

Физическая электроника

Научная статья

УДК 535.34

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18408>

ВЛИЯНИЕ РАЗОГРЕВА И ДРЕЙФА ЭЛЕКТРОНОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ НА ПОГЛОЩЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ ТЕРАГЕРЦОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ЭЛЕКТРОННОМ АНТИМОНИДЕ ИНДИЯ

Д. А. Караулов, М. Я. Винниченко , В. А. Шалыгин, Д. А. Фирсов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Россия

 mvin@spbstu.ru

Аннотация. На основе решения уравнения Френеля и кинетического уравнения Больцмана проведен расчет спектров показателя преломления и коэффициента поглощения терагерцового излучения ($\lambda = 70 - 500 \mu\text{m}$) в электронном антимониде индия $n\text{-InSb}$ в электрическом поле напряженностью до 200 В/см. В качестве неравновесной стационарной функции распределения электронов по состояниям использовалось распределение Ферми – Дирака, смещенное в пространстве скоростей. Показано, что изменение оптических характеристик в электрическом поле связано с разогревом и дрейфом свободных электронов. Анизотропия функции распределения электронов по состояниям в импульсном пространстве, возникающая в электрическом поле, приводит к анизотропии преломления и поглощения; изменения показателя преломления и коэффициента поглощения различны для излучения, поляризованного параллельно направлению поля и перпендикулярно ему. Выраженность этого эффекта позволяет его использовать для малоинерционной модуляции излучения терагерцового диапазона спектра.

Ключевые слова: анизотропия функции распределения, разогрев электронов, дрейф электронов, поляризация излучения, InSb

Финансирование: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 23-12-00036), <https://rscf.ru/project/23-12-00036/>.

Для цитирования: Караулов Д. А., Винниченко М. Я., Шалыгин В. А., Фирсов Д. А. Влияние разогрева и дрейфа электронов в электрическом поле на поглощение и преломление терагерцового излучения в электронном антимониде индия // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 4. С. 114–126. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18408>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18408>

THE EFFECT OF HEATING AND DRIFT OF ELECTRONS IN AN ELECTRIC FIELD ON THE ABSORPTION AND REFRACTION OF TERAHERTZ RADIATION IN ELECTRONIC INDIUM ANTIMONIDE

D. A. Karaulov, M. Ya. Vinnichenko , V. A. Shalygin, D. A. Firsov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

 mvin@spbstu.ru

Abstract. The calculation of the refractive index (RI) and absorption coefficient (AC) spectra has been performed for terahertz radiation ($\lambda = 70 - 500 \mu\text{m}$) in electronic indium



antimonide n -InSb placed in an electric field of up to 200 V/cm. It was done on the basis of solving the Fresnel equation and the Boltzmann kinetic one. The Fermi – Dirac distribution shifted in velocity space was used as a nonequilibrium stationary electron distribution function over states. Changes in optical characteristics obtained in an electric field were shown to be due to the heating and drift of free electrons. Anisotropy of the electron distribution function over states in the momentum space, arising in the electric field, involved the anisotropy of RI and AC. These changes differed for radiation polarized parallel and perpendicular to the field direction. This effect can be used for high-speed modulation of terahertz radiation because it is clearly pronounced.

Keywords: distribution function anisotropy, electron heating, electron drift, radiation absorption, radiation refraction, polarization of radiation, InSb

Funding: The reported study was funded by Russian Science Foundation (Grant No. 23-12-00036), <https://rscf.ru/project/23-12-00036/>.

For citation: Karaulov D. A., Vinnichenko M. Ya., Shalygin V. A., Firsov D. A., The effect of heating and drift of electrons in an electric field on the absorption and refraction of terahertz radiation in electronic indium antimonide, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (4) (2025) 114–126. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18408>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Электрическое поле способно существенно влиять на оптические характеристики полупроводников и полупроводниковых наноструктур. Основное количество публикаций по электрооптическим исследованиям посвящено влиянию электрического поля на явления, обусловленные связанными электронами. Хорошо известны фазовые электрооптические модуляторы на основе эффекта Поккельса в таких кристаллах без центра инверсии, как арсенид галлия GaAs, теллуриды кадмия и цинка (CdTe, ZnTe), а также на основе эффекта Керра, который может наблюдаться также в центросимметричных материалах, например, в жидкостях и перовскитах [1]. Эти эффекты приводят к изменению показателя преломления полупроводника, связанного с кристаллической решеткой. Возможно также изменение коэффициента поглощения и амплитудная модуляция излучения в электрическом поле на основе эффекта Франца – Келдыша в объемных полупроводниках [2] и квантоворазмерного эффекта Штарка в структурах с пониженной размерностью [3, 4].

В отдельную группу электрооптических эффектов следует выделить явления, связанные с разогревом и дрейфом свободных носителей заряда в электрическом поле. Для отклонения системы свободных электронов от состояния равновесия требуются существенно меньшие электрические поля, чем для электронов, связанных с ионным остовом. Изотропное изменение функции распределения электронов по состояниям в импульсном пространстве в электрическом поле (разогрев электронов) приводит к модуляции показателя преломления и коэффициента поглощения на свободных электронах, не зависящей от поляризации излучения.

Анизотропия функции распределения, связанная с дрейфом электронов в электрическом поле, приводит к анизотропии оптических параметров, а именно – модуляции показателя преломления и коэффициента поглощения различаются для света, поляризованного вдоль и поперек приложенного поля. Влияние эффектов разогрева и дрейфа свободных электронов в электрическом поле особенно существенно в полупроводниках с высокой подвижностью электронов, классическим примером которых служит электронный антимонид индия n -InSb.

В работе [5] была экспериментально определена зависимость показателя преломления n -InSb от электрического поля для излучения с линейной поляризацией вдоль поля и перпендикулярно полю. Эксперименты проводились на длине волны излучения CO₂-лазера ($\lambda = 10,6$ мкм), где поглощение на свободных электронах пренебрежимо мало. Авторы обнаружили анизотропию показателя преломления, индуцированную разогревом и

дрейфом электронов. Интерпретация полученных результатов была проведена с помощью теоретической модели, использующей для неравновесной функции распределения электронов приближение смещенного распределения Максвелла – Больцмана.

В последние годы стремительно развиваются оптоэлектроника и фотоника терагерцового спектрального диапазона. В связи с этим возбуждается интерес к исследованию анизотропии комплексной диэлектрической проницаемости антимонида индия, обусловленной дрейфом горячих электронов, в терагерцовой области спектра. Для этого спектрального диапазона существенным является поглощение излучения ансамблем неравновесных электронов, и можно ожидать, что в дополнение к анизотропии показателя преломления, индуцированной разогревом электронов, появится новый эффект – анизотропия коэффициента поглощения.

Антимонид индия выбран в качестве модельного материала, поскольку для этого полупроводника достаточно надежно определена зонная структура и подробно исследованы оптические свойства, что позволяет проводить достоверное теоретическое моделирование, дающее возможность количественного сопоставления его результатов с экспериментальными данными.

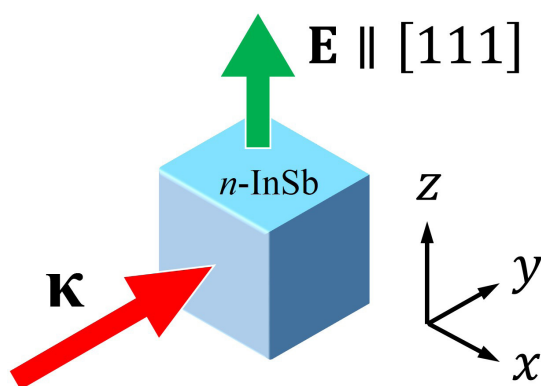
В настоящей работе приводятся результаты теоретического расчета анизотропного показателя преломления и анизотропного коэффициента поглощения излучения терагерцового спектрального диапазона (длины волн 70 – 500 мкм) в электронном антимониде индия в электрическом поле; расчет выполнен с помощью кинетического уравнения Больцмана.

В результате получены количественные характеристики эффектов анизотропии показателя преломления и коэффициента поглощения излучения, возникающих в электрическом поле. Для моделирования использована неравновесная функция распределения электронов в приближении смещенного распределения Ферми – Дирака, которое более корректно для высоких уровней легирования, чем распределение Максвелла – Больцмана, взятое в работе [5].

Расчет показателя преломления и коэффициента экстинкции

Рассмотрим взаимодействие электромагнитного излучения, характеризуемого волновым вектором \mathbf{k} , с кристаллом электронного антимонида индия $n\text{-InSb}$ в условиях приложения электрического поля E , в соответствии со схемой, приведенной на рис. 1. Направим электрическое поле вдоль кристаллографического направления с высокой симметрией, например $[111]$, и введем систему декартовых координат.

Для описания оптических свойств образца введем тензор диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}$, включающий вклад связанных электронов и решетки $\hat{\epsilon}_L$ и вклад свободных электронов, выраженный через тензор высокочастотной проводимости $\hat{\sigma}$:



$$\hat{\epsilon}(\omega) = \hat{\epsilon}_L + \frac{4\pi i}{\omega} \hat{\sigma}, \quad (1)$$

где ω – частота электромагнитного излучения.

Отметим, что относительно невысокое значение напряженности электрического поля, рассматриваемое в настоящей работе ($E \approx 100 - 200$ В/см), не влияет на оптические характеристики InSb, определяемые связанными электронами, и в области энергий фотонов $\hbar\omega < \epsilon_g$ тензор $\hat{\epsilon}_L$ сводится к скаляру [6]:

$$\epsilon_L = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_0 - \epsilon_\infty}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{TO}}\right)^2 - i \frac{\omega \gamma_{TO}}{\omega_{TO}^2}}, \quad (2)$$

Рис. 1. Схема распространения излучения с волновым вектором \mathbf{k} в образце антимонида индия $n\text{-InSb}$, помещенном во внешнее электрическое поле E



где ε_g – ширина запрещенной зоны InSb; $\varepsilon_0, \varepsilon_\infty$ – статическая и высокочастотная величины диэлектрической проницаемости; ω_{TO} – частота длинноволнового поперечного оптического фонона; γ_{TO} – константа затухания, связанная с временем жизни ТО-фонона τ_{TO} соотношением $\gamma_{\text{TO}} = 1/\tau_{\text{TO}}$.

Тензор высокочастотной проводимости связывает электрическое поле световой волны \mathbf{E}_ω и индуцированный ею электрический ток свободных электронов \mathbf{J}_ω :

$$J_{\omega i} = \sigma_{ij} E_{\omega j}, \quad i, j = x, y, z. \quad (3)$$

Внешнее постоянное электрическое поле E превращает антимонид индия в одноосный кристалл с оптической осью, направленной вдоль поля (в нашем случае вдоль оси z). Следовательно, тензор $\hat{\sigma}$ можно привести к диагональному виду:

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} \neq \sigma_{zz}$.

Это справедливо для случая отсутствия внешнего магнитного поля [7].

Преобразование уравнений Максвелла с учетом равенств (1) – (3) приводит к волновому уравнению:

$$\nabla^2 \mathbf{E}_\omega = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(4\pi \hat{\sigma} \mathbf{E}_\omega + \varepsilon_L \frac{\partial \mathbf{E}_\omega}{\partial t} \right). \quad (5)$$

Решение этого уравнения ищется в виде плоской волны:

$$\mathbf{E}_\omega(r, t) = (E_\omega \mathbf{e}_\omega) \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)], \quad (6)$$

где \mathbf{e}_ω – единичный вектор поляризации.

Волновой вектор \mathbf{k} является в общем виде комплексным, в связи с чем удобно ввести комплексный показатель преломления \tilde{n} :

$$\mathbf{k} = (\omega/c) \tilde{n} \mathbf{s}, \quad (7)$$

где \mathbf{s} – единичный вектор в направлении распространения волны, а

$$\tilde{n} = n + ik_e. \quad (8)$$

Вещественная часть комплексного показателя преломления n отвечает за фазовую скорость волны c/n , а мнимая часть k_e (коэффициент экстинкции) входит в выражение для коэффициента поглощения α :

$$\alpha = 2\omega \cdot k_e / c. \quad (9)$$

Подстановка выражения (6) в волновое уравнение (5) приводит к следующей системе уравнений:

$$\sum_j \left(\tilde{n}^2 \delta_{ij} - \tilde{n}^2 s_i s_j - i \frac{4\pi}{\omega} \sigma_{ij} - \varepsilon_L \delta_{ij} \right) E_{\omega j}, \quad i, j = x, y, z. \quad (10)$$

Эта однородная система уравнений имеет нетривиальное решение $(E_{\omega x}, E_{\omega y}, E_{\omega z})$ только при условии равенства нулю ее определителя:

$$\det \left(\tilde{n}^2 \delta_{ij} - \tilde{n}^2 s_i s_j - i \frac{4\pi}{\omega} \sigma_{ij} - \varepsilon_L \delta_{ij} \right) = 0. \quad (11)$$

Уравнение (11) относительно \tilde{n}^2 называется уравнением Френеля. Для используемой конфигурации эксперимента (см. рис. 1) уравнение Френеля имеет вид

$$\begin{vmatrix} \tilde{n}^2 - i\frac{4\pi}{\omega}\sigma_{xx} - \varepsilon_L & 0 & 0 \\ 0 & -i\frac{4\pi}{\omega}\sigma_{yy} - \varepsilon_L & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{n}^2 - i\frac{4\pi}{\omega}\sigma_{zz} - \varepsilon_L \end{vmatrix} = 0. \quad (12)$$

Уравнение (12) имеет два несовпадающих решения для \tilde{n}^2 . Легко показать, что они соответствуют решениям системы (10), имеющим два направления поляризации волны: параллельное и перпендикулярное приложенному электрическому полю, причем их можно выразить через компоненты тензора диэлектрической проницаемости:

$$\mathbf{e}_\omega \parallel OZ \parallel \mathbf{E}: \tilde{n}_\parallel^2 = (n_\parallel + ik_{e\parallel})^2 = \varepsilon_L + \frac{4\pi i\sigma_{zz}}{\omega} = \varepsilon_{zz} \quad (13)$$

$$\mathbf{e}_\omega \perp OZ: \tilde{n}_\perp^2 = (n_\perp + ik_{e\perp})^2 = \varepsilon_L + \frac{4\pi i\sigma_{xx}}{\omega} = \varepsilon_{xx} \quad (14)$$

Согласно терминологии, принятой для анизотропных сред, волна с поляризацией $\mathbf{e}_\omega \perp \mathbf{E}$ является обыкновенной, а волна с поляризацией $\mathbf{e}_\omega \parallel \mathbf{E}$ — необыкновенной.

Выделив в соотношениях (13) и (14) вещественную и мнимую части, получаем системы уравнений для показателя преломления и коэффициента экстинкции волн двух направлений поляризации:

$$\begin{cases} n_\parallel^2 - k_{e\parallel}^2 = \text{Re } \varepsilon_{zz}, \\ 2n_\parallel k_{e\parallel} = \text{Im } \varepsilon_{zz}; \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} n_\perp^2 - k_{e\perp}^2 = \text{Re } \varepsilon_{xx}, \\ 2n_\perp k_{e\perp} = \text{Im } \varepsilon_{xx}. \end{cases} \quad (16)$$

Решения этих систем уравнений имеют следующий вид:

$$\begin{cases} n_\parallel = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{(\text{Im } \varepsilon_{zz})^2 + (\text{Re } \varepsilon_{zz})^2} + \text{Re } \varepsilon_{zz}}, \\ k_{e\parallel} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{(\text{Im } \varepsilon_{zz})^2 + (\text{Re } \varepsilon_{zz})^2} - \text{Re } \varepsilon_{zz}}; \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} n_\perp = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{(\text{Im } \varepsilon_{xx})^2 + (\text{Re } \varepsilon_{xx})^2} + \text{Re } \varepsilon_{xx}}, \\ k_{e\perp} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{(\text{Im } \varepsilon_{xx})^2 + (\text{Re } \varepsilon_{xx})^2} - \text{Re } \varepsilon_{xx}}. \end{cases} \quad (18)$$

Если выполняется условие $\sigma_{zz} \neq \sigma_{xx}$, то возникает анизотропия оптических параметров: $n_\parallel \neq n_\perp, k_{e\parallel} \neq k_{e\perp}$.

Микроскопический расчет оптических характеристик в электрическом поле

Для того чтобы выяснить, как электрическое поле влияет на поглощение и преломление излучения в антимониде индия, следует найти компоненты тензора высокочастотной проводимости σ_{zz} и σ_{xx} (см. формулы (13) и (14)). Распространенным подходом к определению оптических свойств кристалла, связанных со свободными электронами, является использование модели Друде [8]. Однако в этой модели трудно учесть анизотропное распределение электронов по состояниям в импульсном пространстве в электрическом поле и непараболический закон дисперсии, что необходимо для описания разогрева и дрейфа



свободных носителей заряда, индуцированных постоянным электрическим полем, которые актуальны для рассматриваемой задачи.

В настоящей работе для определения компонент тензора высокочастотной проводимости используется решение кинетического уравнения Больцмана для электронов, помещенных в постоянное электрическое поле \mathbf{E} , вызывающее разогрев и дрейф электронов, и в высокочастотное электрическое поле волны электромагнитного излучения $\mathbf{E}_\omega = \exp(i\omega t)$. В приближении времени релаксации уравнение для функции распределения электронов по состояниям $f(\mathbf{k}, t)$ имеет вид [9]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{e}{\hbar}(\mathbf{E} + \mathbf{E}_\omega e^{i\omega t}) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{k}} + \frac{f - f_0}{\tau}, \quad (19)$$

где τ – время релаксации импульса (для упрощения полагаем его не зависящим от волнового вектора электрона \mathbf{k}), $f_0(\mathbf{k})$ – равновесная функция распределения Ферми – Дирака.

Решение уравнения (19) ищется в виде суммы стационарного (неравновесного!) члена и высокочастотной добавки:

$$f(\mathbf{k}, t) = f_s(\mathbf{k}) + f_\omega(\mathbf{k})e^{i\omega t}. \quad (20)$$

Если принять, что межэлектронное взаимодействие является достаточно сильным, то допустимо представить стационарную функцию распределения электронов по состояниям в постоянном электрическом поле в виде распределения Ферми – Дирака $f_s(\mathbf{k})$, сдвинутого в пространстве скоростей [10]. Параметрами этой функции являются электронная температура T_e , не равная температуре решетки T_0 , и дрейфовая скорость \mathbf{v}_{dr} :

$$f_s(\mathbf{k}) = \frac{1}{\exp\left[\frac{\varepsilon(\mathbf{k}) - \hbar \mathbf{k} \mathbf{v}_{dr} - \varepsilon_F}{k_B T_e}\right] + 1}. \quad (21)$$

Здесь $\varepsilon(\mathbf{k})$ – закон дисперсии энергии электронов, ε_F – энергия Ферми, k_B – постоянная Больцмана.

Будем использовать изотропный кейновский закон дисперсии [11], который является хорошим приближением для антимонида индия:

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \frac{\varepsilon_g}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{2\hbar^2 k^2}{m_e^0 \varepsilon_g}} - 1 \right], \quad (22)$$

где m_e^0 – эффективная масса электронов на дне зоны проводимости.

Если подставить выражение (20) в уравнение (19), то можно найти член $f_\omega(\mathbf{k})$, определяющий нестационарную часть функции распределения:

$$f_\omega(\mathbf{k}) = \frac{ie\mathbf{E}_\omega}{\hbar\left(\omega + \frac{i}{\tau}\right)} \frac{\partial f_s(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}}. \quad (23)$$

Электрический ток свободных электронов \mathbf{J}_ω , индуцированный излучением, связан с высокочастотной частью функции распределения следующим образом:

$$\mathbf{J}_\omega = -e \int \mathbf{v} f_\omega(\mathbf{k}) \frac{2d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} = e \int \frac{1}{\hbar} \frac{d\varepsilon}{d\mathbf{k}} f_\omega(\mathbf{k}) \frac{2d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}, \quad (24)$$

где скорость электрона $\mathbf{v} = (1/\hbar)(d\varepsilon/d\mathbf{k})$.

Подставив выражение (23) в формулу (24), выполнив интегрирование по частям и сравнив результат с равенством (3), найдем компоненты тензора высокочастотной проводимости:

$$\sigma_{ii} = \frac{ie^2}{\left(\omega + \frac{i}{\tau}\right)} \int \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2\varepsilon}{dk_i^2} f_s(\mathbf{k}) \frac{2d\mathbf{k}}{(2\pi)^3}, \quad (25)$$

$$\sigma_{ij} = 0, \text{ если } i \neq j, i, j = x, y, z. \quad (26)$$

Полученные выражения для σ_{zz} и σ_{xx} можно использовать для расчета поведения показателя преломления n , коэффициента экстинкции k и коэффициента поглощения α в электрическом поле для двух направлений поляризации излучения в соответствии с выражениями (13) – (18) и (9).

Результаты моделирования и их обсуждение

Для моделирования анизотропии показателя преломления, индуцированной электрическим полем, и коэффициента поглощения излучения был выбран антимонид индия n -типа с концентрацией электронов $N_e = 5,4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ и слабополевой подвижностью $\mu = 1,5 \cdot 10^5 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ (при температуре решетки $T_0 = 78 \text{ К}$). Для образцов из такого материала имеются экспериментальные данные по зависимостям электронной температуры и дрейфовой скорости от электрического поля [5, 9], что облегчило процедуру моделирования.

В расчетах были использованы известные параметры зонного спектра антимонида индия InSb: $m_e^0 = 0,014m_0$, $\epsilon(78 \text{ К}) = 0,234 \text{ эВ}$ [12] и дисперсии диэлектрической проницаемости фононов: $\epsilon_0 = 17,88$, $\epsilon_\infty = 15,68$, $\hbar\omega_{\text{ТО}} = 22,69 \text{ мэВ}$, $\tau_{\text{ТО}} = 4,1 \cdot 10^{-12} \text{ с}$ [13].

Расчеты изменений показателя преломления и коэффициента поглощения излучения антимонида индия, индуцированных электрическим полем, были выполнены для температуры решетки $T_0 = 78 \text{ К}$. Для проведения вычислений необходима информация о параметрах неравновесной функции распределения в электрическом поле: ее температурной зависимости, дрейфовой скорости и положения уровня Ферми электронов, входящих в выражение (21) для функции распределения $f_s(\mathbf{k})$, а также от приложенного электрического поля. Для нахождения электронной температуры $T_e(E)$ были использованы экспериментальные результаты из статьи [5]. В этой работе были исследованы зависимости изменения показателя преломления n -InSb от величины приложенного электрического поля для длины волны излучения $10,6 \text{ мкм}$. Из сравнения полученных экспериментальных данных с результатами расчетов была определена зависимость разогрева электронного газа $\Delta T_e = T_e - T_0$ от электрического поля для температуры решетки, близкой к температуре кипения жидкого азота 77 К . Зависимость $\Delta T_e(E)$, полученная в результате сглаживания кривых, состоящих из экспериментальных точек, приведена на рис. 2.

Согласно результатам работы [9], для рассматриваемого материала полевая зависимость дрейфовой скорости близка к линейной в области электрических полей менее 200 В/см и может быть рассчитана как $v_{dr} \approx \mu E$, где μ – слабополевая подвижность.

Положение уровня Ферми меняется с электрическим полем. Значение ϵ_F для заданного электрического поля определялось путем нормировки стационарной функции распределения $f_s(\mathbf{k})$ на концентрацию электронов N_e , которая в области допобойных полей остается неизменной. Рассчитанная зависимость $\epsilon_F(E)$ приведена вставке рис. 2.

Удобным источником излучения для исследования влияния электрического поля на оптические характеристики материалов в терагерцовом спектральном диапазоне служат газовые лазеры непрерывного действия с оптической накачкой излучением другого лазера – на углекислом газе CO_2 , например, лазер FIRL-100 фирмы “Edinburgh Instruments” (Великобритания) [14]. Одна из наиболее интенсивных линий излучения этого

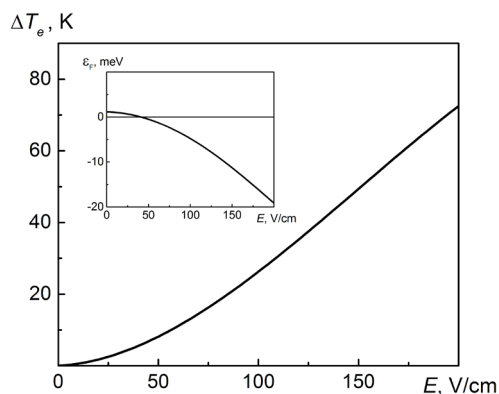


Рис. 2. Зависимость уровня разогрева электронного газа в n -InSb от напряженности приложенного электрического поля. Температура решетки $T_0 = 78 \text{ К}$, концентрация электронов $N_e = 5,4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$.

На вставке: полевая зависимость положения уровня Ферми относительно дна зоны проводимости



лазера — линия с длиной волны $\lambda = 118,8$ мкм. В связи с этим были выполнены расчеты показателя преломления и коэффициента поглощения антимонида индия в электрическом поле для излучения с этой длиной волны.

Постоянное электрическое поле, направленное вдоль оси z , определяет цилиндрическую симметрию задачи, в связи с этим интегрирование в формуле (25) удобно проводить в цилиндрической системе координат (k_ρ, k_z, φ) . Связь декартовых координат с цилиндрическими выглядит следующим образом:

$$k_x = k_\rho \cos \varphi, k_y = k_\rho \sin \varphi, k_z = k_z. \quad (27)$$

Обратные соотношения:

$$k_\rho = \sqrt{k_y^2 + k_x^2}, \varphi = \arctg\left(\frac{k_y}{k_x}\right). \quad (28)$$

В цилиндрических координатах закон дисперсии (22) и неравновесная функция распределения (21) и запишутся следующим образом:

$$\varepsilon(k_\rho, k_z) = \frac{\varepsilon_g}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{2\hbar^2(k_\rho^2 + k_z^2)}{m_e^0 \varepsilon_g}} - 1 \right], \quad (29)$$

$$f_s(k_\rho, k_z) = \frac{1}{\exp\left[\frac{\varepsilon(k_\rho, k_z) - \hbar k_z v_{dr} - \varepsilon_F}{k_B T_e}\right] + 1}. \quad (30)$$

В результате интегралы, определяющие компоненты тензора высокочастотной проводимости (25), имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \varepsilon(k_\rho, k_z)}{\partial k_z^2} f_s(k_\rho, k_z) \frac{2d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} &= \int \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \varepsilon(k_\rho, k_z)}{\partial k_z^2} f_s(k_\rho, k_z) \frac{2k_\rho dk_\rho d\varphi dk_z}{(2\pi)^3} = \\ &= 2\pi \int \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \varepsilon(k_\rho, k_z)}{\partial k_z^2} f_s(k_\rho, k_z) \frac{2k_\rho dk_\rho dk_z}{(2\pi)^3}; \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \varepsilon(k_\rho, k_z)}{\partial k_x^2} f_s(k_\rho, k_z) \frac{2d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} &= \\ = \int \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon(k_\rho, k_z)}{\partial k_\rho^2} \cos^2 \varphi + \frac{1}{k_\rho} \frac{\partial \varepsilon(k_\rho, k_z)}{\partial k_\rho} \sin^2 \varphi \right) f_s(k_\rho, k_z) \frac{2k_\rho dk_\rho d\varphi dk_z}{(2\pi)^3} = \\ = \pi \int \frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 \varepsilon(k_\rho, k_z)}{\partial k_\rho^2} + \frac{1}{k_\rho} \frac{\partial \varepsilon(k_\rho, k_z)}{\partial k_\rho} \right) f_s(k_\rho, k_z) \frac{2k_\rho dk_\rho dk_z}{(2\pi)^3}. \end{aligned} \quad (32)$$

Интегралы (31) и (32) рассчитывались численно с использованием квадратурных формул Ньютона — Котса.

Результаты расчетов для обыкновенной ($\mathbf{e}_\omega \perp \mathbf{E}_\omega$) и необыкновенной ($\mathbf{e}_\omega \parallel \mathbf{E}_\omega$) волн представлены на рис. 3 и 4.

Физическую природу влияния электрического поля на оптические характеристики, связанные со свободными электронами, можно качественно пояснить следующим образом. Для непараболического закона дисперсии целесообразно ввести эффективную массу, зависящую от энергии электрона, следующим образом:

$$\frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_i^2} = \frac{1}{m_e(\varepsilon)}, \quad i = x, y, z. \quad (33)$$

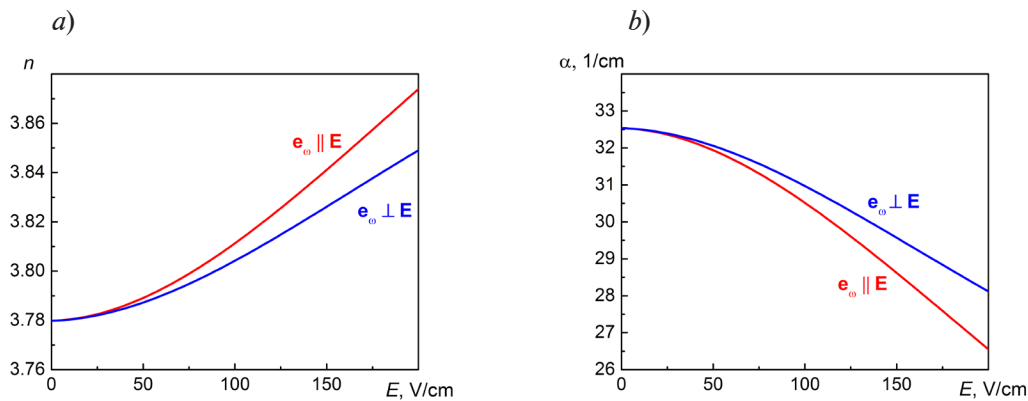


Рис. 3. Полевые зависимости показателя преломления (а) и коэффициента поглощения (b) для излучения двух взаимно ортогональных линейных поляризаций. Длина волны излучения $\lambda = 118,8$ мкм

С ростом энергии электрона эта эффективная масса увеличивается. Таким образом, интеграл в выражении (25) для компонент тензора $\hat{\sigma}$ представляет собой обратную эффективную массу, усредненную по всему ансамблю электронов с учетом неравновесной функции распределения по состояниям $f_s(\mathbf{k})$. Разогрев электронов в поле повышает среднюю энергию электронов, что приводит к увеличению средней эффективной массы и к изотропному снижению значений компонент тензора $\hat{\sigma}$. В результате преломление и поглощение излучения, связанные со свободными электронами, ослабляются. Поскольку вклад свободных электронов в показатель преломления отрицателен, полный показатель преломления возрастает по мере увеличения поля (см. рис. 3, а).

Анизотропия неравновесной функции распределения $f_s(\mathbf{k})$ в импульсном пространстве, возникающая вследствие дрейфа и разогрева электронов, приводит к двум различным значениям средней обратной эффективной массы:

$$\frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_z^2} \text{ и } \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial k_x^2}.$$

Это проявляется в различии показателя преломления и коэффициента поглощения для двух ортогональных поляризаций излучения (см. рис. 3, а и b).

Более полное представление о влиянии электрического поля на оптические характеристики кристалла n -InSb можно получить, если проанализировать спектры показателя преломления и коэффициента поглощения, а также степени их анизотропии в электрическом поле. Рассчитанные спектральные зависимости приведены на рис. 4.

Интересной особенностью спектра анизотропии показателя преломления ($n_{||} - n_{\perp}$), индуцированной электрическим полем, является резкий максимум в области длин волн 250 – 270 мкм. Здесь же наблюдается отрицательный пик на спектральной зависимости анизотропии коэффициента поглощения ($\alpha_{||} - \alpha_{\perp}$). Очевидно, эти пики связаны с низкочастотной модой плазмон-фононного резонанса, который характерен для полярных полупроводников [6]. В отсутствие внешнего электрического поля плазменная частота ω_p определяется соотношением

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 N_e}{\varepsilon_{\infty}} \left\langle \frac{1}{m_e} \right\rangle, \quad (34)$$

где угловые скобки выражают усреднение обратной эффективной массы по равновесной функции распределения Ферми – Дирака.

Если $\omega_p \ll \omega_{TO}$ (что справедливо для рассматриваемого уровня легирования), то спектральное положение низкочастотной плазмон-фононной моды ω_- можно рассчитать по формуле [15]:

$$\omega_- \approx \omega_p \frac{\varepsilon_{\infty}}{\varepsilon_0}. \quad (35)$$

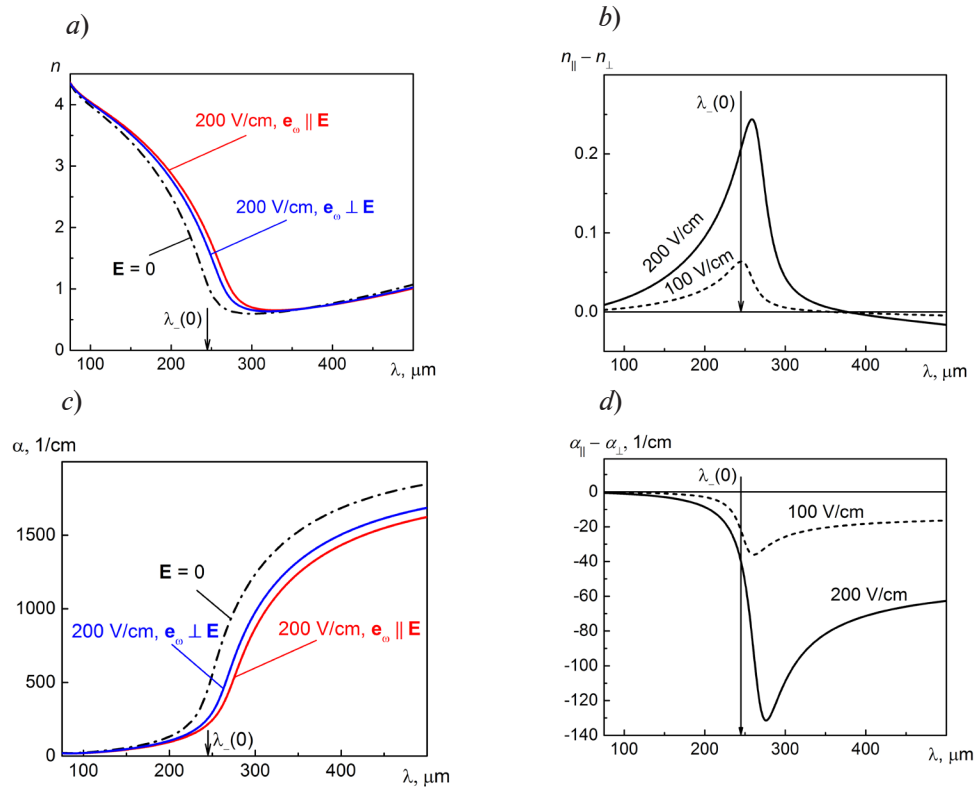


Рис. 4. Спектральные зависимости оптических параметров в равновесии ($E = 0$ В/см) и в электрических полях: a, b – спектры показателя преломления и величины его анизотропии, соответственно; c, d – спектры коэффициента поглощения и величины его анизотропии.

Вертикальные стрелки на рис. 4, b, d указывают длину волны низкочастотной плазмон-фононной моды при $E = 0$ В/см

При включении внешнего электрического поля величина $\langle 1/m_e \rangle$ увеличивается, а частоты ω_p и ω_- уменьшаются, что сопровождается длинноволновыми сдвигами спектральных кривых показателя преломления и коэффициента поглощения, причем эти сдвиги различаются для излучения, поляризованного параллельно и перпендикулярно полю (см. рис. 4, a и c). В отсутствие электрического поля спектральное положение низкочастотной плазмон-фононной моды на шкале длин волн ($\lambda_- = 2\pi c/\omega_-$) обозначено на этих рисунках как $\lambda_-(0)$. Заметим, что при заданном поле пики на спектрах анизотропии ($n_{||} - n_{\perp}$) и ($\alpha_{||} - \alpha_{\perp}$) наблюдаются в области нормальной дисперсии, при длинах волн, где крутизна спектральных кривых $n_{||}$ и $\alpha_{||}$ достигает максимума.

Анализ спектров коэффициента поглощения показывает, что квадратичная зависимость коэффициента поглощения от длины волны излучения, характерная для модели Друде, наблюдается на длинах волн менее λ_- , однако только в узком спектральном интервале (100 – 200 мкм). Для более коротких волн этот закон нарушается ввиду заметного вклада в поглощение «хвоста» однофононного резонанса (см. формулы (1) и (2)).

На рис. 3 были представлены результаты расчета полевых зависимостей показателя преломления и коэффициента поглощения n -InSb на длине волны 118,8 мкм для двух ортогональных поляризаций излучения. Анализ рис. 4 позволяет заключить, что целесообразнее проводить эксперимент на длинах волн 250 – 270 мкм, где эффект выражен гораздо ярче (с точки зрения поведения анизотропии показателя преломления и коэффициента поглощения).

Заключение

Выполнен модельный расчет показателя преломления и коэффициента поглощения излучения терагерцового спектрального диапазона ($\lambda = 70 - 500$ мкм) в электронном антимониде индия, помещенного в электрическое поле. Указанные оптические характеристики по-разному меняются в электрическом поле для излучения, поляризованного

параллельно и перпендикулярно полю. Этот эффект определяется совместным действием непараболичности зоны проводимости антимонида индия и анизотропии функции распределения электронов по состояниям в импульсном пространстве, связанной с разогревом и дрейфом электронов.

Показано, что электрическое поле, напряженность которого не превышает 200 В/см, вызывает заметное изменение оптических характеристик, что стоит использовать при разработке малоинерционных электрооптических модуляторов терагерцового излучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sinatkas G., Christopoulos T., Tsilipakos O., Kriezis E. E. Electro-optic modulation in integrated photonics // Journal of Applied Physics. 2021. Vol. 130. No. 1. P. 010901.
2. Oehme M., Schmid M., Kostecki K., et. al. The Franz – Keldysh effect in GeSn *p-i-n* diode // Applied Physics Letters. 2014. Vol. 104. No. 16. P. 161115.
3. Bastard G., Brum J. A., Ferreira R. Electronic states in semiconductor heterostructures (chapter) // H. Ehrenreich, D. Turnbull (Eds.) “Semiconductor heterostructures and nanostructures” (Book Series “Solid State Physics”, Vol. 44). Cambridge (USA): Academic Press, 1991. Pp. 229–415.
4. Подоскин А. А., Романович Д. Н., Шашкин И. С., Гаврина П. С., Соколова З. Н., Слипченко С. О., Пихтин Н. А. Модель управления конкуренцией замкнутых модовых структур в прямоугольных резонаторах большого размера на основе лазерных гетероструктур AlGaAs/InGaAs/GaAs // Физика и техника полупроводников. 2020. Т. 54. № 5. С. 484–489.
5. Воробьев Л. Е., Стафеев В. И., Фирсов Д. А. Влияние разогрева и дрейфа электронов на показатель преломления *n*-InSb с учетом межзонных переходов // Физика и техника полупроводников. 1984. Т. 18. № 3. С. 513–518.
6. Chandrasekhar H. R., Ramdas A. K. Nonparabolicity of the conduction band and the coupled plasmon-phonon modes in *n*-GaAs // Physical Review B. 1980. Vol. 21. No. 4. Pp. 1511–1525.
7. Агранович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. 2-е изд. М.: Наука, 1979. 432 с.
8. Ю П., Кардона М. Основы физики полупроводников. Пер. с англ. М.: Физматлит, 2002. 560 с.
9. Vorobev L. E., Komissarov V. S., Stafeev V. I. Faraday and Kerr effects of hot electrons in *n*-type InSb in the infrared (I) // Physica Status Solidi B. – Basic Solid State Physics. 1972. Vol. 52. No. 1. Pp. 25–37.
10. Hammar C., Veissclas P. Hot electron polar scattering in InSb // Physica Status Solidi B. – Basic Solid State Physics. 1967. Vol. 24. No. 2. Pp. 531–534.
11. Ансельм А. И. Введение в теорию полупроводников. СПб.: Лань, 2025. 480 с.
12. Littler C. L., Seiler D. G. Temperature dependence of the energy gap of InSb using nonlinear optical techniques // Applied Physics Letters. 1985. Vol. 46. No. 10. Pp. 986–988.
13. Оптические свойства полупроводников (Полупроводниковые соединения типа A^{III} B^V). Под ред. Р. Уиллардсона, А. Бира. Пер. с англ. М.: Мир, 1970. 488 с.
14. FIRL–Series–Datasheet: <https://edin.becdn.net/wp-content/uploads/2024/07/FIRL-Series-Datasheet.pdf> (Дата обращения: 14.10.2025).
15. Orlov E. Yu., Melentev G. A., Shalygin V. A., Suihkonen S. Bulk plasmon-phonon polaritons in *n*-GaN // Journal of Physics: Conference Series. 2017. Vol. 816. P. 012004.

REFERENCES

1. Sinatkas G., Christopoulos T., Tsilipakos O., Kriezis E. E., Electro-optic modulation in integrated photonics, J. Appl. Phys. 130 (1) (2021) 010901.
2. Oehme M., Schmid M., Kostecki K., et. al., The Franz – Keldysh effect in GeSn *p-i-n* diode, Appl. Phys. Lett. 104 (16) (2014) 161115.
3. Bastard G., Brum J. A., Ferreira R. Electronic states in semiconductor heterostructures (chapter), In book: H. Ehrenreich, D. Turnbull (Eds.) “Semiconductor heterostructures and nanostructures” (Book Ser. “Solid State Physics”, Vol. 44), Academic Press, Cambridge (USA) (1991) 229–415.



4. Podoskin A. A., Romanovich D. N., Shashkin I. S., et al., Switching control model of closed-mode structures in large rectangular cavities based on AlGaAs/InGaAs/GaAs laser heterostructures, *Semiconduct.* 54 (5) (2020) 581–586.
5. Vorob'ev L. E., Stafeev V. I., Firsov D. A., Effect of heating and drift of electrons on refractive index of n -type InSb taking into account interband transitions, *Fizika i Tekhnika Poluprovodnikov.* 18 (3) (1984), 513–518 (in Russian).
6. Chandrasekhar H. R., Ramdas A. K., Nonparabolicity of the conduction band and the coupled plasmon-phonon modes in n -GaAs, *Phys. Rev. B.* 21 (4) (1980) 1511–1525.
7. Agranovich V. M., Ginsburg V. L., *Crystal optics with spatial dispersion and excitons*, Springer-Verlag, Berlin, 1984.
8. Yu P. Y., Cardona M., *Fundamentals of semiconductors. Physics and materials properties*, 4-th edition, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2010.
9. Vorobev L. E., Komissarov V. S., Stafeev V. I., Faraday and Kerr effects of hot electrons in n -type InSb in the infrared (I), *Phys. Status Solidi B.* 52 (1) (1972) 25–37.
10. Hammar C., Veissclas P., Hot electron polar scattering in InSb, *Phys. Status Solidi B.* 24 (2) (1967) 531–534.
11. Anselm A. I., *Introduction to semiconductor theory*, Mir Publishing, Moscow, 2015.
12. Littler C. L., Seiler D. G., Temperature dependence of the energy gap of InSb using nonlinear optical techniques, *Appl. Phys. Lett.* 46 (10) (1985) 986–988.
13. Willardson R. K., Beer A. C., *Semiconductors and semimetals. Optical properties of III–V compounds*, Academic Press, New-York and London, 1967.
14. FIRL-Series-Datasheet: <https://edin.becdn.net/wp-content/uploads/2024/07/FIRL-Series-Datasheet.pdf> (Date of access is 14.10.2025).
15. Orlov E. Yu., Melentev G. A., Shalygin V. A., Suihkonen S., Bulk plasmon-phonon polaritons in n -GaN, *J. Phys. Conf. Ser.* 816 (2017) 012004.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

КАРАУЛОВ Данила Андреевич — ассистент Высшей инженерно-физической школы Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

donil793@yandex.ru

ORCID: 0009-0002-1608-3659

ВИННИЧЕНКО Максим Яковлевич — кандидат физико-математических наук, доцент Высшей инженерно-физической школы Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

mvin@spbstu.ru

ORCID: 0000-0002-6118-0098

ШАЛЫГИН Вадим Александрович — доктор физико-математических наук, профессор Высшей инженерно-физической школы Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

vadim_shalygin@mail.ru

ORCID: 0000-0001-6728-7286

ФИРСОВ Дмитрий Анатольевич — доктор физико-математических наук, профессор Высшей инженерно-физической школы Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

dmfir@rphf.spbstu.ru

ORCID: 0000-0003-3947-4994

THE AUTHORS

KARAULOV Danila A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
donil793@yandex.ru
ORCID: 0009-0002-1608-3659

VINNICHENKO Maxim Ya.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
mvin@spbstu.ru
ORCID: 0000-0002-6118-0098

SHALYGIN Vadim A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
vadim_shalygin@mail.ru
ORCID: 0000-0001-6728-7286

FIRSOV Dmitry A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
dmfir@rphf.spbstu.ru
ORCID: 0000-0003-3947-4994

*Статья поступила в редакцию 15.10.2025. Одобрена после рецензирования 27.10.2025.
Принята 27.10.2025.*

Received 15.10.2025. Approved after reviewing 27.10.2025. Accepted 27.10.2025.