frac{8\lambda}{h^2 \gamma(T) k_\gamma}} \cdot \exp \left( -\frac{z r_0 E_{br}}{4 k_B T} \right) \phi_\lambda, \quad (2)$$

где  $\lambda$ , Вт/(м·К), – теплопроводность диэлектрика толщиной  $h$ , м;  $\gamma(T)$ , См/м, и  $k_\gamma$ , К<sup>-1</sup>, – удельная электропроводность диэлектрика и ее температурный коэффициент;  $z$ , Кл, – заряд свободного иона;  $r_0$ , м, – расстояние между анионом и катионом в ионной паре при напряженности поля  $E = 0$ ;  $\phi_\lambda$  – функция, характеризующая влияние условий теплоотвода и геометрических параметров образца диэлектрика на величину его пробивной напряженности.

Формула (2) выведена на основе представлений теории теплового пробоя с учетом характера температурно-полевой зависимости ионной проводимости полимерного диэлектрика. Экспериментальная проверка этой формулы дала удовлетворительные результаты для поливинилиденфторида, которые, однако, были ограничены областью высоких температур [14].

Таким образом, очевидно, что получение аналитического выражения, адекватно описывающего температурную зависимость пробивной напряженности полимеров в относительно широком интервале температур, охватывающем переходную область, есть актуальная задача. Для ее решения обратимся к теории катастроф [22 – 24].

### Теоретический анализ поведения диэлектрика в сильном электрическом поле

Исследование влияния температуры на закономерности поведения полимерного диэлектрика в электрическом поле будем проводить, придерживаясь алгоритма действий, изложенного в работе [31].

Прежде всего зададим физические величины, характеризующие состояние и электропрочностные свойства диэлектрика. В качестве физического параметра состояния (зависимой переменной) возьмем напряженность  $E_{br}$  электрического поля в момент пробоя диэлектрика, а в роли физического параметра управления (независимой переменной) – температуру окружающей среды  $T$ , при которой выполняется измерение напряженности  $E_{br}$ . Скорость  $w_E$  возрастания средней напряженности  $E$  электрического поля, прикладываемого к диэлектрику при различных фиксированных значениях температуры, примем постоянной:

$$w_E = \partial E / \partial t = \text{const},$$

где  $t$  – время.

Далее необходимо определить характерные признаки [22], указывающие на возможную катастрофу в полимерном диэлектрике, подвергнутом действию температуры и сильного электрического поля.

*Первым признаком* вероятной катастрофы будем считать, как и ранее [31], факт существования критической концентрации носителей заряда [5, 30]:

$$N_c \approx 10^{18} - 10^{19} \text{ см}^{-3},$$

по достижении которой происходит пробой полимерного диэлектрика.

*Вторым признаком* катастрофы служит резкое уменьшение пробивной напряженности  $E_{br}$  при малом повышении температуры  $T$ , наблюдаемое в переходной области  $[T'_{br}; T''_{br}]$  на зависимости  $E_{br} = f(T)$  многих полимеров [1 – 3, 11 – 13, 21].

*Третьим признаком* катастрофы выступает большая дисперсия опытных значений пробивной напряженности, возникающая при измерении  $E_{br}$  в температурном интервале  $[T'_{br}; T''_{br}]$ . Действительно, хорошо известно [1 – 3, 11, 12, 19, 21], что проведение электрических испытаний полимеров на пробой сопровождается существенным разбросом в совокупности значений  $E_{br}$ , определяемых даже для одинаковых образцов, находящихся в одних и тех же условиях. Необратимые изменения структуры полимерного диэлектрика в переходной области, как было отмечено выше, вызывают искажение хода экспериментальной зависимости  $E_{br} = f(T)$ . Вследствие этого для некоторых полимеров, испытываемых при  $T \in [T'_{br}; T''_{br}]$ , разброс значений  $E_{br}$  становится еще более существенным. В частности, для полиэтилена [11], бутадие-стирольного сополимера [12] и полиизобутилена [21] дисперсия величин напряженности  $E_{br}$  в характерных точках переходной области превышала дисперсию значений  $E_{br}$ , измеренных при температурах вне этой области, в среднем в 2 – 7 раз.

Событие, эквивалентное наступлению математической катастрофы, соотнесем с моментом накопления критической концентрации зарядов  $N_c$  в полимерном диэлектрике, испытываемом при температуре, в окрестности которой имеет место резкое падение его пробивной напряженности.

Следующий шаг состоит в выборе аналитической функции, описывающей состояние полимерного диэлектрика. Математическое описание физических систем в теории катастроф выполняют посредством потенциальных функций (функций катастроф) типа  $\Phi(x, A_i)$ , где  $x$  – переменная, характеризующая состояние системы;  $A_i$  –  $i$ -й управляющий параметр, от которого зависит переменная  $x$ .

Примем к рассмотрению функцию  $\Phi$  катастрофы сборки, позволяющую моделировать как плавное, так и резкое изменение состояния физической системы при малом изменении управляющего параметра. Стандартное уравнение этой функции имеет вид [22]:

$$\Phi(x; A_2, A_1) = x^4/4 + A_2x^2/2 + A_1x, \quad (3)$$

где  $A_1, A_2$  – параметры управления, варьирование которых приводит к непрерывному либо скачкообразному (катастрофическому) изменению переменной состояния  $x$ .

В нашем случае математическим переменным  $x$  и  $A_1$  будут соответствовать физические величины  $E_{br}$  и  $T$ . Для подтверждения этого соответствия достаточно проанализировать пропорциональность  $x^3 \sim -A_1$ , вытекающую из уравнения (3) при  $A_2 = 0$ . Она подразумевает уменьшение переменной  $x$  при увеличении параметра  $A_1$ , что качественно согласуется с поведением пробивной напряженности  $E_{br}$  при росте температуры  $T$  (см. рис. 1).

Теперь необходимо идентифицировать множитель  $A_2$  с конкретным физическим параметром. Из публикаций по теории катастроф известно (см. работы [22 – 24]), что при увеличении параметра  $A_2$  ход зависимости  $x(A_1)$  становится более плавным. Одновременно с этим известен факт увеличения пологости температурной зависимости  $E_{br} = f(T)$  полимеров при повышении скорости  $w_E$  возрастания средней напряженности  $E$  приложенного электрического поля [10].

В свете этих закономерностей, в роли физической величины, отвечающей математическому множителю  $A_2$ , уместно принять параметр  $w = f(w_E)$ , пропорциональный скорости подъема напряженности  $w_E$ . Здесь необходимо отметить, что задача нахождения точного вида функции  $w = f(w_E)$  нуждается в дополнительном исследовании, поскольку результаты экспериментальных данных, относящихся к поведению скоростной зависимости  $E_{br} = f(w_E)$  полимеров, далеко не всегда однозначны [6, 7, 17, 18]. Поэтому далее рассмотрим только общие закономерности влияния скоростного параметра  $w$  на характер изменения температурной зависимости  $E_{br} = f(T)$ .

Математические параметры  $x, A_1$  и  $A_2$ , входящие в уравнение (3), являются безразмерными. Для установления взаимосвязи между параметрами  $x, A_1, A_2$  и соответствующими им размерными аналогами  $x', A'_1, A'_2$  используют следующие соотношения [22]:

$$x = x'/x_D - 1; A_1 = A'_1/A_{D(1)} - 1; A_2 = A'_2/A_{D(2)} - 1, \quad (4)$$

где  $x'$  – физическая переменная состояния;  $A'_1, A'_2$  – физические параметры управления;  $x_D, A_{D(1)}$  и  $A_{D(2)}$  – критические параметры функции катастрофы, под которыми подразумевают значения величин  $x', A'_1$  и  $A'_2$  в физической критической точке, отождествляемой с математической точкой  $D$ . В случае катастрофы сборки эта точка представляет собой трижды вырожденную критическую точку  $D_3$ , в которой первые три производные потенциальной функции  $\Phi$  по переменной состояния  $x$  равны нулю [22]:

$$\partial\Phi/\partial x = \partial^2\Phi/\partial x^2 = \partial^3\Phi/\partial x^3 = 0.$$

Чтобы воспользоваться соотношениями (4), следует вначале условиться о том, какую характеристическую точку на температурной зависимости  $E_{br} = f(T)$  считать физической критической точкой. В качестве такой точки примем точку перегиба  $c$  на кривой  $E_{br} = f(T)$  (см. рис. 1), в окрестности которой скорость снижения пробивной напряженности  $E_{br}$  при повышении температуры  $T$  максимальна.

Физические параметры  $E_{br}, T, w$ , отнесенные к критической точке  $c$ , запишем в виде

$$E_{br} = E_c, T = T_c, w = w_c.$$

Затем, действуя согласно алгоритму, принятому в теории катастроф [22], поставим в соответствие физической критической точке  $c$  математическую точку  $D_3$ . Тогда критические физические параметры  $E_c, T_c, w_c$  станут равносильными критическим параметрам функции катастрофы:

$$E_c \equiv E_D, T_c \equiv T_D, w_c \equiv w_D.$$



Теперь можно обратиться к соотношениям (4) и привести физические величины  $E_{br}$ ,  $T$  и  $w$  к безразмерному виду:

$$F_{br} = (E_{br}/E_D) - 1; \Theta = (T/T_D) - 1; A_w = (w/w_D) - 1, \quad (5)$$

где  $F_{br}$  – безразмерная напряженность электрического поля при пробое (математическая переменная состояния);  $\Theta$  – безразмерная температура (первый математический управляющий параметр);  $A_w$  – безразмерная величина, пропорциональная скорости возрастания средней напряженности поля (второй математический управляющий параметр).

Далее, полагая  $x = F_{br}$ ,  $A_1 = a_T \Theta$  и  $A_2 = A_w$ , из уравнения (3) получим выражение для функции катастрофы сборки, отражающее влияние температуры на пробивную напряженность полимерных диэлектриков:

$$\Phi(F_{br}; A_w, \Theta) = \frac{1}{4} F_{br}^4 + \frac{1}{2} A_w F_{br}^2 + a_T \Theta F_{br}, \quad (6)$$

где  $a_T$  – коэффициент изменения масштаба по шкале температур.

В основе анализа функций катастроф лежит исследование особенностей их поведения в окрестности критических точек при изменении управляющих параметров [22 – 24]. Положение критических точек находят путем решения уравнений вида

$$\partial^n \Phi / \partial x^n = 0,$$

где  $n$  – степень производной,  $n \in [1, k + 1]$  ( $k$  – число управляющих параметров).

Тогда, учитывая, что в случае катастрофы сборки  $k = 2$ , запишем уравнения, определяющие положение критических точек ее функции:

$$\partial \Phi / \partial F_{br} = F_{br}^3 + A_w F_{br} + a_T \Theta = 0; \quad (7)$$

$$\partial^2 \Phi / \partial F_{br}^2 = 3F_{br}^2 + A_w = 0; \quad (8)$$

$$\partial^3 \Phi / \partial F_{br}^3 = 6F_{br} = 0. \quad (9)$$

Невырожденные критические точки (точки минимума и максимума), в которых равна нулю только первая производная от функции  $\Phi$  по переменной  $F_{br}$ , удовлетворяют уравнению (7). В дважды вырожденных критических точках (точках перегиба функции  $\Phi$ ) одновременно выполняются равенства (7) и (8). Тривжды вырожденная критическая точка  $D_3$ , в которой, как было указано выше, первые три производные функции  $\Phi$  обращаются в нуль, удовлетворяет условиям (7) – (9).

### Геометрия катастрофы сборки

Геометрическое место критических точек, отвечающих уравнению (7), в трехмерном пространстве  $F_{br}, A_w, \Theta$  образует равновесную поверхность катастрофы сборки (рис. 2), которая состоит из верхнего и нижнего листов с расположенной между ними складкой.

Границы складки на поверхности катастрофы сборки образованы скрученной кубической (далее бифуркационной) кривой  $\beta$ , задаваемой параметрическим соотношением

$$(F_{br}, A_w, \Theta) = (F_{br}, -3F_{br}^2, 2F_{br}^3/a_T). \quad (10)$$

Проекция бифуркационной кривой  $\beta$  на плоскость  $A_w, \Theta$  управляющих параметров представляет собой фигуру в виде клина с острием в точке сборки  $D_3$  (см. рис. 2, а). Положение точек этой проекции определяется следующим уравнением, вытекающим из уравнений (7), (8):

$$27(a_T \Theta)^2 + 4A_w^3 = 0. \quad (11)$$

Уравнение (11) устанавливает взаимосвязь между значениями  $A_w$  и  $\Theta$ , параметризующими функции  $\Phi$  с дважды вырожденными критическими точками.

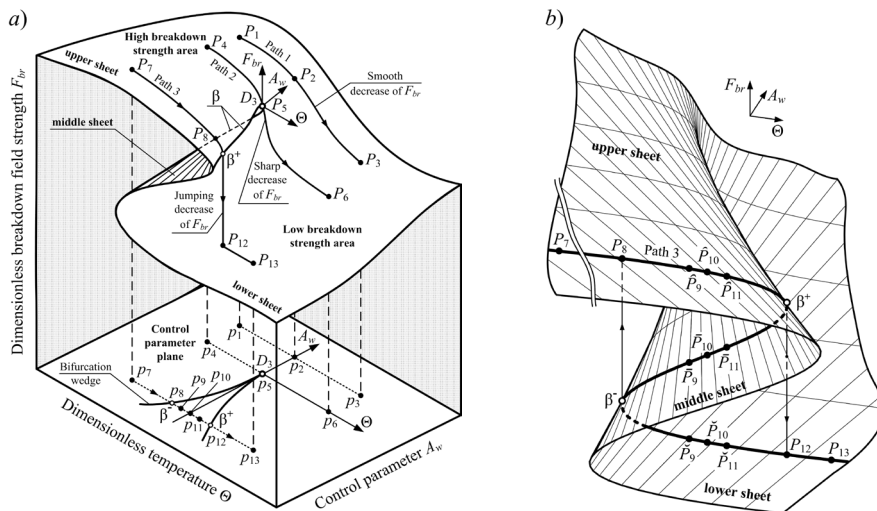


Рис. 2. Геометрия катастрофы сборки: *a* – поверхность функции катастрофы  $\Phi(F_{br}, A_w, \Theta)$ ; *b* – область складки на этой поверхности.

Верхний и нижний листы поверхности характеризуют устойчивые состояния диэлектрика с высокой и низкой напряженностью пробивного поля, а средний лист – множество неустойчивых состояний функции  $\Phi$ , не имеющее места в действительности;  $P_i, p_i$  – точки, лежащие в направлении путей 1 – 3 на поверхности сборки и в плоскости управляющих параметров;  $l$  – номер точки;  $\beta^-, \beta^+$  – точки левой и правой ветвей бифуркационной кривой  $\beta$ , в которых осуществляется переход соответственно на верхний и нижний листы поверхности сборки;  $D_3$  – точка сборки

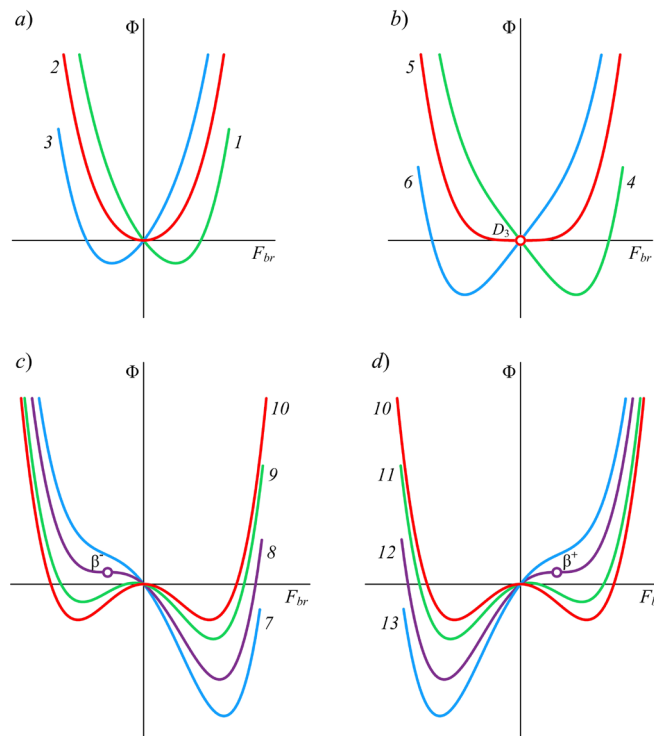


Рис. 3. Профили функции катастрофы сборки  $\Phi$  для различных значений управляющих параметров. Номера профилей соответствуют номерам  $l$  характерных точек равновесной поверхности сборки.

Минимумы и максимумы функции  $\Phi$  определяют устойчивые и неустойчивые состояния равновесия системы;  $\beta^-, \beta^+$  – дважды вырожденные критические точки (точки перегиба функции  $\Phi$ ), отвечающие левой и правой границам бифуркационной кривой (см. рис. 2);  $D_3$  – трижды вырожденная критическая точка (точка сборки)

Отдельные характерные точки поверхности сборки и проекции этих точек на плоскость  $A_w \Theta$  обозначены на рис. 2 соответственно через  $P_l$  и  $p_l$ , где  $l$  – порядковый номер точки.

Профили  $\Phi(F_{br})$ , отражающие качественное поведение функции  $\Phi(F_{br}; A_w, \Theta)$  в этих точках, изображены на рис. 3; номера профилей, обозначенные курсивом, идентичны номерам точек  $P_l$  и  $p_l$ .

На профилях *1* – *4*, *6*, *7* и *13* функций  $\Phi$ , параметризуемых точками  $p_l$ , расположенными снаружи бифуркационного клина, присутствует лишь одна критическая точка – точка минимума. Профили *9* – *11*, построенные для точек  $p_l$ , размещенных внутри этого клина, имеют три экстремума: два минимума и расположенный между ними максимум. Профили *8* и *12*, отвечающие точкам левой ( $p_8$ ) и правой ( $p_{12}$ ) ветвей клина, обладают двумя критическими точками: точкой минимума и дважды вырожденной точкой перегиба. Профилю *5*, характеризующему функцию  $\Phi$  с трижды вырожденной критической точкой, принадлежит только пологий (вырожденный) минимум, находящийся в начале координат.

Наличие складки на поверхности сборки приводит к тому, что каждой точке  $p_l$ , лежащей на плоскости  $A_w \Theta$  внутри бифуркационного клина, в пространстве  $F_{br} A_w \Theta$  соответствуют три точки (см. рис. 2, *b*):

точка  $\hat{P}_l^j$  верхнего листа, образованного правосторонними минимумами функции  $\Phi$ ;

точка  $\hat{P}_l^j$  среднего листа, сформированного максимумами функции  $\Phi$ ;

точка  $\hat{P}_l^j$  нижнего листа, образованного левосторонними минимумами функции  $\Phi$ .

Точки минимума на профилях  $\Phi(F_{br})$  (рис. 3) отвечают устойчивым состояниям равновесия, а точки максимума и перегиба – неустойчивым. В силу этого значения переменной состояния  $F_{br}$  в точках верхнего и нижнего листов поверхности сборки формируют множество устойчивых состояний диэлектрика, а значения  $F_{br}$  в точках среднего листа – множество неустойчивых состояний. При этом верхнему листу поверхности сборки отвечают состояния диэлектрика с высокой пробивной напряженностью  $F_{br}$ , а нижнему листу – с низкой величиной  $F_{br}$ ; неустойчивые состояния среднего листа этой поверхности не имеют места в действительности.

Каждая из точек, образующих поверхность сборки, характеризует определенное состояние диэлектрика при строго заданных значениях управляющих параметров  $A_w$  и  $\Theta$ . Переходы между этими состояниями, сопровождаемые изменением пробивной напряженности  $F_{br}$  диэлектрика, осуществляются посредством варьирования  $A_w$  и  $\Theta$ . В настоящей работе мы сосредоточимся на исследовании влияния температуры  $\Theta$  на величину  $F_{br}$ .

С этой целью рассмотрим три характерных направления (пути 1 – 3 на рис. 2), по которым может происходить изменение напряженности  $F_{br}$  при одинаковом изменении температуры  $\Theta$  и разных фиксированных значениях безразмерного параметра скорости  $A_w$ .

*Путь 1.*  $A_{w(1)} = \text{const} > 0$ ,  $\Theta$  возрастает.

Плавное повышение температуры диэлектрика, соответствующее переходу от точки  $p_1$  к точке  $p_3$  в плоскости  $A_w \Theta$ , приводит к плавному уменьшению пробивной напряженности  $F_{br}$ , эквивалентному непрерывному переходу из точки  $P_1$  на верхнем листе в точку  $P_3$  на нижнем листе поверхности сборки.

*Путь 2.*  $A_{w(2)} = \text{const} = 0$ ,  $\Theta$  возрастает.

Переход  $P_4 \rightarrow P_6$  с верхнего на нижний лист поверхности сборки, наблюдаемый при повышении температуры от точки  $p_4$  до точки  $p_6$ , также является непрерывным. Однако, поскольку  $A_{w(2)} < A_{w(1)}$ , переход  $P_4 \rightarrow P_6$  протекает более резко, чем переход  $P_1 \rightarrow P_3$  для пути 1, а следовательно, и пробивная напряженность диэлектрика снижается более стремительно при условии  $A_{w(2)} = 0$ , чем в случае  $A_{w(1)} > 0$ . Такой характер трансформации хода теоретической зависимости  $F_{br} = f(\Theta)$  при уменьшении безразмерного параметра  $A_w$  находится в согласии с упоминавшейся выше закономерностью [10] усиления пологости температурной зависимости пробивной напряженности полимеров при возрастании скорости  $w_E$ .

*Путь 3.*  $A_{w(3)} = \text{const} < 0$ ,  $\Theta$  возрастает.

Кривая, моделирующая поведение пробивной напряженности  $F_{br}$  при плавном увеличении температуры  $\Theta$  в направлении  $p_7 \rightarrow p_{13}$ , имеет три характерных участка: I, II и III (см. рис. 2, *a, b*).

I. Плавное снижение  $F_{br}$  вдоль верхнего листа поверхности сборки при переходе  $P_7 \rightarrow \beta^+$ , вызванном постепенным увеличением  $\Theta$  от точки  $p_7$  до точки  $p_{12} \equiv \beta^+$  в плоскости управления  $A_w \Theta$ .

II. Скачкообразное падение напряженности  $F_{br}$  при уходе с области складки в точке  $\beta^+$ , эквивалентное прыжку  $\beta^+ \rightarrow P_{12}$  с верхнего на нижний лист поверхности сборки.

III. Плавное снижение  $F_{br}$  вдоль нижнего листа поверхности сборки при переходе  $P_{12} \rightarrow P_{13}$ , вызванном равномерным повышением  $\Theta$  от точки  $p_{12}$  до точки  $p_{13}$  в плоскости управления  $A_w \Theta$ .

**Обращение путей 1 – 3.** Обращение путей 1 и 2 в плоскости  $A_w \Theta$  приводит к их обращению в пространстве  $F_{br} A_w \Theta$ . Благодаря этому увеличение  $F_{br}$  при обратных переходах  $P_3 \rightarrow P_1$  и  $P_6 \rightarrow P_4$  имеет зеркальный характер относительно снижения  $F_{br}$  в случае соответствующих прямых переходов  $P_1 \rightarrow P_3$  и  $P_4 \rightarrow P_6$ .

При обращении пути 3 в плоскости  $A_w \Theta$ , его обращения в пространстве  $F_{br} A_w \Theta$  не происходит вследствие гистерезиса переменной состояния  $F_{br}$  в области складки на поверхности сборки.

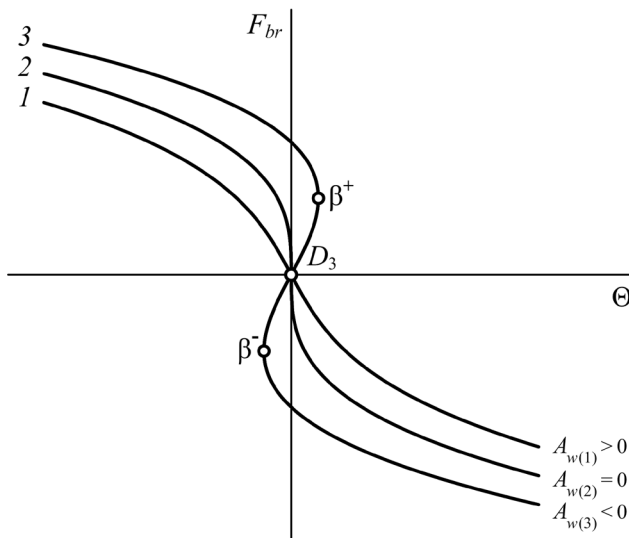


Рис. 4. Температурные зависимости безразмерной пробивной напряженности  $F_{br}$  для характерных значений управляющего параметра  $A_w$ .

Показаны кривые, моделирующие плавный (1), резкий (2) и скачкообразный (3) варианты снижения напряженности  $F_{br}$  при плавном повышении температуры  $\Theta$  в направлении путей 1, 2 и 3 (см. рис. 2)

$F_{br} = f(\Theta)$ , построенные для путей 1 – 3 по уравнению (7), представлены на рис. 4. Характер изменения кривых 1 – 3 на этом рисунке полностью согласуется с рассмотренными выше закономерностями поведения  $F_{br}$  при варьировании  $\Theta$ .

### Выражения для пробивной напряженности полимеров

Для получения зависимости  $E_{br} = f(T)$ , выраженной в размерных величинах, подставим соотношения (5) в уравнение (7) и после выполнения необходимых преобразований запишем искомое уравнение температурной зависимости пробивной напряженности полимерных диэлектриков:

$$E_{br} = E_D \left[ 1 - \sqrt[3]{a_T (T/T_D - 1) + A_w (E_{br}/E_D - 1)} \right]. \quad (12)$$

Совместное решение уравнений (7), (8) позволяет определить значения напряженности пробоя и температуры диэлектрика в точках бифуркационной кривой  $\beta$ :

$$F_{\beta}^{\mp} = \mp (-A_w/3)^{1/2}; \quad \Theta_{\beta}^{\mp} = \mp \frac{2(-A_w/3)^{3/2}}{a_T}, \quad (13)$$

где знаки минус и плюс отвечают левой и правой границам  $\beta$ , лежащим на нижнем и верхнем листах поверхности катастрофы сборки.

Наличие гистерезиса вытекает из принципа максимального промедления [22, 23], согласно которому скачкообразное изменение переменной состояния происходит только при покидании области складки.

Действительно, в отличие от прямого пути  $7 \rightarrow 13$ , на котором вход и выход из области складки осуществляется в точках  $P_8$  и  $\beta^+$ , при движении в обратном направлении  $13 \rightarrow 7$  система входит в область складки в точке  $P_{12}$ , а покидает ее в точке  $\beta^-$  (см. рис. 2, б). Поэтому перемещение от точки  $p_{13}$  к точке  $p_8 \equiv \beta^-$  на плоскости  $A_w \Theta$  вызывает плавное повышение пробивной напряженности, а скачкообразный подъем  $F_{br}$ , эквивалентный прыжку с нижнего на верхний лист поверхности сборки, происходит в момент перехода через точку  $\beta^-$ . Дальнейшее равномерное уменьшение  $\Theta$  после прыжка  $\beta^- \rightarrow P_8$  снова приводит к плавному увеличению  $F_{br}$ .

Температурные зависимости безразмерной пробивной напряженности

Учитывая, что, согласно пересчетным соотношениям (4), безразмерные параметры  $F_{\beta}^{\mp}$  и  $\Theta_{\beta}^{\mp}$  представимы в виде

$$F_{\beta}^{\mp} = (E_{\beta}^{\mp}/E_D) - 1; \Theta_{\beta}^{\mp} = (T_{\beta}^{\mp}/T_D) - 1, \quad (14)$$

из выражений (5), (13) и (14) найдем размерные значения этих параметров:

$$E_{\beta}^{\mp} = E_D \left( 1 \mp \sqrt{\frac{1-w/w_D}{3}} \right); \quad (15)$$

$$T_{\beta}^{\mp} = T_D \left\{ 1 \mp \frac{2[(1-w/w_D)/3]^{3/2}}{a_T} \right\}. \quad (16)$$

### Обсуждение результатов

**Сравнение теории с экспериментом.** Выполним проверку применимости уравнения (12) для описания температурного поведения пробивной напряженности полимеров. С этой целью воспользуемся экспериментальными данными по исследованию зависимостей  $E_{br} = f(T)$  для ПЭТФ [10], ППА [11] и ПБД [12]. Параметры уравнения (12), найденные при обработке опытных кривых  $E_{br} = f(T)$  в температурном интервале  $[T'; T'']$  ( $T'$  и  $T''$  – нижняя и верхняя границы интервала), представлены в табл. 1. Также здесь приведены значения температуры стеклования  $T_g$  и плотности энергии когезии  $e_{coh}$  указанных полимеров [12, 32, 33].

Параметры  $E_{\beta}^{\mp}$  и  $T_{\beta}^{\mp}$  в точках  $\beta^-$  и  $\beta^+$ , определяющих границы области резкого падения пробивной напряженности, можно найти только для случая  $A_w < 0$ . Среди исследуемых полимеров этому условию отвечает ПБД с  $A_w = -0,147 < 0$ . Тогда, используя формулы (15) и (16), вычислим значения граничных параметров  $T_{\beta}^{\mp}$  и  $E_{\beta}^{\mp}$  для ПБД:

$$T_{\beta}^{-} = 176 \text{ К}, T_{\beta}^{+} = 197 \text{ К}, E_{\beta}^{-} = 362 \text{ МВ/м}, E_{\beta}^{+} = 569 \text{ МВ/м}.$$

В качестве примера на рис. 5 представлены графики зависимости пробивной напряженности от температуры для полиэтилентерефталата (кривая 1) и атактического полипропилена (кривая 2). Видно, что сплошные кривые 1 и 2, построенные по уравнению (12), хорошо ложатся на обозначенные символами экспериментальные данные [10, 11].

Таблица 1

**Значения экспериментальных параметров для трех полимерных диэлектриков**

Полимер	$[T'; T'']$ , К	Значение параметра уравнения (12)				$T_g$ , К	$e_{coh}$ , МДж/м <sup>3</sup>
		$a_T$	$A_w$	$E_D$ , МВ/м	$T_D$ , К		
ПЭТФ	[295; 383]	0,057	0,022	536	334	340 [32]	396 [33]
ППА	[205; 327]	2,364	0,156	411	260	262 [32]	282 [33]
ПБД	[164; 296]	0,392	-0,147	466	187	180 [12]	284 [33]

Обозначения:  $T_g$  – температура стеклования,  $e_{coh}$  – плотность энергии когезии. Примечание. Параметры уравнения (12) найдены при обработке опытных кривых  $E_{br} = f(T)$  в температурном интервале  $[T'; T'']$ .

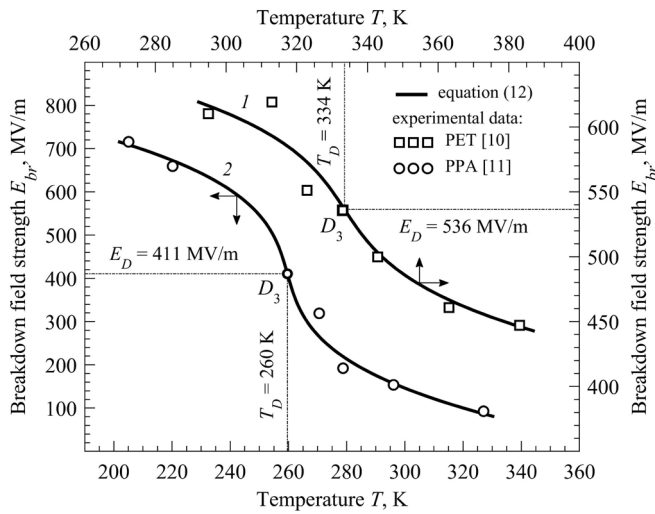


Рис. 5. Сравнение экспериментальных (символы) и теоретических (линии) температурных зависимостей пробивной напряженности ПЭТФ (РЕТ) (кривая 1) и ППА (РРА) (кривая 2);  $E_D$ ,  $T_D$  – значения напряженности пробоя и температуры в характеристической точке  $D_3$

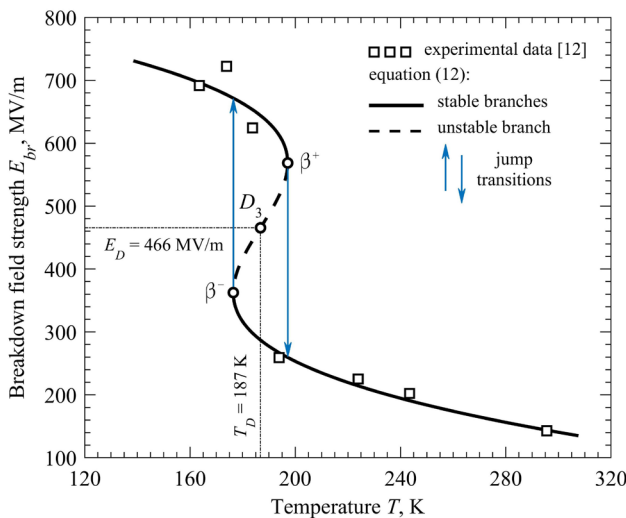


Рис. 6. Графики экспериментальной [12] (символы) и аппроксимирующей (линии) температурных зависимостей пробивной напряженности ПБД. Аппроксимирующая кривая включает стабильные и неустойчивую ветви (сплошные и пунктирная линии). Вертикальными стрелками показаны гипотетические скачкообразные переходы между состояниями ПБД с высокой и низкой напряженностью пробивного поля;  $E_D$ ,  $T_D$  – значения напряженности и температуры в характеристической точке  $D_3$

Здесь важно подчеркнуть, что большинство экспериментальных кривых  $E_{br} = f(T)$ , приводимых в публикациях по исследованию электропрочностных характеристик полимеров, отвечают случаю  $A_w \geq 0$ , т. е. имеют плавный либо резкий ход, подобный ходу модельных кривых 1 и 2 на рис. 4. Вместе с тем крайне резкое уменьшение  $E_{br}$  полибутадиена, обнаруженное авторами [12] вблизи температуры его стеклования  $T_g = 180$  К, было достаточно приемлемо описано нами при помощи модельной зависимости, соответствующей

Вид зависимостей 1 и 2 является типичным для случая  $A_w > 0$ , когда плавное повышение температуры вызывает плавное снижение значения пробивной напряженности, причем максимальная скорость этого снижения ожидаемо достигается при характеристической температуре  $T_D$ .

Пробивная напряженность  $E_{br}$  полибутадиена (рис. 6) плавно снижается в интервале от 194 до 296 К, а в окрестности критической температуры  $T_D = 187$  К небольшое повышение  $T$  приводит к резкому снижению  $E_{br}$ . Действительно, при небольшой ширине переходной области

$$\Delta_T = T_\beta^+ - T_\beta^- = 21 \text{ К}$$

скачкообразное падение напряженности  $E_{br}$ , прогнозируемое теорией катастроф, составляет для полибутадиена величину

$$\Delta_E = E_\beta^+ - E_\beta^- = 207 \text{ МВ/м.}$$

Кривая  $E_{br} = f(T)$ , моделирующая температурное поведение пробивной напряженности ПБД, состоит из трех ветвей. Верхняя и нижняя ветви (сплошные линии на рис. 6) характеризуют устойчивые состояния диэлектрика с высокой и низкой пробивной напряженностью, соответственно. Средняя ветвь (штриховая линия) отвечает неустойчивым состояниям диэлектрика, которые не имеют места в действительности, поскольку повышение  $T$  на этой ветви предполагает рост  $E_{br}$ , что идет вразрез с реальным изменением напряженности пробоя ПБД. Вертикальные линии со стрелками на рис. 6 обозначают гипотетические скачкообразные переходы между состояниями ПБД с высоким и низким значениями величины  $E_{br}$ . Выполненные построения свидетельствуют о достаточно хорошей корреляции экспериментальных точек [12] и теоретической кривой, удовлетворяющей уравнению (12).



щей условию  $A_w < 0$  и аналогичной кривой 3 на рис. 4. Это позволяет предполагать, что скачкообразное изменение пробивной напряженности при  $A_w < 0$ , вытекающее из анализа зависимости  $E_{br} = f(T)$  с позиций теории катастроф, вероятно, не лишено смысла и в применении к реальным полимерным диэлектрикам.

Быстрое снижение  $E_{br}$  полибутадиена при такой характерно низкой температуре стеклования ( $T_g \approx 180$  К) авторы статьи [12] объясняют высокой молекулярной подвижностью, присущей ПБД как типичному эластомеру с неполярной структурой. Косвенным подтверждением этой гипотезы, по-видимому, могут служить работы [2, 13], в которых отмечалось, что резкое падение пробивной напряженности в окрестности температуры стеклования  $T_g$  свойственно преимущественно аморфным неполярным полимерам, имеющим, как правило, низкое значение температуры стеклования [32, 33].

Заметим, что вопрос о возможном критическом (скачкообразном) характере поведения пробивной напряженности у реальных полимерных диэлектриков, несомненно, нуждается в дополнительном экспериментальном и теоретическом изучении, подразумевающим охват большого числа как аморфных, так и кристаллических полимеров. Кроме того, при объяснении закономерностей резкого изменения электропрочностных свойств полимерных диэлектриков с низкой температурой стеклования необходимо, помимо учета их структурных особенностей, на котором фокусировалось изложение статьи [12], также принимать во внимание и специфику электрического разрушения этих материалов при низких температурах.

Такой подход использован в работе [7], где было установлено, что при снижении температуры испытаний до 77 К обнаруживается чрезвычайно резкое усиление полевой зависимости долговечности пленок полиэтилентерефталата, а кинетический процесс их электрического разрушения приобретает черты критического явления. В свете этого обстоятельства не исключено, что вырождение температурной зависимости  $E_{br} = f(T)$  вблизи характеристической температуры  $T_D$  формально также может быть связано с переходом процесса электрического разрушения полимерного диэлектрика к критической стадии.

**Сопоставление характеристических температур  $T_D$  и  $T_g$ .** Вопрос о вероятной связи между температурой начала резкого падения пробивной напряженности и температурой стеклования полимерных диэлектриков ранее затрагивался в работах [1 – 3, 12, 13, 15, 19, 34]. Однако единого мнения о взаимосвязи кинетических процессов стеклования и электрического пробоя полимеров до сих пор не существует. Учитывая такую неопределенность, ниже обсудим степень влияния процессов размягчения (стеклования) ПЭТФ, ППА и ПБД на характер изменения их пробивной напряженности.

Рассмотрение кинетического процесса электрического разрушения с позиций ионизационной теории пробоя [9, 29, 30] позволяет заключить, что одной из причин, вызывающих быстрое возрастание предпробивного тока, является повышение уровня молекулярной подвижности в тех локальных областях полимера, где имеет место значительное усиление напряженности поля [9]. Рост молекулярной подвижности вследствие разрыва макромолекул приводит к изменению ориентации их фрагментов в сильном электрическом поле [9]. Ориентирующее действие поля вызывает резкий рост подвижности носителей заряда и, как следствие, стремительный рост тока в проводящем канале, который завершается пробоем полимера [9, 30].

В свою очередь, общеизвестно, что процесс размягчения полимеров неразрывно связан с размораживанием сегментальной подвижности макромолекул в окрестности температуры стеклования  $T_g$ . Активация сегментального движения по достижении  $T_g$  должна способствовать дополнительному вкладу в эффект быстрого повышения подвижности носителей заряда, возникающий при нахождении полимерного диэлектрика в сильном электрическом поле. Поэтому в свете сказанного вполне резонно предположить, что проведение электрических испытаний при температурах, недалеко отстоящих от  $T_g$ , по всей видимости, будет сопровождаться появлением качественных изменений в поведении температурных кривых электропрочностных свойств некоторых полимеров.

Близость значений  $T_D$  и  $T_g$  (см. табл. 1) указывает на высокую вероятность тесной связи процессов электрического разрушения ПЭТФ, ППА и ПБД с активацией явления размягчения этих полимеров. Значительные изменения в аморфной фазе кристаллического ПЭТФ и структуре аморфных ППА и ПБД, вызванные усилением сегментальной

подвижности вблизи температуры стеклования, скорее всего, и порождают факт наибольшей скорости снижения пробивной напряженности этих полимеров именно в области характеристических температурных точек  $T_D$  и  $T_g$ , сопоставимых по своим значениям.

Известно также (см., например, работы [32, 33, 35]), что структурные и морфологические особенности полимеров во многом определяют температуру их стеклования.

Выясним, какое влияние оказывают фазовое состояние и полярность полимера на значение пробивной напряженности  $E_D$  при температуре  $T_D$  в трижды вырожденной критической точке  $D_3$ .

Увеличение содержания кристаллической фазы в объеме полимерного материала способствует повышению жесткости и ограничению молекулярной подвижности его полимерной цепи [35]. Эта закономерность, по-видимому, может служить объяснением того, что напряженность  $E_D$  кристаллического полиэтилентерефталата заметно выше, чем  $E_D$  аморфных полипропилена и полибутадиена (см. табл. 1).

Полярность полимера определяет уровень свойственных ему межмолекулярных взаимодействий. Она зависит от числа полярных групп, входящих в состав структурного звена полимерной цепи, и обычно характеризуется величиной плотности энергии когезии  $e_{coh}$  [35]. При этом большим значениям  $e_{coh}$  отвечает более высокая степень полярности [35]. Из данных табл. 1 следует, что при переходе от неполярных ППА и ПБД к полярному ПЭТФ, наряду с ростом  $e_{coh}$ , повышается и величина напряженности  $E_D$ . Это согласуется с ранее отмечавшимся фактом существования корреляции между значениями пробивной напряженности и энергии когезии ряда полимеров, представляющей линейно-возрастающую функцию вида  $E_{br} = f(e_{coh})$  [1].

**Расчет коэффициента усиления электрического поля.** Наличие информации об экспериментальной температурной зависимости  $E_{br} = f(T)$  позволяет приближенно оценивать значения физических параметров, характеризующих кинетику процесса электрического разрушения полимеров [7, 10]. Одним из таких параметров служит коэффициент усиления поля  $q_\xi$ , равный отношению локальной напряженности электрического поля, действующего на макромолекулы, к средней напряженности поля, приложенного к образцу полимера [7, 10].

Соотношение для расчета  $q_\xi$  на основании опытных данных о температурной зависимости пробивной напряженности полимеров имеет следующий вид<sup>1</sup>:

$$q_\xi = \frac{k_B}{el_0 b} \ln \left( \frac{el_0 q_\xi t_0 w_E}{k_B T} \right), \quad (17)$$

где  $b$ , В/(м·К), – угловой коэффициент прямой  $E_{br} = a + bT$ , приближенно аппроксимирующей экспериментальную зависимость  $E_{br} = f(T)$ ;  $a$ , В/м, – начальная ордината этой прямой.

С помощью выражения (17) нами была выполнена количественная оценка коэффициента усиления  $q_\xi$  при характеристической температуре  $T_D$  для ПЭТФ и ППА. Экспериментальные кривые  $E_{br} = f(T)$  этих полимеров характеризуются плавным ходом и, следовательно, их можно приближенно описать линейной зависимостью. Полученные результаты указанной оценки представлены в табл. 2.

Параметры  $a$  и  $b$ , указанные в табл. 2, были взяты для ПЭТФ из статьи [10], а для ППА определены нами путем аппроксимации экспериментальных точек, полученных в работе [11], линейной функцией  $E_{br} = a + bT$  на температурном интервале  $[T'; T'']$  (см. табл. 1). Значения скорости  $w_E$ , использованные при расчете  $q_\xi$ , были взяты из статей [10, 11]; значения величин активационной длины  $l_0$  и периода колебаний атомов в молекулах полимера  $t_0$  были приняты следующими [7]:  $l_0 = 0,5 \text{ \AA}$ ,  $t_0 = 10^{-13} \text{ с}$ .

Результаты расчетов коэффициентов локального усиления электрического поля (см. табл. 2) находятся в хорошем согласии с известными литературными данными для полимерных диэлектриков [5, 7, 29, 30]:  $q_\xi \approx 3 - 22$ . Так, для ПЭТФ величина коэффициента усиления  $q_\xi = 23,5$ , найденная нами из анализа температурной зависимости  $E_{br} = f(T)$  [10],

<sup>1</sup> См.: Сударь Н. Т. Электрическое разрушение полимерных диэлектрических пленок в условиях подавления частичных разрядов: дисс. ... докт. физ.-мат. наук: 01.04.04: заш. 12.03.2009. СПб.: СПбГПУ, 2009. 302 с.

Таблица 2

**Результаты оценки коэффициента локального усиления  
электрического поля в полимерных диэлектриках  
и использованные значения их параметров**

Полимер	$a$ , МВ/м	$b$ , МВ/(м·К)	$w_E$ , МВ/(м·с)	$q_\xi$
ПЭТФ	1270 [10]	-2,19 [10]	27,0 [10]	23,5
ППА	1865	-5,67	13,7 [11]	9,5

оказалась сопоставимой со значением  $q_\xi = 20$ , рассчитанным по итогам измерения скоростной зависимости  $E_{br} = f(w_E)$  на идентичных образцах этого полимера (см. сноску 1).

### Заключение

С позиций теории катастроф получено уравнение (12), описывающее температурную зависимость пробивной напряженности полимерных диэлектриков в переходной области, характеризующейся наиболее резким падением напряженности электрического поля в момент пробоя. Найдены параметры уравнения (12) и построены температурные зависимости пробивной напряженности для полиэтилентерефталата, атактического полипропилена и полибутадиена. Для последних установлено хорошее согласие между опубликованными экспериментальными данными и температурными кривыми пробивной напряженности, построенными по уравнению (12).

Проанализирована поверхность функции катастрофы сборки, задаваемая уравнением (7) и отражающая общие закономерности изменения пробивной напряженности диэлектрика в переходной области при варьировании температуры и безразмерного параметра, пропорционального скорости возрастания средней напряженности электрического поля.

Проведено сравнение значений характеристической температуры стеклования  $T_g$  и значений температуры в трижды вырожденной критической точке  $T_D$  для полимеров ПЭТФ, ППА и ПБД, которое позволило спрогнозировать наличие связи между кинетическими процессами стеклования и электрического разрушения этих полимеров.

Полученные в статье результаты можно использовать для объяснения экспериментальных данных, относящихся к поведению напряженности пробоя полимерных диэлектриков в условиях изменения температуры окружающей среды.

В дальнейшем предполагается исследовать влияние особенностей химического строения аморфных и кристаллических полимерных диэлектриков на их пробивную напряженность при характеристической температуре  $T_D$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сажин Б. И., Лобанов А. М., Романовская О. С. Электрические свойства полимеров. 3-е изд. Л.: Химия, 1986. 224 с.
2. Dissado L. A., Fothergill J. C. Electrical degradation and breakdown in polymers (IEE Materials and Devices. Book Series. Vol. 9). London, UK: Peter Peregrinus Ltd., 1992. 601 p.
3. Ушаков В. Я. Изоляция установок высокого напряжения. М.: Энергоатомиздат, 1994. 496 с.
4. Pakhotin V. A., Semenov S. E., Sudar N. T. Increasing the lifetime of polymer dielectrics in an AC field by using phosphorescent dopants: Theoretical justifications and numerical simulation // Journal of Applied Physics. 2025. Vol. 137. No. 21. P. 214104.
5. Закревский В. А., Пахотин В. А., Сударь Н. Т. Долговечность полимеров в переменном электрическом поле // Журнал технической физики. 2020. Т. 90. № 2. С. 251–256.
6. Tumusova A. N., Kapralova V. M., Sudar N. T. Impulse and DC breakdown strength of polypropylene thin film // Physics of Complex Systems. 2020. Vol. 1. No. 2. Pp. 56–60.

7. **Бережанский В. Б., Городов В. В., Закревский В. А., Чубраева Л. И.** Исследование электрического старения полимеров в жидком азоте // Известия Академии наук. Энергетика. 1994. № 5. С. 142–150.
8. **Павлов А. А., Борисова М. Э., Камалов А. М., Диденко А. Л.** Электрофизические свойства полиимидных материалов и композитов на их основе // Глобальная энергия. 2025. Т. 31. № 1. С. 122–135.
9. **Закревский В. А., Кузьмин С. В., Сударь Н. Т.** Электрические свойства и электрическое разрушение тонких пленок недопированного полианилина // Высокомолекулярные соединения. Серия А. 2008. Т. 50. № 4. С. 635–643.
10. **Сударь Н. Т.** Влияние температуры на пробивную напряженность полимеров в постоянном электрическом поле // Труды СПбГТУ. 2008. № 507. С. 275–279.
11. **Artbauer J., Griač J.** The intrinsic electric strength of polymers and its relation to the structure. Part I: Experimental // Acta Technica ČSAV. 1966. Vol. 11. No. 3. Pp. 416–428.
12. **Sabuni H., Nelson J. K.** The electric strength of copolymers // Journal of Materials Science. 1977. Vol. 12. No. 12. Pp. 2435–2440.
13. **Ieda M.** Dielectric breakdown process of polymers // IEEE Transactions on Electrical Insulation. 1980. Vol. EI-15. No. 3. Pp. 206–224.
14. **Шуваев В. П., Сажин Б. И.** О возможном механизме электротеплового пробоя полимерных диэлектриков на постоянном токе // Высокомолекулярные соединения. Серия Б. Краткие сообщения. 1985. Т. 27. № 6. С. 446–449.
15. **Wu C., Chen L., Deshmukh A., et al.** Dielectric polymers tolerant to electric field and temperature extremes: integration of phenomenology, informatics, and experimental validation // ACS Applied Materials & Interfaces. 2021. Vol. 13. No. 45. Pp. 53416–53424.
16. **Zhang Q., Chen X., Zhang B., et al.** High-temperature polymers with record-high breakdown strength enabled by rationally designed chain-packing behavior in blends // Matter. 2021. Vol. 4. No. 7. Pp. 2448–2459.
17. **Yoshimura N., Nishida M., Noto F.** Dielectric breakdown of polyethersulfone (PES) film under DC voltage conditions // IEEE Transactions on Electrical Insulation. 1982. Vol. EI-17. No. 4. Pp. 359–362.
18. **Hikita M., Nagao M., Sawa G., Ieda M.** Dielectric breakdown and electrical conduction of poly(vinylidene-fluoride) in high temperature region // Journal of Physics D: Applied Physics. 1980. Vol. 13. No. 4. Pp. 661–666.
19. **Семенов С. Е.** Влияние температуры на импульсную электрическую прочность полимерных пленок // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2024. Т. 17. № 2. С. 141–149.
20. **Борисова М. Э., Марченко М. С.** Электрическая прочность пленок полиимида // Электротехника. 1998. № 5. С. 4–6.
21. **Artbauer J.** Electric strength of polymers // Journal of Physics D: Applied Physics. 1996. Vol. 29. No 2. Pp. 446–456.
22. **Гилмор Р.** Прикладная теория катастроф. В 2-х кн. Пер. с англ. М.: Мир, 1984. Кн. 1. – 350 с. Кн. 2. – 285 с.
23. **Постон Т., Стюарт И.** Теория катастроф и ее приложения. Пер. с англ. М.: Мир, 1980. 608 с.
24. **Zeeman E. C.** Catastrophe theory: Selected papers, 1972–1977. Oxford, England: Addison-Wesley, 1977. 675 p.
25. **Рудской А. И., Баурова Н. И.** Технологическая наследственность при производстве и эксплуатации конструкционных материалов // Технология металлов. 2019. № 2. С. 2–10.
26. **Емельянов О. А.** Электротепловая неустойчивость полярного полимерного диэлектрика за областью температуры стеклования // Письма в Журнал технической физики. 2001. Т. 27. № 16. С. 32–39.
27. **Thete A., Geelen D., van der Molen S. J., Tromp R. M.** Charge catastrophe and dielectric breakdown during exposure of organic thin films to low-energy electron radiation // Physical Review Letters. 2017. Vol. 119. No. 26. P. 266803.
28. **Сканави Г. И.** Физика диэлектриков (область сильных полей). М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958. 907 с.

29. **Закревский В. А., Слуцкер А. И.** Возможные механизмы распада макромолекул в механическом и электрическом полях // Высокомолекулярные соединения. Серия А. 1984. Т. 26. № 6. С. 1201–1206.
30. **Закревский В. А., Сударь Н. Т.** Ионизационный механизм электрического разрушения (пробоя) полимерных диэлектрических пленок // Физика твердого тела. 2013. Т. 55. № 7. С. 1298–1303.
31. **Киселевич В. В.** Электрическая долговечность полимеров с точки зрения теории катастроф // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 2. С. 93–108.
32. **Бартнев Г. М., Бартнева А. Г.** Релаксационные свойства полимеров. М.: Химия, 1992. 384 с.
33. **Ван Кревелен Д. В.** Свойства и химическое строение полимеров. Пер. с англ. М.: Химия, 1976. 416 с.
34. **Ju T., Treufeld I., Wolak M., et al.** Effect of glass transition temperature on enhanced dielectric breakdown strength and lifetime of multilayer polymer films // ACS Applied Materials & Interfaces. 2024. Vol. 16. No. 1. Pp. 795–806.
35. **Нильсен Л. Е.** Механические свойства полимеров и полимерных композиций. Пер. с англ. М.: Химия, 1978. 312 с.

#### REFERENCES

1. **Sazhin B. I., Lobanov A. M., Romanovskaya O. S.**, Elektricheskiye svoystva polimerov [Electrical properties of polymers], 3th edition, Khimiya Publishing, Leningrad, 1986 (in Russian).
2. **Dissado L. A., Fothergill J. C.**, Electrical degradation and breakdown in polymers (IEE Materials and Devices, Book Ser., Vol. 9), Peter Peregrinus Ltd., London, UK, 1992.
3. **Ushakov V. Y.**, Insulation of high-voltage equipment, Springer, Berlin–Heidelberg, 2004.
4. **Pakhotin V. A., Semenov S. E., Sudar N. T.**, Increasing the lifetime of polymer dielectrics in an AC field by using phosphorescent dopants: Theoretical justifications and numerical simulation, J. Appl. Phys. 137 (21) (2025) 214104.
5. **Zakrevskii V. A., Pakhotin V. A., Sudar' N. T.**, Lifetime of polymers in AC electric field, Tech. Phys. 65 (2) (2020) 238–242.
6. **Tumusova A. N., Kapralova V. M., Sudar N. T.**, Impulse and DC breakdown strength of polypropylene thin film, Physics of Complex Systems. 1 (2) (2020) 56–60.
7. **Berezhanskiy V. B., Gorodov V. V., Zakrevskiy V. A., Chubrayeva L. I.**, Issledovaniye elektricheskogo stareniya polimerov v zhidkom azote [Study of electrical aging of polymers in liquid nitrogen], Izvestiya Akademii Nauk. Energetika [Thermal Engineering]. 5 (1994) 142–150 (in Russian).
8. **Pavlov A. A., Borisova M. E., Kamalov A. M., Didenko A. L.**, Electrophysical properties of polyimide materials and polyimide-based composites, Global Energy. 31 (1) (2025) 122–135 (in Russian).
9. **Zakrevskii V. A., Kuz'min S. V., Sudar' N. T.**, Electrical properties and electrical failure of thin films of undoped polyaniline, Polym. Sci. Ser. A. 50 (4) (2008) 411–416.
10. **Sudar' N. T.**, Vliyaniye temperatury na probivnuyu napryazhennost polimerov v postoyannom elektricheskom pole [Influence of temperature on breakdown strength polymers in the direct current], Trudy SPbGTU [Proceedings of St. Petersburg State Technical University]. 507 (2008) 275–279 (in Russian).
11. **Arthbauer J., Griač J.**, The intrinsic electric strength of polymers and its relation to the structure. Part I: Experimental, Acta Tech. ČSAV. 11 (3) (1966) 416–428.
12. **Sabuni H., Nelson J. K.**, The electric strength of copolymers, J. Mater. Sci. 12 (12) (1977) 2435–2440.
13. **Ieda M.**, Dielectric breakdown process of polymers, IEEE Trans. Electr. Insul. EI-15 (3) (1980) 206–224.
14. **Shuvayev V. P., Sazhin B. I.**, O vozmozhnom mekhanizme elektroteplovogo proboya polimernykh dielektrikov na postoyannom toke [On a possible mechanism of electrothermal breakdown of polymer dielectrics on direct current], Vysokomol. Soedin. Ser. B [Polym. Sci. U.S.S.R. Ser. B]. 27 (6) (1985) 446–449 (in Russian).

15. **Wu C., Chen L., Deshmukh A., et al.**, Dielectric polymers tolerant to electric field and temperature extremes: integration of phenomenology, informatics, and experimental validation, *ACS Appl. Mater. Interfaces*. 13 (45) (2021) 53416–53424.
16. **Zhang Q., Chen X., Zhang B., et al.**, High-temperature polymers with record-high breakdown strength enabled by rationally designed chain-packing behavior in blends, *Matter*. 4 (7) (2021) 2448–2459.
17. **Yoshimura N., Nishida M., Noto F.**, Dielectric breakdown of polyethersulfone (PES) film under DC voltage conditions, *IEEE Trans. Electr. Insul.* EI-17 (4) (1982) 359–362.
18. **Hikita M., Nagao M., Sawa G., Ieda M.**, Dielectric breakdown and electrical conduction of poly(vinylidene-fluoride) in high temperature region, *J. Phys. D: Appl. Phys.* 13 (4) (1980) 661–666.
19. **Semenov S. E.**, The temperature effect on impulse dielectric strength of polymer films, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics*. 17 (2) (2024) 141–149 (in Russian).
20. **Borisova M. E., Marchenko M. S.**, Electric strength of polyimide films, *Russ. Electr. Engin.* 5 (1998) 4–6 (in Russian).
21. **Artbauer J.**, Electric strength of polymers, *J. Phys. D: Appl. Phys.* 29 (2) (1996) 446–456.
22. **Gilmore R.**, *Catastrophe theory for scientists and engineers*, Dover Publications, New York, 1993.
23. **Poston T., Stewart I.**, *Catastrophe theory and its applications*, Pitman, London, 1978.
24. **Zeeman E. C.**, *Catastrophe theory: Selected papers, 1972–1977*, Addison-Wesley, Oxford, England, 1977.
25. **Rudskoi A. I., Baurova N. I.**, Technological heredity during the production and operation of structural materials, *Russ. Metall.* 2019 (13) (2019) 1378–1383.
26. **Emel'yanov O. A.**, Electrothermal instability of a polar polymer dielectric above the glass transition temperature, *Tech. Phys. Lett.* 27 (8) (2001) 679–682.
27. **Thete A., Geelen D., van der Molen S. J., Tromp R. M.**, Charge catastrophe and dielectric breakdown during exposure of organic thin films to low-energy electron radiation, *Phys. Rev. Lett.* 119 (26) (2017) 266803.
28. **Skanavi G. I.**, *Fizika dielektrikov (oblast' sil'nykh polei) [Physics of dielectrics: Strong fields domain]*, GIFML Publishing, Moscow, 1958 (in Russian).
29. **Zakrevskii V. A., Slutsker A. I.**, Possible mechanisms of degradation of macromolecules in mechanical and electrical fields, *Polym. Sci. U.S.S.R.* 26 (6) (1984) 1341–1348.
30. **Zakrevskii V. A., Sudar' N. T.**, Ionization mechanism of the electrical degradation (breakdown) of polymer dielectric films, *Phys. Solid State*. 55 (7) (2013) 1395–1400.
31. **Kiselevich V. V.**, An electrical lifetime of polymers in terms of the catastrophe theory, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics*. 18 (2) (2025) 93–108 (in Russian).
32. **Bartenev G. M., Barteneva A. G.**, *Relaxation properties of polymers*, Khimiya Publishing, Moscow, 1992 (in Russian).
33. **Van Krevelen D. W., Te Nijenhuis K.**, *Properties of polymers: their correlation with chemical structure; their numerical estimation and prediction from additive group contributions*, 4th edition, Elsevier, Amsterdam, 2009.
34. **Ju T., Treufeld I., Wolak M., et al.**, Effect of glass transition temperature on enhanced dielectric breakdown strength and lifetime of multilayer polymer films, *ACS Appl. Mater. Interfaces*. 16 (1) (2024) 795–806.
35. **Nielsen L. E., Landel R. F.**, *Mechanical properties of polymers and composites*, 2nd edition, CRC Press, Boca Raton, FL, 1993.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

**КИСЕЛЕВИЧ Валентин Владимирович** – старший преподаватель кафедры «Промышленная теплоэнергетика и экология» Гомельского государственного технического университета имени П. О. Сухого, г. Гомель, Республика Беларусь.

246029, Республика Беларусь, г. Гомель, пр. Октября, 48

valentinkis@list.ru

ORCID: 0000-0003-0542-0939

### THE AUTHOR

**KISELEVICH Valentin V.**

*Gomel State Technical University named after P. O. Sukhoi*

48 October Ave., Gomel, 246029, Republic of Belarus

valentinkis@list.ru

ORCID: 0000-0003-0542-0939

*Статья поступила в редакцию 30.09.2025. Одобрена после рецензирования 01.11.2025.  
Принята 01.11.2025.*

*Received 30.09.2025. Approved after reviewing 01.11.2025. Accepted 01.11.2025.*