

Научная статья

УДК 532.542.4

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.17403>

ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН В КАНАЛЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С ОДНОЙ ОРЕБРЕННОЙ СТЕНКОЙ

В. В. Рис [✉], С. А. Галаев, А. М. Левченя

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Россия

[✉] vvris@yandex.ru

Аннотация. Методом численного моделирования развитого пространственно-периодического течения и стабилизированного теплообмена несжимаемой среды с числом Прандтля, равным 0,7, в канале прямоугольного поперечного сечения с односторонним внутренним оребрением получены систематические данные о влиянии оребрения на параметры относительного (по сравнению с гладким каналом) увеличения гидравлического сопротивления ε_p и теплоотдачи ε_q в диапазоне значений числа Рейнольдса от 50 до 8 млн. Установлено, что в ламинарном режиме ε_q невелико и составляет около 10%, а ε_p превосходит величину 2,5. В турбулентном режиме величина ε_q в зависимости от числа Рейнольдса ведет себя немонотонно, диапазон ее изменения составляет 1,5–2,6, в то время как ε_p возрастает от 3,5 до 7,0.

Ключевые слова: оребренный канал, периодическое течение, численное моделирование, модель RANS, модель LES-WALE

Финансирование: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 23-29-00094).

Для цитирования: Рис В. В., Галаев С. А., Левченя А. М. Пространственно-периодическое течение и теплообмен в канале прямоугольного сечения с одной оребренной стенкой // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2024. Т. 17. № 4. С. 34–47. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.17403>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.17403>

A SPATIALLY PERIODIC FLOW AND HEAT TRANSFER IN A RECTANGULAR CHANNEL WITH ONE RIBBED WALL

V. V. Ris [✉], S. A. Galaev, A. M. Levchenya

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

[✉] vvris@yandex.ru

Abstract. The systematic data on the effect of ribbing on the parameters of a relative (in comparison with a smooth channel) increase in hydraulic resistance ε_p and heat transfer ε_q in the range of Reynolds numbers from 50 to $8 \cdot 10^6$ has been obtained by numerical modeling of a developed spatially periodic flow and stabilized heat transfer of incompressible gas with a Prandtl number of 0.7 in a rectangular channel with one-sided internal ribbing. In the laminar regime, the ε_q value was found to be small and amounted about 10%, and ε_p value exceeding 2.5. In the turbulent regime, the ε_q value behaved nonmonotonic depending on the Reynolds number, the range of its variation was 1.5–2.6, while ε_p increased from 3.5 to 7.0.

Keywords: ribbed channel, periodic flow, heat transfer enhancement, RANS model, LES-WALE model

Funding: The reported study was funded by Russian Science Foundation (Grant No. 23-29-00094).

For citation: Ris V. V., Galaev S. A., Levchenya A. M., A spatially periodic flow and heat transfer in a rectangular channel with one ribbed wall, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 17 (4) (2024) 34–47. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.17403>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Конвективный теплообмен в каналах прямоугольного сечения, у которых с внутренней стороны стенок периодически расположены невысокие ребра, исследуется уже на протяжении долгого времени. Существенная интенсификация теплообмена в оребренных каналах, по сравнению с гладкими каналами такого же сечения, послужила основанием для их применения в конвективных системах охлаждения лопаток газовых турбин и в теплообменном оборудовании, предназначенном для подогрева сред под действием солнечной радиации.

Выполненные экспериментальные исследования каналов прямоугольного сечения с внутренним оребрением позволили сформулировать ряд рекомендаций по выбору геометрических параметров, с которыми достигается наибольшая интенсификация теплоотдачи [1]. Высота ребер e должна быть такой, чтобы поперечное сечение канала сужалось приблизительно на 10%. При этом высота и ширина ребра должны быть сопоставимы между собой. Близкий к оптимальному шаг между ребрами P равен $10e$. Ребра, установленные под углом к продольной оси канала, более эффективны, чем строго поперечные. Оптимальный угол установки ребер α находится в диапазоне от 45° до 60° .

Наибольший объем экспериментальных данных получен для значений числа Рейнольдса Re в диапазоне от 10^4 до $6 \cdot 10^4$. Течение и теплообмен исследованы в каналах прямоугольного сечения с $W/H \geq 1$ (H и W – высота и ширина сечения). С прицелом на каналы охлаждения лопаток газовых турбин более подробно исследованы оребренные каналы, по длине которых помещается до 20 секций, включающих ребро и гладкий участок. При этом принято считать (на основании разной степени детализации данных о распределении температуры на оребренной стенке), что течение и теплоотдача стабилизируются после четвертой секции.

Физический и численный эксперименты [2 – 4], выполненные для сравнительно коротких каналов, устойчиво демонстрируют уменьшение коэффициента интенсификации средней теплоотдачи ε_q с увеличением числа Рейнольдса. Коэффициент в экспериментальных работах определяется как

$$\varepsilon_q = Nu/Nu_{sm},$$

где Nu – среднее число Нуссельта в исследованном оребренном канале, Nu_{sm} – число Нуссельта для развитого течения и стабилизированной теплоотдачи в гладком канале того же сечения.

Во всех перечисленных работах, для каналов с ребрами, установленными под углом 45° , в диапазоне значений числа Re от 10^4 до почти $2 \cdot 10^5$, получены данные, которые трактуются как монотонное, замедляющееся с ростом числа Рейнольдса снижение коэффициента ε_q от приблизительно трех до двух. Только в статье [3] отмечено некоторое увеличение ε_q , начиная со значения $Re \approx 1,4 \cdot 10^5$.

Наше предыдущее численное исследование развитого пространственно-периодического течения и стабилизированной теплоотдачи в односторонне оребренном канале, который подобен каналу, описанному в статье [2], отражено в публикации [5]. В этом исследовании рассмотрена задача о развитом турбулентном течении и

стабилизированном теплообмене при числах Рейнольдса от $5 \cdot 10^4$ до $2 \cdot 10^5$ и числе Прандтля, равном 0,7. Рассмотрен канал прямоугольного сечения с отношением сторон $W/H = 1,5$. Ребра квадратного сечения, расположенные на одной из широких стенок и перегородающие поперечное сечение на 10%, наклонены относительно продольной оси канала на 45° . Для количественной оценки влияния оребрения на течение и теплообмен интегральные параметры (коэффициент гидравлических потерь и число Нуссельта) сравниваются с рассчитанными параметрами развитого течения и стабилизированного теплообмена в гладком канале. Результаты численного моделирования для оребренного канала сопоставлены также с опубликованными экспериментальными данными, полученными в отчасти аналогичных условиях [2]. Наши расчетные данные для коэффициента гидравлических потерь удовлетворительно согласовались с результатами эксперимента. Результаты расчетов для числа Нуссельта отличаются от экспериментальных не более чем на 11%, однако тенденции изменения теплоотдачи с ростом числа Рейнольдса в численном и физическом моделировании получились разными. В эксперименте при изменении числа Re от $1,1 \cdot 10^5$ до $1,8 \cdot 10^5$ коэффициент ϵ_q (в котором числитель – среднее число Nu на гладкой части оребренной стенки, а знаменатель – среднее число Nu в гладком канале) снизился от значения 1,75 до 1,60, а по данным численного моделирования в этом диапазоне чисел Рейнольдса, значение ϵ_q возросло от 1,76 до 1,79.

Настоящая работа продолжает исследования, опубликованные в статье [5], и отражает расширенный анализ результатов численного моделирования задачи пространственно-периодического течения и теплообмена в канале прямоугольного сечения с одной оребренной стенкой (задача та же, как представленная в работе [5]). Здесь рассмотрен расширенный диапазон значений числа Рейнольдса, который охватывает ламинарный ($50 \leq Re \leq 2,0 \cdot 10^3$) и турбулентный ($2,5 \cdot 10^3 \leq Re \leq 8 \cdot 10^6$) режимы. Численное моделирование выполнено с помощью пакета программ ANSYS Fluent 2021 R1.

Постановка задачи

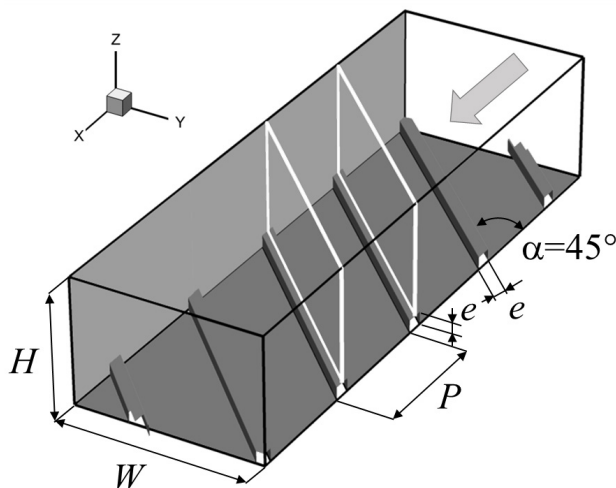


Рис. 1. Изображение модели канала с оребренной стенкой к постановке задачи:

H , W – высота и ширина сечения; P – шаг между ребрами; e – высота и толщина каждого ребра; α – угол установки ребер; контур расчетной области показан светлыми линиями; стрелка указывает направление течения в канале

Канал имеет прямоугольное сечение с отношением сторон $H/W = 1/1,5$ (рис. 1). Поперек одной из широких стенок канала (нижняя на рис. 1) расположены ребра квадратного сечения ($e \times e = 0,1H \times 0,1H$); они лежат периодически, с шагом $P = H$, под углом $\alpha = 45^\circ$ к продольной оси канала x .

В таком канале рассматриваются ламинарные и турбулентные течения среды с числом Прандтля $Pr = 0,7$ и числами Рейнольдса $Re = U_b \cdot D_h / \nu$ (U_b – среднерасходная скорость, D_h – гидравлический диаметр) в диапазоне от 50 до $8 \cdot 10^6$. Теплообмен вынужденной конвекцией в канале происходит вследствие разности среднemasсовой температуры среды T_b и температуры стенок T_w (одинаковой для всех стенок). Свойства среды приняты постоянными.

Считается, что течение в канале развитое, а теплообмен стабилизированный. Для канала постоянного сечения с периодически установленными препятствиями

(ребрами) заявленные свойства течения и теплообмена реализуются при условии пространственной периодичности поля скорости (с шагом P) в направлении оси x (система координат указана на рис. 1):



$$V(x, y, z, t) = V(x + nP, y, z, t) \quad n = 1, 2, \dots \quad (1)$$

В развитии течения падение («потери») давления \hat{p} , осредненного по поперечному сечению, на расстояниях, равных шагу между ребрами, будут одинаковыми:

$$\Delta \hat{p} = \hat{p}(x + nP, t) - \hat{p}[x + (n + 1)P, t] = \beta P = \text{const}. \quad (2)$$

Используя величину $\beta = \Delta \hat{p} / P$, можно ввести локальное модифицированное давление

$$p^*(x, y, z, t) = p(x, y, z, t) + \beta x, \quad (3)$$

для которого условие периодичности будет выражаться так же, как и для скорости:

$$p^*(x, y, z, t) = p^*(x + nP, y, z, t) \quad n = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Для гладкого канала, когда осредненное давление \hat{p} падает линейно, величина β равна $d\hat{p} / dx$.

В задачах теплообмена, при вынужденной конвекции, условие периодичности для поля температуры реализуется существенно различным образом и зависит от тепловых граничных условий. При заданном на стенках удельном тепловом потоке $q_w = \text{const}$ стабилизированному теплообмену соответствует линейное изменение вдоль потока среднemasсовой температуры T_b , поэтому поле температуры преобразуется по аналогии с выражениями (3) и (4):

$$T^*(x, y, z, t) = T(x, y, z, t) - \gamma x, \quad (5)$$

$$T^*(x, y, z, t) = T^*(x + nP, y, z, t) \quad n = 1, 2, \dots, \quad (6)$$

где $\gamma = q_w \Pi / GC$ (Π – периметр канала, G – массовый расход, C – теплоемкость среды); для гладкого канала $\gamma = dT_b / dx$.

При заданном нами условии постоянной температуры стенок T_w формулировка свойства периодичности для температуры усложняется, ввиду экспоненциального стремления среднemasсовой температуры потока $T_b(x)$ к T_w при постоянном значении коэффициента теплоотдачи

$$\alpha = q_w(x) / [T_w - T_b(x)].$$

Этим условиям удовлетворяют следующие соотношения для локальной и среднemasсовой температуры [6]:

$$\frac{T - T_w}{T_b(x) - T_w} = \theta(x, y, z, t), \quad (7)$$

$$\lambda = \frac{d(T_b(x) - T_w) / dx}{T_b(x) - T_w} = \text{const} = \lambda(x). \quad (8)$$

Выражение (7) определяет безразмерную температуру θ , которая для пространственно-периодического течения также является пространственно-периодической функцией:

$$\theta(x, y, z, t) = \theta(x + nP, y, z, t) \quad n = 1, 2, \dots \quad (9)$$

Выражением (8) задается экспоненциальное убывание разности температур $T_b(x) - T_w$ вдоль канала. В выражении (8) постоянное значение логарифмической производной справедливо для гладкого канала, а периодическая функция $\lambda(x)$ – для канала с периодически меняющейся геометрией.

Сформулированные условия периодичности одинаково подходят для описания развитого течения и стабилизированного теплообмена как в каналах с периодическими

изменениями геометрии, так и в гладких каналах. Эти же условия используются при моделировании нестационарных задач, в том числе при моделировании турбулентных течений вихреразрешающими подходами, такими как метод прямого численного моделирования и метод крупных вихрей.

Вычислительные и методические аспекты

Расчетная область включает участок канала (секцию) длиной, равной шагу установки ребер P . На рис. 1 контур расчетной области, имеющей форму косоугольного параллелепипеда, показан светлыми линиями. Во всех режимах свойства среды принимались постоянными. В препроцессоре пакета Fluent средой считался воздух (при атмосферном давлении), имеющий входную среднemasсовую температуру 293 К (число Прандтля $Pr = 0,7$), а температура стенок принималась равной 333 К.

Течения с числом Рейнольдса $Re \leq 2,0 \cdot 10^3$ моделировались как ламинарные. Турбулентные течения при $2,5 \cdot 10^3 \leq Re \leq 3,0 \cdot 10^4$ моделировались методом LES-WALE, при $Re > 3,0 \cdot 10^4$ – методом RANS.

Такое сочетание методов моделирования представляется рациональным с точки зрения использования вычислительных ресурсов и доказательства адекватности полученных результатов.

Методом крупных вихрей LES-WALE (Large Eddy Simulation – Wall-Adapting Local Eddy-viscosity) интегрировались отфильтрованные нестационарные уравнения Навье – Стокса и энергии. Расчеты выполнены с применением метода SIMPLE. Производные по времени вычислялись по неявной схеме второго порядка. Пространственная дискретизация градиентов осуществлялась по схеме Гаусса – Грина, конвективных потоков импульса – по центральной схеме, конвективных операторов уравнения энергии – по противопоточной схеме второго порядка.

Методом RANS (Reynolds-averaged Navier – Stokes) интегрировались осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье – Стокса и энергии для статистически стационарного турбулентного течения. Для определения турбулентных напряжений использована гипотеза Буссинеска, а для турбулентной вязкости – модель турбулентности k - ω SST. Все решения для базовых переменных (p , \mathbf{V} и T) получены со вторым порядком точности по пространственным переменным.

Для всех вариантов расчета ставились следующие граничные условия:

на твердых границах – прилипание и постоянство температуры T_w ;

на входной границе – среднemasсовая температура $T_{b, in}$ и расход воздуха G , который обеспечивает желаемое значение числа Рейнольдса.

В пакете Fluent условия периодичности реализованы по методике, описанной в работе [6].

Все расчеты выполнены на сетках, состоявших из гексаэдральных ячеек. Для расчета ламинарных режимов использована сетка размерностью 585 тыс. ячеек. Расчеты с использованием метода LES-WALE выполнялись на сетке размерностью 4,677 млн. ячеек. Максимальные размеры ячеек в ядре потока в переменных закона стенки (Δ^+) на режиме с числом Рейнольдса $3 \cdot 10^4$ составили 15 безразмерных единиц. Для аккуратного разрешения спектра вихрей в ограниченных стенками течениях требуются сетки с величиной Δ^+ , не превышающей 20. Шаг по времени задавался равным 10^{-4} с, что составляет приблизительно $3 \cdot 10^{-3}$ характерного конвективного времени τ_{conv} ($\tau_{conv} = P/U_b$) на режиме с числом Рейнольдса $3 \cdot 10^4$. Для каждого значения числа Рейнольдса расчеты проведены для промежутка времени не менее $200 \tau_{conv}$. После окончания периода установления, не превышавшего $50 \tau_{conv}$, расчет выполнялся со сбором статистики. Таким образом, осредненные параметры течения были получены за время не менее, чем $150 \tau_{conv}$.

Расчеты с использованием метода RANS выполнялись на сетке размерностью 8,355 млн. ячеек. Подробное обоснование выбора сетки для режимов $Pr = 0,7$ и $Re \geq 10^5$ в гладком и оребренном каналах представлено в нашей статье [5]. Там же показано, что в этом диапазоне режимных параметров на двумерной сетке с такими же параметрами дискретизации, что и в упомянутой пространственной сетке, результаты расчета методом RANS развитого турбулентного течения и стабилизированного теплообмена в канале со всеми гладкими стенками совпадают с данными корреляционных формул Никурадзе [7] и

Петухова – Кириллова [8], с точностью не менее 3% для коэффициента сопротивления и не менее 1,5% для числа Нуссельта.

Коэффициент гидравлического сопротивления ζ рассчитывался по перепаду осредненного давления на входной и выходной границах. Для расчета коэффициента теплоотдачи α и числа Нуссельта Nu использовались локальные и средние удельные тепловые потоки.

Для двух значений числа Рейнольдса, равных $1,5 \cdot 10^5$ и $6,0 \cdot 10^5$, выполнены расчеты с использованием модели турбулентности $k-\omega$ SST, с поправкой на кривизну линий тока (SST-CC) [9]. Провести расчеты с моделью SST-CC удалось, интегрируя нестационарные уравнения Рейнольдса методом URANS (Unsteady RANS). Причиной нестационарности стало резкое уменьшение турбулентной вязкости ν_t с введением поправки на кривизну линий тока: при значении $Re = 1,5 \cdot 10^5$ среднеобъемная величина ν_t уменьшилась в 4 раза, а при $Re = 6 \cdot 10^5$ – в 2,7 раза. Вместе с тем осредненные по времени значения коэффициента сопротивления и числа Нуссельта, полученные с помощью модели SST-CC, незначительно отличались от значений, полученных методом RANS с моделью SST без поправки. Для значений коэффициента ζ и числа Nu (они будут представлены далее, см. табл. 3), получено такое расхождение: для ζ – 2,0%, для Nu – 0,3% (при $Re = 1,5 \cdot 10^5$); для ζ – 2,0%, для Nu – 3,0% (при $Re = 6,0 \cdot 10^5$). Такие отличия были признаны достаточно малыми, для того чтобы отдать предпочтение методике RANS без учета поправки в модели SST вместо гораздо более ресурсозатратной методики URANS с моделью SST-CC.

Анализ результатов

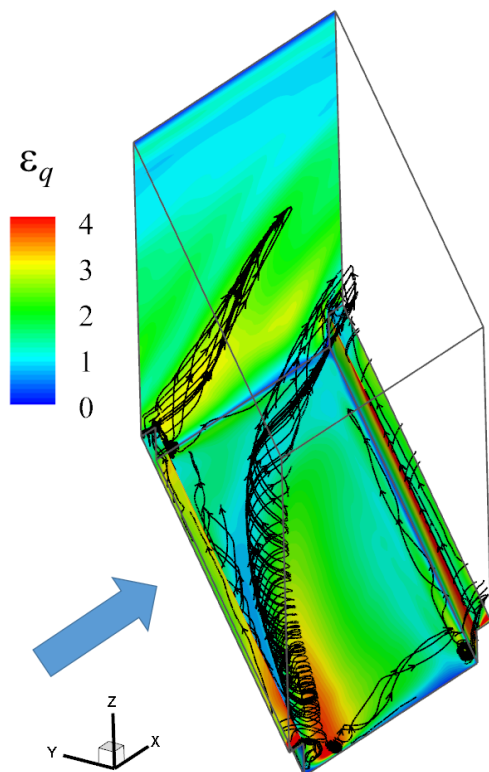


Рис. 2. Статистически осредненная картина течения, рассчитанная методом LES-WALE ($Re = 2 \cdot 10^4$).

Линии тока (черного цвета) нанесены на поверхности вихревых трубок.

Окраска стенок канала соответствует цветовой шкале локальной величины коэффициента интенсификации теплоотдачи $\varepsilon_q = q_w/q_{w, sm}$. Стрелка указывает направление расходного течения

Рис. 2 и 3 представляют картины течения в диапазоне значений числа Рейнольдса, охватывающем ламинарный режим течения ($Re = 10^3$, рис. 3, a, d, g) и турбулентный режим при умеренном ($Re = 2 \cdot 10^4$, см. рис. 2 и 3, b, e, h) и повышенном ($Re = 2 \cdot 10^6$, рис. 3, c, f, i) значениях числа Рейнольдса. На рис. 3 вид поперечного сечения дан в направлении расходного течения (направление на рис. 2 показано стрелкой). Следует отметить, что на рис. 3 показано только одно поперечное сечение оребренного канала, и на протяжении межреберного шага картины течения в разных поперечных сечениях будут разными. Однако общие свойства течения можно проиллюстрировать, пользуясь только одним сечением. Решение для ламинарного режима получено численным интегрированием стационарных уравнений Навье – Стокса. Нестационарное решение для $Re = 2 \cdot 10^4$ получено методом LES-WALE, а на рис. 2 и 3, b показаны картины для величин, статистически осредненных во времени. Стационарное решение для $Re = 2 \cdot 10^6$ получено методом RANS. Скорости на рис. 3 нормированы на средне-массовую скорость U_b , температура θ – по формуле (7).

Рис. 2 показывает крупномасштабный вихрь, который играет основную роль в интенсификации теплоотдачи в оребренных каналах (эта роль признается во многих публикациях; см., например, работы [1, 2]).

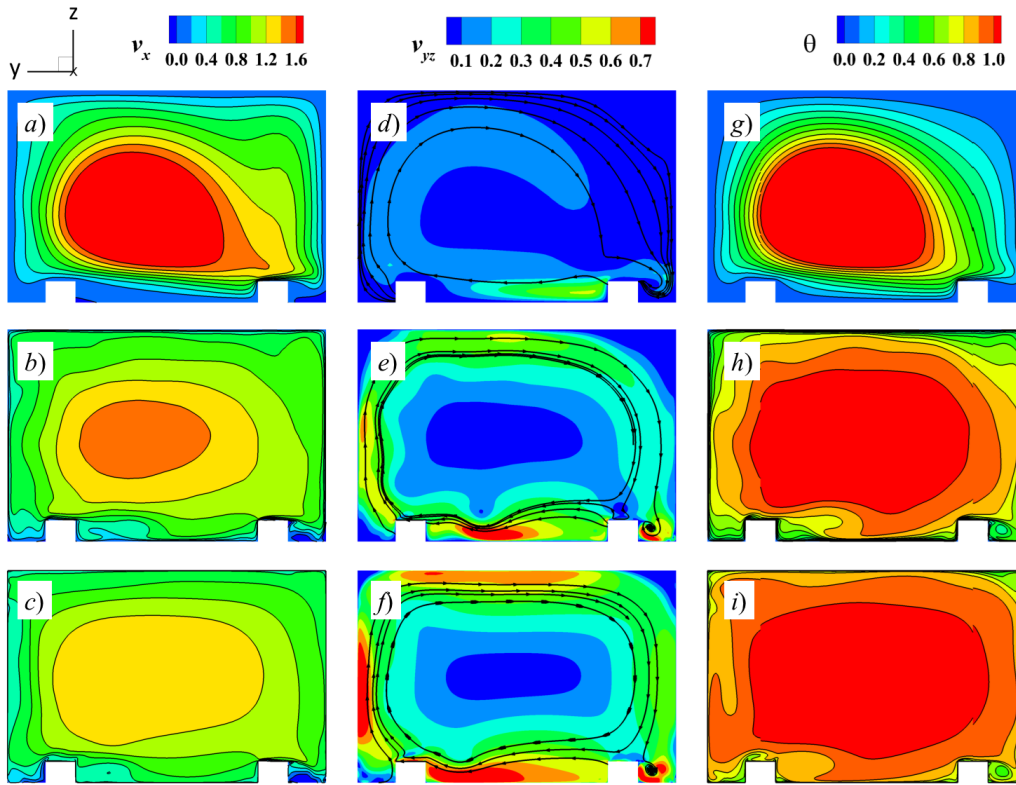


Рис. 3. Распределения температуры θ (g, h, i) и компонент скорости ($a - f$) в поперечном сечении канала (вид в направлении течения); показаны продольная компонента скорости v_x (a, b, c), модуль поперечной скорости $|v_{yz}|$ и линии тока (черного цвета) (d, e, f). Расчетные режимы, $Re: 10^3$ (a, d, g), $2 \cdot 10^4$ (b, e, h), $2 \cdot 10^6$ (c, f, i)

Такой вихрь (назовем его кромочным) образуется вследствие срыва потока с задней кромки верхней грани ребра в той его части, которая раньше других встречает набегающий поток. В межреберном промежутке кромочный вихрь располагается наискось вдоль длинной диагонали параллелограмма, очерченного ребрами и боковыми стенками. Это позволяет назвать кромочный вихрь также диагональным. На рис. 2 видны другие, относительно слабые вихри, расположенные вдоль верхней кромки ребра и вблизи каждого из пересечений оребренной стенки с поверхностями боковых стенок и ребер. Кроме того, рис. 2 ясно демонстрирует, что под диагональным вихрем на гладкой части оребренной стенки появляется область четырехкратного превышения теплоотдачи. На неоребренной боковой стенке видны области трехкратного превышения теплоотдачи, появление которых связано с приближением диагонального вихря.

На рис. 3, d, e, f представлены распределения модуля поперечных компонент скорости $|v_{yz}| = (v_y^2 + v_z^2)^{0.5}$ и линии тока в поле поперечной скорости. Общим для всех режимов является формирование в оребренном канале течения, закрученного по часовой стрелке, которое мы назовем продольным вихрем. Он формируется наклоном ребер относительно продольного течения. Ребра выступают здесь в роли лопаток-завихрителей. Расположение ребер на периферии потока приводит к тому, что скорости поперечного течения достигают максимальных значений вблизи стенок и снижаются по мере приближения к центру поперечного сечения. В уровень интенсивности продольного вихря вносят свой вклад и диагональные вихри, имеющие то же направление продольной (x компоненты) закрутки.

На рис. 2 видно, как под действием продольного вихря сгенерированный ребром диагональный вихрь распространяется одновременно вдоль и вверх по боковой стенке. Следы диагональных вихрей, можно различить (см. рис. 3) на боковых стенках и верхней неоребренной стенке по деформации изолиний скорости и пятнам пониженной температуры вблизи этих стенок.

Величина максимальной поперечной скорости сильно зависит от числа Рейнольдса (см. рис. 3): в ламинарном режиме она составляет приблизительно $0,1U_b$, в турбулентных режимах – $(0,4 - 0,5)U_b$ при $Re = 2 \cdot 10^4$ и $(0,6 - 0,7)U_b$ при $Re = 2 \cdot 10^6$. Для периодического течения, сформировавшегося под влиянием большого числа ребер на участке установления течения, сам по себе продольный вихрь не оказывает влияния на интенсификацию теплоотдачи; он лишь деформирует поле продольной скорости и через эту деформацию и свое влияние на распространение кромочного, диагонального вихря участвует в формировании уровня интенсификации теплоотдачи.

Распределения продольной скорости (см. рис. 3, *a, b, c*) показывают, что ребра и создаваемая ими система крупных, статистически стационарных вихрей способствуют сильной неравномерности продольной скорости для показанных режимов течения. Неравномерность выражается в том, что продольная скорость в ядре потока оребренного канала выше, чем в гладком канале, а часть проходного сечения, занимаемая ядром, – меньше. Такой же вывод можно сделать, если проанализировать распределения температуры (см. рис. 3, *g, h, i*).

На рис. 4 показаны значения коэффициента гидравлического сопротивления секции оребренного канала (ζ) в зависимости от числа Рейнольдса.

Коэффициент ζ определен следующим образом:

$$\zeta = 2(\langle p_2 \rangle - \langle p_1 \rangle) / \rho U_b^2,$$

где $\langle p_2 \rangle$ и $\langle p_1 \rangle$ – средние давления на входной и выходной плоскостях потока, соответственно.

Линиям 1 и 2 отвечают, соответственно, степенные функции

$$\zeta_1 = 26,0 \cdot Re^{-0,787}, \quad \zeta_2 = 0,456 \cdot Re^{-0,169}.$$

Видно, что при $Re \leq 4 \cdot 10^4$ обе зависимости коэффициента гидравлического сопротивления от числа Re несколько слабее, чем у гладкого канала, для которого в ламинарном режиме

$$\zeta_{sm} = 60,65 \cdot (P/D_h) Re^{-1} = 50,30 Re^{-1},$$

а в турбулентном режиме [11] –

$$\zeta_{sm} \propto (P/D_h) Re^{-0,25},$$

где отношение $P/D_h = 1/1,2$.

Такое поведение зависимости $\zeta(Re)$ для оребренного канала обусловлено формированием сложной крупномасштабной вихревой структуры, которая уподобляет развитое течение в оребренном канале течениям в местных сопротивлениях. Начиная с значения $Re \approx 5 \cdot 10^4$, величина коэффициента ζ постепенно приближается к предельному значению 0,06 при $Re \geq 4 \cdot 10^6$. Значение $Re = 4 \cdot 10^6$ можно принять за начальное для не зависящего от числа Рейнольдса режима сопротивления, существующего в развитом турбулентном течении по односторонне оребренному каналу с прямоугольным сечением и прочими геометрическими параметрами, описанными при постановке задачи.

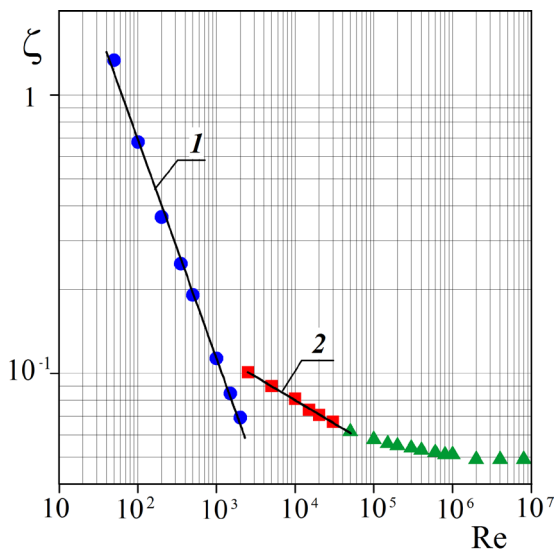


Рис. 4. Расчетные (символы) и аппроксимирующие (линии 1, 2) зависимости коэффициента гидравлического сопротивления от числа Рейнольдса для ламинарного (линия 1 и круглые символы) и турбулентного (линия 2, квадраты и треугольники) режимов.

Для расчетов использованы методы LES-WALE (красные квадраты) и RANS (зеленые треугольники)

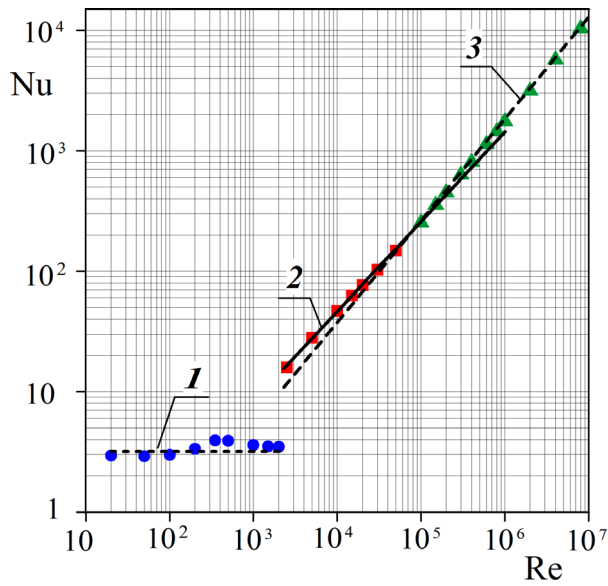


Рис. 5. Зависимости числа Нуссельта от числа Рейнольдса для ламинарного (синие круглые символы) и турбулентного (красные квадраты и зеленые треугольники для методов LES-WALE и RANS, соответственно) режимов; линии 2, 3 – аппроксимации расчетных данных, полученных указанными методами, соответственно; линия 1 – $Nu_{sm} = 3,17$

Таблица 1

Расчетные зависимости параметров сопротивления и теплоотдачи от числа Рейнольдса в секции оребренного канала (ламинарный режим течения)

Re	Значение параметра			
	ζ	ε_p	Nu	ε_q
50	1,33	1,19	2,92	0,92
100	0,68	1,37	3,00	0,95
200	0,37	1,59	3,35	1,06
350	0,25	1,79	3,94	1,24
500	0,19	1,94	3,92	1,24
1000	0,11	2,24	3,60	1,14
1500	0,09	2,45	3,50	1,10
2000	0,07	2,60	3,49	1,10

Обозначения: ζ – коэффициент гидравлического сопротивления; $\varepsilon_p, \varepsilon_q$ – коэффициенты интенсификации сопротивления и теплоотдачи; Nu, Re – числа Нуссельта и Рейнольдса.

На рис. 5 показаны зависимости числа Нуссельта от числа Рейнольдса. Число Нуссельта определено как

$$Nu = \langle \alpha \rangle D_h / \lambda,$$

где λ , Вт/(м·К), – коэффициент теплопроводности; $\langle \alpha \rangle = Q/[S \cdot (T_b - T_w)]$, Вт/(м²·К), – средний коэффициент теплоотдачи (Q , Вт, – подведенный тепловой поток; S , м², – площадь омываемой поверхности). Символы имеют такой же смысл, как на рис. 4. Линия 1 – постоянное значение числа Нуссельта $Nu_{sm} = 3,17$ для ламинарного течения и стабилизированной теплоотдачи при условии $T_w = \text{const}$ в гладком канале того же сечения ($H/W = 1/1,5$), что и оребренный канал. Линия 2 – аппроксимация данных, полученных методом LES-WALE, функцией $0,0490Re^{0,744}$; линия 3 – аппроксимация данных, полученных методом RANS, функцией $0,0158Re^{0,844}$.

В ламинарном режиме зависимость числа Нуссельта от числа Рейнольдса немонотонна. В табл. 1 представлены данные для рассчитанных вариантов ламинарного течения. Из таблицы следует, что при самом малом значении Re число Нуссельта в оребренном канале на 8 % меньше, чем в гладком. Затем с ростом числа Re теплоотдача возрастает и в интервале $350 < Re < 500$ достигает максимальных значений, превосходящих теплоотдачу в гладком канале на 24 %. Затем интенсификация теплоотдачи ε_q в верхнем диапазоне ламинарных значений Re снижается до 10 %. Коэффициент сопротивления ζ в зависимости от числа Re монотонно убывает, при этом его значение относительно коэффициента сопротивления гладкого канала увеличивается с 1,19 до 2,6 (коэффициент ε_p).

В турбулентном режиме зависимости $Nu(Re)$ монотонны во всем диапазоне чисел Рейнольдса. Если учесть, что для гладких каналов в турбулентном режиме для числа Прандтля $Pr \approx 1$ число Нуссельта следует соотношению $Nu_{sm} = 0,023Re^{0,8}$, то можно заключить, что аппроксимирующие зависимости теплоотдачи от числа Рейнольдса в турбулентном режиме для оребренного канала (зависимости вида $Nu = A \cdot Re^n$, представленные линиями 2 и 3 на рис. 5) подобны зависимостям для гладкого канала. В оребренном канале при $Re < 10^5$ зависимость



числа Nu от Re, по сравнению с гладким каналом, несколько слабее ($n = 0,744$), но коэффициент в степенной формуле больше: $A = 0,0490$, а для $Re > 10^5$ зависимость от Re сильнее ($n = 0,844$), но коэффициент меньше: $A = 0,0158$. При $Re = 10^5$ разница значений чисел Нуссельта, полученных по обеим зависимостям, менее 2 %. При больших и меньших значениях числа Рейнольдса разница значений становится больше.

Таблица 2

Расчетные зависимости параметров сопротивления и теплоотдачи от числа Рейнольдса в секции оребренного канала (турбулентный режим течения, метод LES-WALE)

Re	Значение параметра							
	ζ	ε_p	Nu	ε_q	Nu ₁	ε_{q1}	Nu ₂	ε_{q2}
2500	0,101	3,21	160	2,62	23,7	3,89	18,6	3,05
5000	0,090	3,30	28,4	2,06	37,6	2,73	33,1	2,41
10000	0,081	3,44	46,8	1,78	60,0	2,28	54,7	2,08
15000	0,074	3,45	62,7	1,68	79,4	2,12	71,5	1,91
20000	0,071	3,49	77,0	1,62	96,4	2,03	86,2	1,81
30000	0,067	3,57	103	1,56	128	1,92	113	1,71

Обозначения: Nu₁, Nu₂ – числа Нуссельта, найденные по среднему коэффициенту теплоотдачи, с учетом и без учета поверхности ребер на оребренной стенке. Коэффициенты ε_{q1} и ε_{q2} соответствуют числам Нуссельта Nu₁, Nu₂ (см. также текст).

Количественные данные расчетов, относящихся к сопротивлению и теплоотдаче при турбулентном течении в оребренном канале, представлены в табл. 2 (метод LES-WALE) и табл. 3 (метод RANS). В табл. 2 число Nu определено так, как было указано в комментарии к рис. 5, числа Nu₁ и Nu₂ были определены по средним коэффициентам теплоотдачи с включением и исключением поверхности ребер на оребренной стенке, соответственно. Значения коэффициентов увеличения сопротивления ε_p и интенсификации теплоотдачи (ε_q , ε_{q1} и ε_{q2}) были получены как отношения коэффициентов сопротивления ζ/ζ_{sm} и чисел Нуссельта Nu/Nu_{sm}, Nu₁/Nu_{sm} и Nu₂/Nu_{sm}, в которых коэффициент ζ_{sm} найден с использованием формулы Никурадзе [7]:

$$\lambda_{sm} = 0,0032 + 0,2210/Re^{0,237}, \zeta_{sm} = (P/D_h)\lambda_{sm}, P/D_h = 0,83,$$

а Nu_{sm} – по формуле Гнелинского для $Re \leq 3 \cdot 10^4$ [10]:

$$Nu_{sm} = \frac{(\lambda_{sm}/8)(Re-1000)Pr}{1+12,7(\lambda_{sm}/8)^{1/2}(Pr^{2/3}-1)}$$

и по формуле Петухова – Кириллова для $Re > 3 \cdot 10^4$ [8]:

$$Nu_{sm} = \frac{(\lambda_{sm}/8)RePr}{1+900/Re+12,7(\lambda_{sm}/8)^{1/2}(Pr^{2/3}-1)}$$

В формулах Гнелинского и Петухова – Кириллова коэффициент трения λ_{sm} рассчитывался по формуле Никурадзе.

В табл. 2 обращает на себя внимание детализация данных о теплоотдаче на оребренной стенке. Такая детализация для данных, полученных именно методом LES-WALE, пред-

Таблица 3

Расчетные зависимости параметров сопротивления и теплоотдачи от числа Рейнольдса в секции оребренного канала (турбулентный режим течения, метод RANS)

Re, 10 ⁵	Значение параметра					
	ζ	ζ_{sm}	ε_p	Nu	Nu _{sm}	ε_q
0,5	0,063	0,0174	4,35	149	104	1,43
1,0	0,059	0,0150	4,00	265	179	1,48
1,5	0,057	0,0138	5,05	371	245	1,51
2,0	0,056	0,0130	5,25	473	309	1,53
3,0	0,055	0,0120	5,54	664	426	1,56
4,0	0,054	0,0114	5,72	844	539	1,57
6,0	0,053	0,0106	6,04	1187	746	1,59
8,0	0,052	0,0101	6,26	1514	946	1,60
10,0		0,0097	6,49	1831	1131	1,62
20,0	0,050	0,0087	7,02	3300	2016	1,64
40,0		0,0075	8,01	5960	3465	1,72
80,0		0,0067	9,00	10833	6126	1,77

Обозначения: ζ_{sm} – коэффициент гидравлического сопротивления в гладком канале; Nu_{sm} – число Нуссельта для развитого течения и стабилизированной теплоотдачи в гладком канале того же сечения, что у канала с оребренной стенкой.

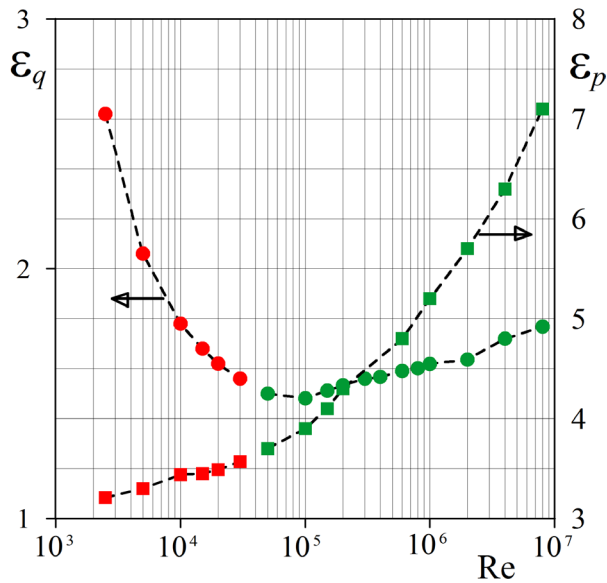


Рис. 6. Зависимости коэффициентов увеличения сопротивления ε_p (квадраты) и интенсификации теплоотдачи ε_q (кружки) от числа Рейнольдса для турбулентных течений, полученные методами LES-WALE (символы красного цвета) и RANS (символы зеленого цвета)

ставилась нам уместной, поскольку вихре-разрешающий подход позволяет с большей достоверностью предсказывать локальные и с ними локально-осредненные характеристики теплоотдачи.

На рис. 6 показаны зависимости коэффициентов ε_p и ε_q от числа Рейнольдса в режиме турбулентных течений, определенные по результатам моделирования методами LES-WALE и RANS. Коэффициент ε_p увеличивается с повышением числа Рейнольдса, что типично для пассивных интенсификаторов теплоотдачи. Поведение кривой для существенно меньшего коэффициента ε_q примечательно: вплоть до значения $Re \approx 10^5$ величина ε_q уменьшается с повышением числа Re, а далее, при $Re > 10^5$, ε_q возрастает при повышении числа Рейнольдса. Действительно, в экспериментах, которые проводят со сравнительно короткими оребренными каналами при числах $Re \approx 10^4 - 10^5$, неоднократно отмечалось снижение величины ε_q с повышением числа Рейнольдса [2], и это свойство зависимости ε_q от числа Re распространяется исследователями на весь диапазон чисел Рейнольдса.



В рассматриваемой нами задаче сформировавшегося периодического течения и развитого теплообмена получается, что при $Re > 10^5$ величина ε_q монотонно растет, начиная со значения, приблизительно равного 1,5. В большей части исследованного нами диапазона значений числа Re значение ε_q можно принять равным в среднем 1,6, и только при малых (меньших, чем 10^4) значениях Re величина ε_q возрастает до 2,6 на границе турбулентного режима.

Заключение

Выполнены систематические расчеты ламинарного и турбулентного течения и теплообмена при вынужденной конвекции несжимаемой среды с числом Прандтля, равным 0,7, в канале прямоугольного сечения $W \times H = 1,5 \times 1,0$ с одной стенкой шириной W , на которой для интенсификации теплоотдачи установлены прямые ребра сечением $0,1H \times 0,1H$. Ребра расположены периодически, с шагом, равным высоте сечения H , под углом 45° к продольной оси канала. В расчетах приняты условия развитого течения и стабилизированного теплообмена с периодическими полями скорости, турбулентных характеристик и нормированной температуры θ .

Решения получены для стационарных ламинарных режимов и статистически стационарных турбулентных режимов.

Значимость полученных решений заключается в их «универсальном» характере, который определен зависимостью результатов только от геометрии оребренного канала, а также расхода и свойств протекающей среды (чисел Re и Pr). В этом отношении их можно использовать в качестве твердо установленного ориентира при оценке и систематизации экспериментальных и расчетных данных, полученных для оребренных каналов различной длины и с различными (не всегда до конца определенными) входными и выходными условиями.

В ламинарном режиме принятая геометрия оребрения канала оказывается неэффективной для интенсификации теплоотдачи. В турбулентном режиме поведение количественной характеристики эффективности оребрения ε_q является немонотонным, с минимумом при $Re \approx 10^5$. В турбулентном режиме величина ε_q принимает наибольшие значения при $Re \leq 10^4$.

Результаты проведенного исследования получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (www.spbstu.ru).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Han J.-C., Dutta S., Ekkad S. Gas turbine heat transfer and cooling technology. 2nd Edition. London, New York: CRC Press, Taylor&Francis Group, 2013. 865 p.
2. Baybuzenko I. Local heat transfer and friction measurements in ribbed channel at high Reynolds numbers // Proceedings of the ASME Turbo Expo 2021: Turbomachinery Technical Conference & Exposition. Vol. 5B: Heat Transfer – General Interest; Internal Air Systems; Internal Cooling. Virtual, online. June 7–11, 2021. Paper No: GT2021-00259, V05BT13A001. ASME.
3. Taslim M. E., Lui H. A combined numerical and experimental study of heat transfer in a roughened square channel with 45° ribs // International Journal of Rotating Machinery. 2005. Vol. 2005. No. 1. Pp. 60–66.
4. Bunker R. S., Osgood S. J. The effect of turbulator lean on heat transfer and friction in a square channel // Proceedings of the ASME Turbo Expo 2003, collocated with the 2003 International Joint Power Generation Conference. Vol. 5: Turbo Expo 2003. Parts A and B. Paper No: GT2003-38137. Atlanta, Georgia, USA. June 16–19, 2003. Pp. 55–62. ASME.
5. Рис В. В., Галаев С. А., Левченя А. М., Писаревский И. Б. Численное исследование развитого турбулентного течения и теплоотдачи в канале прямоугольного сечения с односторонним внутренним оребрением // Теплоэнергетика. 2024. № 2. С. 80–89.
6. Patankar S. V., Liu C. H., Sparrow E. M. Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise-periodic variations of cross-sectional area // Journal of Heat Transfer. 1977. Vol. 99. No. 2. Pp. 180–186.

7. Лойцянский Л. Г. *Механика жидкости и газа*. 7-е изд. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
8. Петухов Б. С., Кириллов В. В. К вопросу о теплообмене при турбулентном течении жидкости в трубах // *Теплоэнергетика*. 1958. № 4. С. 63–68.
9. Smirnov P. E., Menter F. R. Sensitization of the SST turbulence model to rotation and curvature by applying the Spalart – Shur correction term // *Journal of Turbomachinery*. 2009. Vol. 131. No. 4. P. 041010.
10. Bergman T. L., Lavine A. S., Incropera F. P., DeWitt D. P. *Fundamentals of heat and mass transfer*. 7th Edition. Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 2011. 1076 p.
11. Munson B. R., Rothmayer A. P., Okiishi T. H., Huebsch W. W. *Fundamentals of fluid mechanics*. 7th Edition. Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 2013. 796 p.

REFERENCES

1. Han J.-C., Dutta S., Ekkad S., *Gas turbine heat transfer and cooling technology*, 2nd Ed. CRC Press, Taylor&Francis Group, London, New York, 2013.
2. Baybuzenko I., Local heat transfer and friction measurements in ribbed channel at high Reynolds numbers, Proc. ASME Turbo Expo 2021: Turbomach. Techn. Conf. & Exposition, Vol. 5B: Heat Transfer – General Interest; Internal Air Systems; Internal Cooling. Virtual, online. June 7–11, 2021. P. GT2021-00259, V05BT13A001. ASME.
3. Taslim M. E., Lui H., A combined numerical and experimental study of heat transfer in a roughened square channel with 45° ribs, *Int. J. Rotating Mach.* 2005 (1) (2005) 60–66.
4. Bunker R. S., Osgood S. J., The effect of turbulator lean on heat transfer and friction in a square channel, Proc. ASME Turbo Expo 2003, collocated with the 2003 Int. Joint Power Generation Conf. Vol. 5: Turbo Expo 2003. Parts A and B. P. GT2003-38137, Atlanta, Georgia, USA, June 16–19, ASME (2003) 55–62.
5. Ris V. V., Galaev S. A., Levchenya A. M., Pisarevskii I. B., Numerical investigation of a developed turbulent flow and heat transfer in a rectangular channel with single-sided internal ribs, *Therm. Eng.* 71 (2) (2024) 167–175.
6. Patankar S. V., Liu C. H., Sparrow E. M., Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise-periodic variations of cross-sectional area, *J. Heat Transfer*. 99 (2) (1977) 180–186.
7. Loitsianskii L. G., *Mekhanika zhidkosti i gaza [Mechanics of liquids and gases]*, 7-th edition, Drofa Publishing, Moscow, 2003 (in Russian).
8. Petukhov B. S., Kirillov V. V., К вопросу о теплообмене при турбулентном течении жидкости в трубках [On the issue of heat transfer in turbulent fluid flow in pipes], *Теплоэнергетика [Heat-and-Power Engineering Journal]* (4) (1958) 63–68 (in Russian).
9. Smirnov P. E., Menter F. R., Sensitization of the SST turbulence model to rotation and curvature by applying the Spalart – Shur correction term, *J. Turbomach.* 131 (4) (2009) 041010.
10. Bergman T. L., Lavine A. S., Incropera F. P., DeWitt D. P., *Fundamentals of heat and mass transfer*. 7th Ed. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, USA, 2011.
11. Munson B. R., Rothmayer A. P., Okiishi T. H., Huebsch W. W., *Fundamentals of fluid mechanics*. 7th Ed. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, USA, 2013.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

РИС Владимир Вольдемарович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, директор научно-образовательного центра «Компьютерные технологии в аэродинамике и теплотехнике» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

vvris@yandex.ru

ORCID: 0000-0003-1084-1180

ГАЛАЕВ Сергей Александрович – кандидат технических наук, доцент Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
galaev@spbstu.ru
ORCID: 0000-0001-7964-0200

ЛЕВЧЕНЯ Александр Михайлович — кандидат физико-математических наук, доцент Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
levchenya_am@spbstu.ru
ORCID: 0000-0002-8514-6732

THE AUTHORS

RIS Vladimir V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
vvrisk@yandex.ru
ORCID: 0000-0003-1084-1180

GALAEV Sergey A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
galaev@spbstu.ru
ORCID: 0000-0001-7964-0200

LEVCHENYA Alexander M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
levchenya_am@spbstu.ru
ORCID: 0000-0002-8514-6732

*Статья поступила в редакцию 22.04.2024. Одобрена после рецензирования 23.05.2024.
Принята 02.10.2024.*

Received 22.04.2024. Approved after reviewing 23.05.2024. Accepted 02.10.2024.