

Научная статья

УДК 534.1

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18313>

УСТОЙЧИВОСТЬ САМОСИНХРОНИЗАЦИИ ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЕЙ ДВУХМАССОВОГО АППАРАТА ДЛЯ ПЕРЕРАБОТКИ ЗЕРНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

В. С. Сизиков 

Институт проблем машиностроения РАН, Санкт-Петербург, Россия

 sizikovvs@yandex.ru

Аннотация. Работа направлена на поиск условий устойчивой самосинхронизации вибраторов для противофазного режима колебаний рабочих органов аппарата для переработки зернистых сред. Режим работы аппарата обеспечивает процессы измельчения, истирания и перемешивания зерен материала, совмещенные с процессом транспортирования с использованием интегрального критерия устойчивости синхронных движений получено условие устойчивой самосинхронизации роторов вибровозбудителей в противофазном режиме их вращения. Найденные соотношения позволяют выбирать оптимальные значения параметров конструкции аппарата и задавать режимы колебаний вибрационных рабочих органов, обеспечивающие эффективное осуществление процессов технологической переработки зернистых материалов.

Ключевые слова: двухмассовый аппарат, стенки рабочих органов, самосинхронизация вибраторов, критерий устойчивости синхронизации

Для цитирования: Сизиков В. С. Устойчивость самосинхронизации вибровозбудителей двухмассового аппарата для переработки зернистых материалов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 3. С. 156–165. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18313>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18313>

SELF-SYNCHRONIZATION STABILITY OF VIBRATION EXCITERS OF A TWO-MASS APPARATUS FOR PROCESSING GRANULAR MATERIALS

В. С. Сизиков 

Institute for Problems of Mechanical Engineering of RAS, St. Petersburg, Russia

 sizikovvs@yandex.ru

Abstract. The article studies stability conditions for self-synchronization of vibration exciters in antiphase oscillation regime of working tools of an apparatus for granular materials processing. The apparatus operating regime provides grinding, attrition and mixing processing of material grains combined with a transportation process. The condition of stable antiphase rotation regime of vibration exciters' rotors has been found with implementation of integral criterion of stability of synchronous motions. The condition of stable self-synchronization rotation regime of vibrational exciters' rotors was found with the usage of integral criterion of stability of synchronous movements. The obtained relationships allow one to choose parameters of apparatus construction and to specify vibrational working tool's operating regimes that perform effective implementation of process of granular material treatment.

Keywords: two-mass apparatus, working tools walls, self-synchronization of vibrators, integral criterion of synchronization stability, granular materials

For citation: Sizikov V. S., Self-synchronization stability of vibration exciters of a two-mass apparatus for processing granular materials, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (3) (2025) 156–165. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18313>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Явление самосинхронизации неуравновешенных роторов вибровозбудителей заключается в наличии между ними вибрационной связи, которая заставляет их вращаться синхронно с одинаковыми или кратными скоростями и с заданными взаимными фазами [1]. Такая связь имеет особо важное значение для обеспечения процессов переработки зернистых материалов, таких как дробление, транспортирование, истирание, перемешивание и других.

Важным условием осуществления механического воздействия на обрабатываемую среду рабочими органами вибрационных технологических машин является синтез вибрационных полей с заданными направлениями действия вибрационных нагрузок и траекториями движения рабочих органов. Такой синтез позволяет оптимизировать многие процессы.

Вибрация находит широкое применение в технологиях переработки горных пород, порошков и других сыпучих материалов в горнодобывающей, строительной, химической и литейной отраслях промышленности. Основные направления интенсификации и совершенствования указанных технологических процессов – это снижение энергетических затрат для их осуществления и снижение материоемкости при создании вибрационного оборудования.

Открытие эффекта самосинхронизации привело к качественному скачку в развитии вибрационной техники и технологии. Практическое использование этого эффекта способствовало совершенствованию широкого класса вибрационной техники в нашей стране и за рубежом. Большой вклад в эту область внесли такие видные ученые, как Л. И. Блехман, Л. А. Вайсберг, Б. П. Лавров, К. М. Рагульскис и другие [1 – 6].

Возможности применения самосинхронизации вибровозбудителей сегодня далеко не исчерпаны, что подтверждается появлением класса многомассовых вибрационных машин, позволяющих интенсифицировать различные процессы при работе в резонансных режимах колебаний, снижать нагрузки на основание и реализовывать специальные технологические процессы обработки сыпучих сред путем воздействия на них несколькими рабочими органами [1]. В этой связи перспективным является применение многомассовых машин с самосинхронизирующими вибровозбудителями, установленными на нескольких рабочих органах, например двухмассовых вибродробилок, виброгрохотов, оборудования для обогащения сыпучих материалов и других транспортно-технологических аппаратов [2, 4].

Развитие современных систем и методов принудительного управления синхронизацией роторов вибрационного оборудования позволяет обеспечивать заданные соотношения фаз и частот вращения роторов вибровозбудителей, что открывает широкие возможности управления технологическими процессами обработки материалов вибрационными методами [10, 12].

К перспективным методам вибрационной переработки сыпучих материалов относится воздействие на слой материала рабочими органами двухмассового аппарата, образующими продольный канал с плоскими стенками, на каждой из которых установлен дебалансный вибровозбудитель (рис. 1) [9]. Вращение вибраторов обеспечивает плоскопараллельные колебания каждой стенки по эллиптическим траекториям.

Процесс обработки слоя материала включает два основных периода воздействия стенками на слой:

период сжатия слоя сдавливающими усилиями при сближении стенок (рис. 1, а), сопровождаемый созданием напряжений в слое и интенсивным истиранием поверхности зерен материала при их относительном перемещении внутри слоя;

период разжатия слоя при отходе стенок друг от друга (рис. 1, *b*), сопровождаемый разрыхлением слоя и его перемещением микроброском вдоль рабочего канала.

Одновременно с обработкой осуществляется транспортирование материала вдоль рабочего канала.

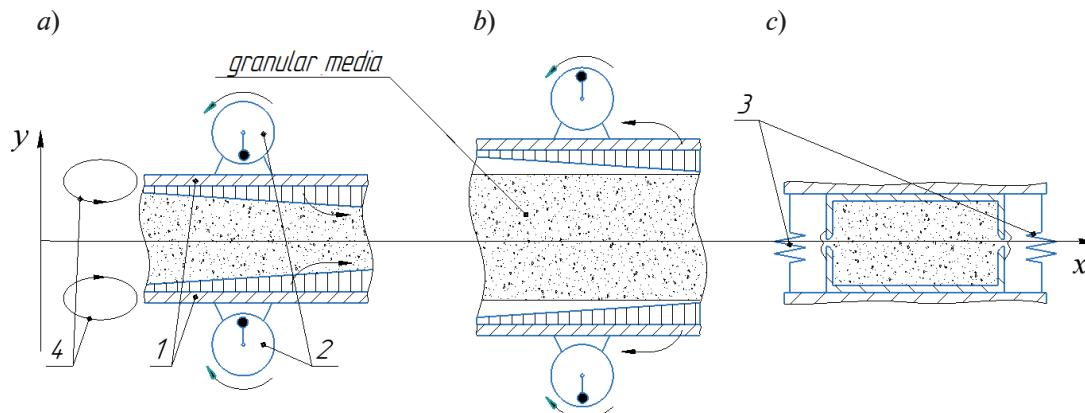


Рис. 1. Схема виброобъемного воздействия на слой обрабатываемой зернистой среды стенками двухмассового аппарата в режиме синхронно-противофазных колебаний по эллиптическим траекториям (4): *a*, *b* – периоды сжатия и разжатия слоя, соответственно; *c* – поперечное сечение рабочего канала.

Показаны стенки рабочих органов (1), дебалансные вибраторы (2), упругие элементы взаимодействия стенок (3); стрелки указывают направления перемещения стенок 1 и вращения вибраторов 2

Исследованию явления самосинхронизации динамических систем посвящена обширная монография [1], в которой получены различные условия устойчивости самосинхронизации вибровозбудителей одномассовых и многомассовых динамических схем вибрационных машин и устройств. Кроме того, в последнее время получены результаты исследования противофазного и синфазного синхронного вращения роторов вибровозбудителей двухмассовой установки, смонтированных на одном рабочем теле [11]. Однако проблема самосинхронизации роторов такой установки с вибровозбудителями, размещенными на обоих рабочих органах, до настоящего времени развития не получила.

Исследование режимов работы двухмассового аппарата, основанного на описанной рабочей схеме, позволяет определять параметры, обеспечивающие процесс истирания зернистого материала в аппарате с наибольшими сжимающими усилиями, совмещенный с процессом его транспортирования. Наилучшее сочетание этих параметров достигается в режиме синхронно-противофазных колебаний стенок рабочих органов по эллиптическим траекториям в противоположных направлениях, поддержание которого обеспечивается самосинхронизацией разнонаправленного вращения роторов вибраторов в противоположных фазах (см. рис. 1).

Поэтому цель настоящего исследования – найти оптимальные значения конструктивных и режимных параметров работы двухмассового аппарата, обеспечивающие устойчивую самосинхронизацию противофазного вращения роторов вибраторов в противоположных направлениях.

К конструктивным параметрам относятся массы и размеры рабочих органов, их моменты инерции, жесткости пружин и места их установки по длине рабочих органов. К режимным параметрам работы относятся частоты и амплитуды колебаний рабочих органов.

Решение указанной задачи должно способствовать определению диапазона значений параметров воздействия рабочих органов на обрабатываемый материал и выработке рекомендаций к проектированию и работе аппаратов для обогащения очисткой поверхности зерен сыпучих минеральных сред [7].

В зависимости от направления и разности фаз вращения неуравновешенных роторов в аппарате могут создаваться разнообразные режимы относительного движения стенок, каждый из которых наиболее благоприятен для конкретного вида технологической операции переработки материала [8]. Например, одним из режимов колебаний стенок

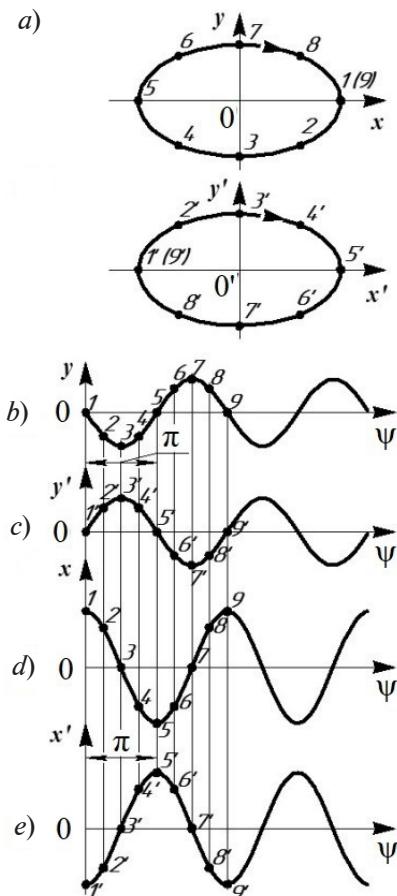


Рис. 2. Схемы перемещения стенок аппарата в режиме колебаний с относительным сдвигом ε фаз колебаний (ψ) стенок, равным π , в продольном (ε_x) и поперечном (ε_y) направлениях:

a — траектории движения верхней и нижней стенок (стрелки указывают их направления); *b, c* — вертикальные координаты нижней (y') и верхней (y) стенок; *d, e* — горизонтальные координаты нижней (x') и верхней (x) стенок; номера точек 1 — 9 и 1' — 9' показывают позиции стенок в одинаковые моменты времени

среднее за период значение функции Лагранжа системы:

$$D = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} (T^{(I)} - \Pi^{(I)}) dt, \quad (1)$$

где $T^{(I)}$ и $\Pi^{(I)}$ — кинетическая и потенциальная энергия колебательной части системы.

Составим уравнения для кинетической и потенциальной энергии двухмассовой механической системы аппарата. Расчетная схема для анализа устойчивости самосинхронизации вращения роторов вибраторов аппарата показана на рис. 3.

На расчетной схеме два дебалансных вибратора размещены на одинаковых плоских стенках массой M , каждая обладает моментом инерции I относительно центров масс. Стенки размещены параллельно друг другу и связаны между собой парой упругих элементов общей жесткостью c_x и c_y в продольном и поперечном направлениях, размещенных на одинаковых расстояниях l относительно центров тяжести стенок. Стенки аппарата могут перемещаться в плоскости, перпендикулярной осям вращения роторов вибровозбудителей, причем положение стенок определяется абсолютными координатами x_1, y_1 и

аппарата для осуществления процесса истирания зерен материала является их движение с относительными сдвигами фаз колебаний стенок в поперечном и продольном направлениях, равными π (рис. 2). Такое движение стенок аппарата осуществляется в одном направлении при одностороннем вращении роторов вибраторов (например, по часовой стрелке); оно позволяет создавать в слое материала два вида деформаций: деформаций сжатия и сдвига.

Требования к величине создаваемых в слое сжимающих напряжений и напряжений сдвига для истирания материала определяются частотой колебаний стенок и величиной вынуждающей силы, создаваемой вибровозбудителями.

Исследование самосинхронизации вибраторов устройства в описанном режиме разнонаправленного синхронно-синфазного вращения их роторов включает две задачи:

оценка стабильности самосинхронизации вибраторов двухмассового аппарата под нагрузкой, учитывая взаимодействие с обрабатываемым материалом;

оценка стабильности самосинхронизации вибраторов на холостом ходу.

В настоящей работе решается только вторая задача: исследование стабильности вращения вибраторов аппарата на холостом ходу.

Основная часть

Для анализа устойчивости самосинхронизации вращения роторов вибровозбудителей аппарата используется интегральный критерий устойчивости синхронных движений [1], который заключается в отыскании условия положительности квадратичной формы функции D , представляющей собой

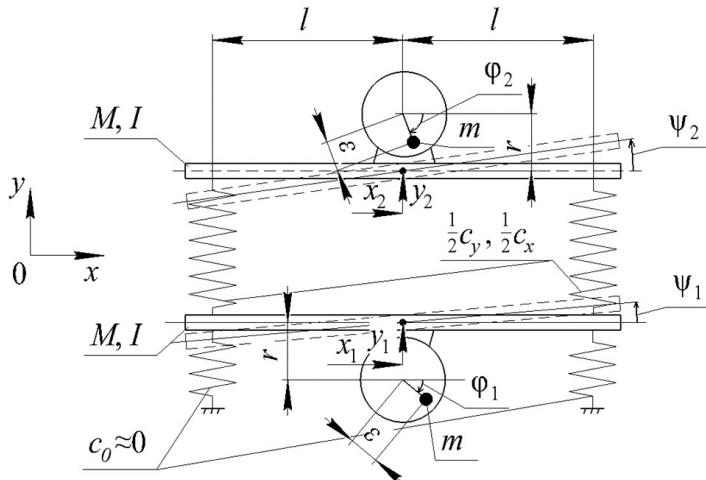


Рис. 3. Расчетная схема синхронных противофазных колебаний стенок двухмассового аппарата: M – масса каждой стенки; I – момент инерции каждой стенки; c_x , c_y – жесткости упругих элементов в продольном и поперечном направлениях; l – расстояния от центров тяжести (ЦТ) стенок до упругих элементов; x , y – координаты ЦТ стенок; ψ – углы поворота каждой стенки относительно ЦТ; ϕ – углы поворота роторов вибраторов вокруг оси вращения; ε , r – эксцентриситет и расстояние от оси вращения роторов до ЦТ стенок (индексы 1 и 2 относятся к нижней и верхней стенкам, соответственно)

x_2 , y_2 их центров тяжести и углами поворота ψ_1 и ψ_2 каждой стенки относительно центра тяжести. Ротор каждого из двух вибровозбудителей, полагаемых одинаковыми, характеризуется углом поворота ϕ_1 (ϕ_2) вокруг оси вращения, массой неуравновешенной части m , эксцентриситетом ε и расстоянием r от оси вращения до центра тяжести каждой стенки. Индекс 1 относится к нижней, а 2 – к верхней стенке.

Уравнения поступательного перемещения стенок аппарата имеют вид:

$$-M\ddot{x}_1 + F \cos \phi_1 - c_x(x_1 - x_2) = 0; \quad (2)$$

$$-M\ddot{x}_2 + F \cos \phi_2 - c_x(x_2 - x_1) = 0; \quad (3)$$

$$-M\ddot{y}_1 - F \sin \phi_1 - c_y(y_1 - y_2) = 0; \quad (4)$$

$$-M\ddot{y}_2 - F \sin \phi_2 - c_y(y_2 - y_1) = 0, \quad (5)$$

где $F = m\varepsilon\omega^2$ – амплитудное значение вынуждающей силы одного вибратора.

Законы вращения роторов вибраторов можно записать в следующем виде:

$$\phi_1 = \sigma_1(\omega t + \alpha_1), \quad \phi_2 = \sigma_2(\omega t + \alpha_2), \quad (6)$$

где σ_1 , σ_2 – направления вращения роторов против (+1) и по (−1) часовой стрелке; α_1 , α_2 – начальные фазы их вращения.

Деформации левого и правого упругих элементов взаимодействия стенок при их поворотах на углы ψ_1 и ψ_2 относительно центров масс (рис. 4) выражаются в следующем виде:

$$\Delta_{left} = -l \sin \psi_2 + l \sin \psi_1, \quad \Delta_{right} = l \sin \psi_2 - l \sin \psi_1. \quad (7)$$

В формулах (7) не учитываются деформации упругих элементов в поперечном направлении ввиду их малости по сравнению с продольными деформациями.

С учетом выражений (7) на каждую стенку аппарата действуют моменты от инерции вращения, вынуждающей силы вибратора и деформаций правой и левой пружин (см. рис. 4). Уравнения вращательного движения стенок относительно центров масс имеют вид:



$$-I\ddot{\psi}_1 + Fr \cos \varphi_1 - \frac{c_y}{2} l \Delta_{left} + \frac{c_y}{2} l \Delta_{right} = 0; \quad (8)$$

$$-I\ddot{\psi}_2 - Fr \cos \varphi_2 - \frac{c_y}{2} l \Delta_{right} + \frac{c_y}{2} l \Delta_{left} = 0. \quad (9)$$

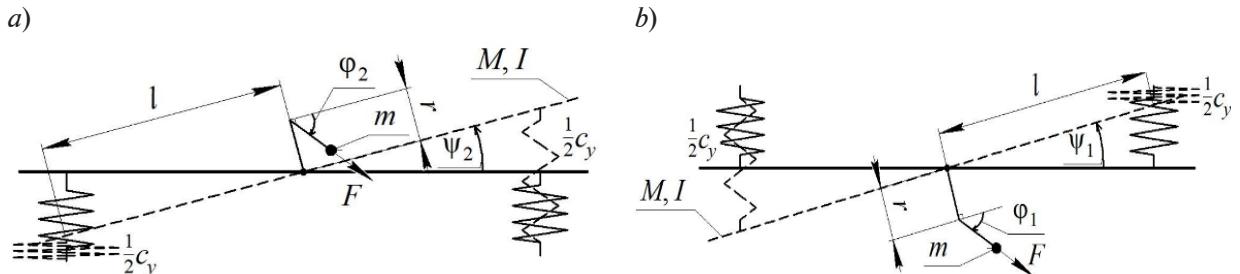


Рис. 4. Схемы к определению деформаций упругих элементов аппарата и моментов, возникающих при поворотах верхней (a) и нижней (b) стенок относительно центров масс

С учетом малости углов поворота стенок ψ_1 и ψ_2 ($\sin \psi_1 \approx \psi_1$, $\sin \psi_2 \approx \psi_2$) их можно переписать в следующем виде:

$$-I\ddot{\psi}_1 + Fr \cos \varphi_1 + c_y l^2 (\psi_2 - \psi_1) = 0; \quad (10)$$

$$-I\ddot{\psi}_2 - Fr \cos \varphi_2 + c_y l^2 (\psi_1 - \psi_2) = 0. \quad (11)$$

Будем искать решение для установившихся вынужденных колебаний стенок в форме

$$x_1 = A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2; \quad (12)$$

$$x_2 = B_1 \cos \varphi_2 + B_2 \cos \varphi_1; \quad (13)$$

$$y_1 = C_1 \sin \varphi_1 + C_2 \sin \varphi_2; \quad (14)$$

$$y_2 = D_1 \sin \varphi_2 + D_2 \sin \varphi_1. \quad (15)$$

После подстановки решений (12) и (13) в уравнения движения системы (2) и (3) определим неизвестные константы A_1 , A_2 , B_1 и B_2 :

$$A_1 = \frac{F(c_x - M\omega^2)}{(M\omega^2)^2(1 - \lambda_x^2)}, \quad A_2 = \frac{Fc_x}{(M\omega^2)^2(1 - \lambda_x^2)}; \quad (16)$$

$$B_1 = \frac{F(c_x - M\omega^2)}{(M\omega^2)^2(1 - \lambda_x^2)}, \quad B_2 = \frac{Fc_x}{(M\omega^2)^2(1 - \lambda_x^2)}, \quad (17)$$

где $\lambda_x = \frac{p_x}{\omega}$, $p_x = \sqrt{\frac{2c_x}{M}}$.

Видно, что параметр p_x в полученных выражениях определяет частоту собственных колебаний стенок в продольном направлении для эквивалентной расчетной схемы аппарата в виде двухмассовой системы с одинаковыми массами M , связанными между собой упругим элементом с жесткостью c_x (рис. 5, a).

Подстановкой выражений (14) и (15) для поперечных перемещений стенок в уравнения движения (4) и (5) аналогично определим неизвестные константы C_1 , C_2 , D_1 и D_2 :

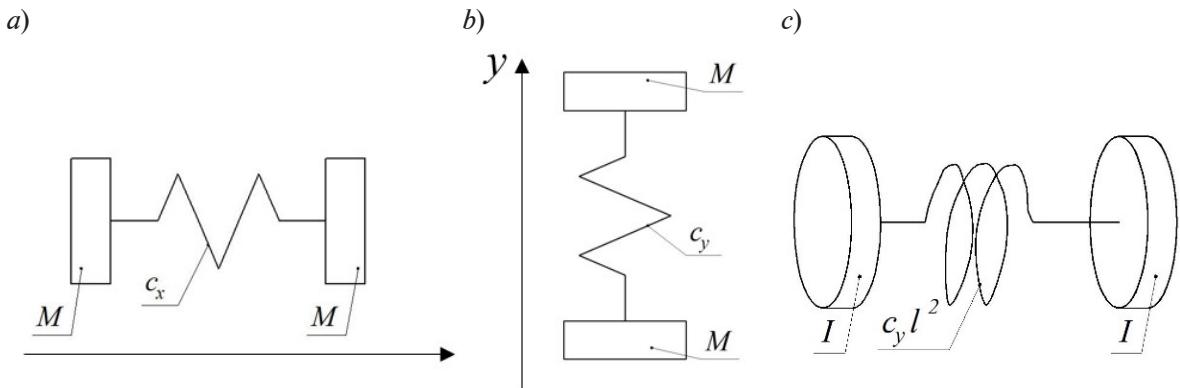


Рис. 5. Эквивалентные расчетные схемы свободных колебаний стенок аппарата в продольном (a) и поперечном (b) направлениях, а также эквивалентная схема их вращательных колебаний (c)

$$C_1 = \frac{F(M\omega^2 - c_y)}{(M\omega^2)^2(1 - \lambda_y^2)}, \quad C_2 = \frac{-Fc_y}{(M\omega^2)^2(1 - \lambda_y^2)}; \quad (18)$$

$$D_1 = \frac{F(M\omega^2 - c_y)}{(M\omega^2)^2(1 - \lambda_y^2)}, \quad D_2 = \frac{-Fc_y}{(M\omega^2)^2(1 - \lambda_y^2)}, \quad (19)$$

$$\text{где } \lambda_y = \frac{p_y}{\omega}, \quad p_y = \sqrt{\frac{2c_y}{M}}.$$

Подобно колебаниям стенок в продольном направлении, параметр p_y в полученных выражениях характеризует частоту собственных колебаний стенок в поперечном направлении для эквивалентной расчетной схемы аппарата в виде двух масс M , связанных упругим элементом с жесткостью c_y (см. рис. 5, b).

Решения уравнений вращательных колебаний стенок относительно центров масс будем также искать в виде гармонических функций вида

$$\Psi_1 = E_1 \cos \varphi_1 + E_2 \cos \varphi_2, \quad (20)$$

$$\Psi_2 = F_1 \cos \varphi_1 + F_2 \cos \varphi_2. \quad (21)$$

Подставим выражения (20) и (21) в уравнения (10) и (11) вращательного движения стенок и определим константы E_1 , E_2 , F_1 и F_2 :

$$E_1 = \frac{Fr(c_y l^2 - I\omega^2)}{(I\omega^2)^2(1 - \lambda_c^2)}, \quad E_2 = \frac{-Fr c_y l^2}{(I\omega^2)^2(1 - \lambda_c^2)}; \quad (22)$$

$$F_1 = \frac{Fr c_y l^2}{(I\omega^2)^2(1 - \lambda_c^2)}, \quad F_2 = \frac{-Fr(c_y l^2 - I\omega^2)}{(I\omega^2)^2(1 - \lambda_c^2)}, \quad (23)$$

$$\text{где } \lambda_c = \frac{p_c}{\omega}, \quad p_c = \sqrt{\frac{2c_y l^2}{I}}.$$

Полученная частота p_c свободных вращательных колебаний стенок соответствует эквивалентной расчетной схеме аппарата в виде двух тел с одинаковыми моментами инерции I , связанными друг с другом пружиной с крутильной жесткостью $c_y l^2$ (см. рис. 5, c).

Кинетическая и потенциальная энергия колебательного движения стенок аппарата, в соответствии с принятой расчетной схемой (см. рис. 3), имеют вид:

$$T^{(I)} = M \frac{(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2)}{2} + M \frac{(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2)}{2} + I \frac{(\dot{\psi}_1^2 + \dot{\psi}_2^2)}{2}, \quad (24)$$



$$\Pi^{(1)} = \frac{1}{2} c_y (\Delta_{left})^2 + \frac{1}{2} c_y (\Delta_{right})^2 \approx c_y l^2 (\psi_1^2 + \psi_2^2 - 2\psi_1\psi_2). \quad (25)$$

Условием устойчивой самосинхронизации вращения роторов вибраторов является положительная определенность осредненной функции Лагранжа системы вида [1]:

$$D = \langle T^{(1)} - \Pi^{(1)} \rangle = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} (T^{(1)} - \Pi^{(1)}) dt. \quad (26)$$

В результате подстановки решений (12) – (15), (20), (21) для перемещений стенок в выражения для кинетической и потенциальной энергий (24) и (25) и вычисления интеграла (26) за один период колебаний системы осредненная функция Лагранжа принимает следующий вид:

$$D = \frac{M}{2} \omega^2 [\sigma_1 \sigma_2 (C_1 C_2 + D_1 D_2)] + \frac{I}{2} \omega^2 (F_1 F_2 + E_1 E_2) - c_y l^2 [E_1 E_2 + F_1 F_2 - 2(E_1 F_2 + E_2 F_1)] \cos(\alpha_1 - \alpha_2) = N \cos(\alpha_1 - \alpha_2), \quad (27)$$

$$\text{где } N = \frac{M}{2} \omega^2 [\sigma_1 \sigma_2 (C_1 C_2 + D_1 D_2)] + \frac{I}{2} \omega^2 (F_1 F_2 + E_1 E_2) - c_y l^2 [E_1 E_2 + F_1 F_2 - 2(E_1 F_2 + E_2 F_1)].$$

Для устойчивости самосинхронизации вибровозбудителей в синхронном разнонаправленном режиме вращения роторов, т. е. при нулевой начальной разности их фаз $\alpha_1 - \alpha_2$ и при $\sigma_1 = +1$, $\sigma_2 = -1$, квадратичная форма осредненной функции Лагранжа D должна быть положительно определенной. Это обеспечивается в том случае, когда она имеет грубый минимум и множитель N в выражении (27) отрицателен, т. е.

$$-\frac{M}{2} \omega^2 (C_1 C_2 + D_1 D_2) + \frac{I}{2} \omega^2 (F_1 F_2 + E_1 E_2) - c_y l^2 [E_1 E_2 + F_1 F_2 - 2(E_1 F_2 + E_2 F_1)] < 0. \quad (28)$$

После подстановки в это неравенство констант C_1 , C_2 , D_1 , D_2 , E_1 и E_2 из выражений (18), (19), (22) и (23) получим условие устойчивости самосинхронизации вибраторов в исследуемом режиме, позволяющее выбирать параметры конструкции и режима работы двухмассового аппарата:

$$\frac{l^2 r^2 (c_y l^2 - 3M\omega^2)}{(I\omega^2)^2 (I\omega^2 - 2c_y l^2)} > \frac{M\omega^2 - c_y}{M\omega^2 (M\omega^2 - 2c_y)^2}. \quad (29)$$

Проанализируем полученное выражение для режима дезрезонансных колебаний стенок аппарата, который обеспечивается соотношениями параметров $c_y > 3M\omega^2$ и $2c_y l^2 > I\omega^2$.

В этом случае для самосинхронизации вибраторов необходимо, чтобы выполнялось неравенство вида

$$\frac{c_y - M\omega^2}{M\omega^2 (M\omega^2 - 2c_y)^2} > \frac{l^2 r^2 (c_y l^2 - 3M\omega^2)}{(I\omega^2)^2 (2c_y l^2 - I\omega^2)}. \quad (30)$$

Отсюда видно, что для повышения устойчивости исследуемого режима следует увеличивать частоту вынуждающей силы ω и момент инерции J стенки аппарата, уменьшать массу M стенки, уменьшать расстояние l от центра масс стенки до точек крепления упругих элементов и снижать расстояние r от центра масс стенки до оси ротора вибратора.

В зарезонансном режиме колебаний стенок аппарата, для которого выполняются соотношения $c_y > M\omega^2/2$ и $c_y l^2 > I\omega^2$, условие устойчивости синхронно-противофазного режима колебаний стенок обеспечивается автоматически, так как левая часть неравенства (29) всегда отрицательна, а правая положительна.

Подбор численных значений параметров конструкции на основе решения неравенства (29) можно осуществлять любым подходящим численным методом, например методом итераций.

Заключение

Найдено условие устойчивости самосинхронизации вибровозбудителей аппарата с двумя плоскими стенками в режиме их синхронно-противофазных колебаний по эллиптическим траекториям в противоположных направлениях. Полученное выражение позволяет подбирать параметры режимов работы аппарата и его конструктивные характеристики (частоту вынуждающей силы, массу рабочих органов аппарата и моменты их инерции, расстояния от центра масс стенок до точек крепления упругих элементов и расстояния от центра масс каждой стенки до оси ротора вибратора) на этапе разработки конструкции аппарата для обеспечения заданного режима колебаний стенок с обработкой материала в режиме с раздавливанием его зерен, совмещенным с процессом транспортирования.

Дальнейшие исследования будут направлены на отыскание условий устойчивой самосинхронизации вращения роторов вибраторов двухмассового аппарата в режимах с относительными сдвигами фаз и направлениями вращения роторов вибровозбудителей, обеспечивающих разнообразные соотношения истирающих и сдавливающих усилий в слое материала при его переработке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блехман И. И. Синхронизация динамических систем: М.: Наука, 1971. 894 с.
2. Вайсберг Л. А., Зарогатский Л. П., Туркин В. Я. Вибрационные дробилки: основы расчета, проектирования и технологического применения. СПб.: Изд-во ВСЕГЕИ, 2004. 306 с.
3. Вайсберг Л. А. Проектирование и расчет вибрационных грохотов. М.: Недра, 1986. 144 с.
4. Вибрации в технике: Справочник в 6 тт. Ред. совет: В. Н. Челомей (пред., гл. ред.) и др.
5. Вибрационные процессы и машины. / Г. Г. Азбель, И. И. Блехман, И. И. Быховский и др. Под ред. Э. Э. Лавендела. М.: Машиностроение, 1981. 509 с.
6. Лавров Б. П. Вибрационные машины с самосинхронизирующимися вибраторами (конструктивные схемы и специфические особенности расчета) // К. М. Рагульскис (ред.). Труды по теории и приложению явления синхронизации в машинах и устройствах. Вильнюс: Минтис, 1966. С. 55–63.
7. Рагульскис К. М. Самосинхронизация механических систем. В 2 тт. Т. 1. Рагульскис К. М., Виткус И. И., Рагульскене В. Л. Самосинхронные и виброударные системы. Под ред. д-ра техн. наук К. М. Рагульскиса. Вильнюс: Минтис, 1965. 186 с.
8. Сизиков В. С., Сизиков С. А. К выбору конструкции аппарата для механоактивации и оттирки минеральных зернистых сред // Обогащение руд. 2023. № 3. С. 49–56.
9. Сизиков В. С., Сизиков С. А. Рациональные режимы обогащения мелких заполнителей бетонов методом виброобъемного воздействия // Вестник гражданских инженеров. 2018. № 6 (71). С. 156–162.
10. Томчина О. П., Резниченко В. В., Горлатов Д. В. Алгоритмы управления вибрационным полем виброустановки для транспортирования сыпучих строительных материалов // Вестник гражданских инженеров. 2015. № 1 (48). С. 115–121.
11. Шохин А. Е., Никифоров А. Н., Саламандра К. Б. Экспериментальный анализ колебаний двухмассовой системы с самосинхронизирующимися инерционными вибровозбудителями // Вестник научно-технического развития. 2017. № 12 (124). С. 58–65.
12. Shagniev O. B., Tomchina O. P., Fradkov A. L. Learning speed-gradient synchronization control of the two-rotor vibration setup // IFAC-PapersOnLine. 2022. Vol. 55. No. 12. Pp. 144–148.

REFERENCES

1. Blekhman I. I., Sinkhronizatsiya dinamicheskikh system [Synchronization of dynamical systems], Nauka Publishing, Moscow, 1971 (in Russian).
2. Vaisberg L. A., Zarogatsky L. P., Turkin V. Y., Vibratory crushers: principles of calculation, design and technological application, Published by VSEGEI [All-Union Geological Institute], Saint-Petersburg, 2004 (in Russian).

3. **Vaisberg L. A.**, Proektirovanie i raschyt vibratsionnykh grohotov [Design and calculation of vibrating screens], Nedra Publishing, Moscow, 1986 (in Russian).
4. **Chelomey V. N.** (Head of Ed.), Vibrations in technology. Reference Book in 6 Vols. Vol. 4. Vibration processes and machines /G. G. Azbel, I. I. Blekhman, I. I. Bykhovsky, et al., Edited by E. E. Lavendel, Mashinostroenie [Machine Building Publ.], Moscow, 1979 (in Russian).
5. **Lavrov B. P.**, Vibratsionnye mashiny s samosinkhroniziruyushchimisya vibratorami (konstruktivnye skhemy i spetsificheskiye osobennosti rascheta) [Vibrational machines with self-synchronizing vibrators (structural design and special aspects of calculation)], Proceedings on theory and application of synchronization phenomenon in machines and devices, Mintis Publ., Vilnius (1966) 55–63 (in Russian).
6. **Ragulskis K. M.**, Self-synchronization of mechanical systems, in 2 Vols., Vol. 1. Ragulskis K. M., Vitkus I. I., Ragulskene V. L., Self-synchronous and vibroimpact systems; Edited by K. M. Ragulskis, Mintis Publ., Vilnius, 1965 (in Russian).
7. **Sizikov V. S., Sizikov S. A.**, K vyboru konstruktsii apparata dlya mekhanoaktivatsii i ottirki mineral'nykh zernistykh sred [On the selection of apparatus construction for mechanical activation and attritioning of mineral granular media], Obogashchenie Rud [Beneficiation of Ores]. (3) (2023) 49–56 (in Russian).
8. **Sizikov V. S., Sizikov S. A.**, Rational regimes of fine concrete aggregate enrichment using the method of volumetric vibrational impact, Bulletin of Civil Engineers. (6 (71)) (2018) 156–162 (in Russian).
9. **Sizikov V. S., Sizikov S. A.**, Method for processing granular materials and a device for its implementation, Pat. No. 2675554, Russian Federation, MPK B01F 3/18, B01F 11/00, B02C 19/18; Sizikov Valentin S. is a declarant and patentee. No. 2016140584/05; declar. 14.10.2016, publ. 19.12.2018. Bull. No. 35.
10. **Tomchina O. P., Reznichenko V. V., Gorlatov D. V.**, Algorithms of controlling the oscillation field of a vibration unit for transportation of bulk construction materials, Bulletin of Civil Engineers. (1 (48)) (2015) 115–121 (in Russian).
11. **Shokhin A. E., Nikiforov A. N., Salamandra K. B.**, Experimental analysis of oscillations of a two-mass system with self-synchronizing inertial excitors, Bulletin of Science and Technical Development. (12 (124)) (2017) 58–65 (in Russian).
12. **Shagniev O. B., Tomchina O. P., Fradkov A. L.**, Learning speed-gradient synchronization control of the two-rotor vibration setup, IFAC-PapersOnLine. 55 (12) (2022) 144–148.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

СИЗИКОВ Валентин Станиславович – кандидат технических наук, научный сотрудник Института проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия.
199178, Россия, г. Санкт-Петербург, Большой проспект В. О., 61.
sizikovvs@yandex.ru
ORCID: 0000-0001-9438-5711

THE AUTHOR

SIZIKOV Valentin S.
Institute for Problems of Mechanical Engineering of RAS
61 Bolshoi Ave. of Vasilievsky Island, St. Petersburg, 199178, Russia
sizikovvs@yandex.ru
ORCID: 0000-0001-9438-5711

Статья поступила в редакцию 13.12.2024. Одобрена после рецензирования 17.03.2025.
Принята 17.03.2025.

Received 13.12.2024. Approved after reviewing 17.03.2025. Accepted 17.03.2025.