

Математическое моделирование физических процессов

Научная статья

УДК 621.412

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.17402>

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ДВУМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В РОТОРНО-ЛОПАСТНОМ ДВИГАТЕЛЕ С ВНЕШНИМ ПОДВОДОМ ТЕПЛА

В. Ю. Коёкин , **С. В. Булович**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Россия

 koiokin@mail.ru

Аннотация. С целью математического описания и анализа характеристик роторно-лопастного двигателя с внешним подводом тепла (РЛДВПТ), рассмотрена двумерная модель этого механизма. Численное моделирование учитывало движение рабочих камер двигателя и изменение их формы. В случае контакта рабочей камеры с окнами газораспределения в корпусе двигателя происходило либо перемещение рабочего тела в теплообменные аппараты, либо наполнение рабочей камеры газом. Подробно исследовано формирование и развитие структуры струйного течения в массообменном процессе двигатель – теплообменник. Процесс теплообмена в горячем и холодном теплообменниках двигателя моделировали при помощи коэффициента объемной теплоотдачи, учитывали также гидравлическое сопротивление этих устройств. Результаты исследования процессов тепло- и массообмена в РЛДВПТ были представлены в виде циклограмм и индикаторных диаграмм. Проведено сравнение с соответствующими результатами, полученными упрощенным способом – методом узловых значений функций.

Ключевые слова: роторно-лопастной двигатель с внешним подводом тепла, математическое моделирование, численное интегрирование

Для цитирования: Коёкин В. Ю., Булович С. В. Математическое моделирование в двумерной постановке термогазодинамических процессов в роторно-лопастном двигателе с внешним подводом тепла // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2024. Т. 17. № 4. С. 20–33. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.17402>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.17402>

2D-STATEMENT SIMULATION OF THERMOGASDYNAMIC PROCESSES IN A ROTARY-BLADE ENGINE WITH EXTERNAL HEAT SUPPLY

V. Yu. Koyokin , **S. V. Bulovich**

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

 koiokin@mail.ru

Abstract. To analyze the characteristics of a rotor-blade engine with external heat supply, a 2D model of this mechanism is considered. The simulation took into account the movement of

the working chambers of the engine and the change in their shape. When the chamber came into contact with the gas distribution windows, either gas was transferred to the heat exchangers or the chamber was filled with gas. The formation and development of the jet flow structure in the mass transfer process of an engine – heat exchanger was investigated. The heat transfer process in the engine heat exchangers was modeled using the volumetric heat transfer coefficient, and their hydraulic resistance was also taken into account. The results of the study of heat and mass transfer processes in the engine were presented in the form of cyclograms and indicator diagrams. A comparison was made with the results obtained using the nodal value method.

Keywords: rotary-blade engine with external heat supply, simulation, numerical integration

For citation: Koyokin V. Yu., Bulovich S. V., 2D-statement simulation of thermogas-dynamic processes in a rotary-blade engine with external heat supply, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 17 (4) (2024) 20–33. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.17402>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

В настоящее время во многих областях транспорта, техники и производства продукции используются двигатели внутреннего сгорания (ДВС). Начиная с конца XIX века, с момента появления машин, работающих по циклу Отто и циклу Дизеля, весь технический прогресс был направлен на совершенствование конструкций, в которых топливная смесь сгорает непосредственно в рабочей камере.

Однако современные тенденции развития энергетики направлены на поиск нетрадиционных источников энергии. Такое обстоятельство побуждает вернуться к предшественникам ДВС: двигателям с внешним подводом тепла (ДВПТ). Развитие науки о материалах и предложение принципиально новых конструкций ДВПТ позволяют рассматривать двигатели данного типа как основную, наиболее эффективную альтернативу ДВС. В отличие от ДВС, которые, как правило, работают на одном конкретном топливе, двигатели с внешним подводом тепла не имеют жесткой привязки к источнику тепловой энергии, и в перспективе могут использоваться совместно с атомным источником энергии или получать тепловую энергию от Солнца. В будущем такая особенность может заметно сократить потребление невозобновляемых источников энергии и сыграть большую роль в разрешении энергетического кризиса, связанного с истощением ресурсов.

Наиболее распространенным из двигателей с внешним подводом тепла является двигатель Стирлинга. Этот двигатель имеет богатую историю развития и совершенствования; на данный момент он применяется во многих сферах жизнедеятельности человека [1].

В данной работе рассматривается роторно-лопастной двигатель с внешним подводом тепла (РЛДВПТ) [2]. Как этот, так и двигатель Стирлинга имеют замкнутые термодинамические циклы и простые аналогичные принципы работы, которые заключаются в преобладании механической работы, получаемой при расширении нагретого газа, над работой, затрачиваемой на сжатие холодного газа.

Схематическое изображение РЛДВПТ приведено на рис. 1,а. Конструкция двигателя представляет собой замкнутый цилиндрический корпус с четырьмя камерами 1 – 4. В начальном положении, показанном на рисунке, и на момент начала каждого следующего цикла работы, камеры 1, 3 имеют максимальный объем, камеры 2, 4 – минимальный. В процессе работы изменение объема рабочих камер происходит за счет вращения лопастных пар 7, 9 и 8, 10 с переменным значением угловой скорости, что приводит к их колебательному движению относительно друг друга. Через окна, расположенные на ободе корпуса, происходит коммутация рабочих камер с горячим (5) и холодным (6) теплообменниками. Размер и положение, например окна входа в нагреватель, определяется двумя углами, обозначенными на рисунке как β_{11} и β_{12} . По такому же принципу задано положение и остальных окон газообмена двигателя с теплообменными аппаратами. Ψ_l – размер лопасти по угловой координате, Ψ_{\min} – минимальный угол сближения лопастей.

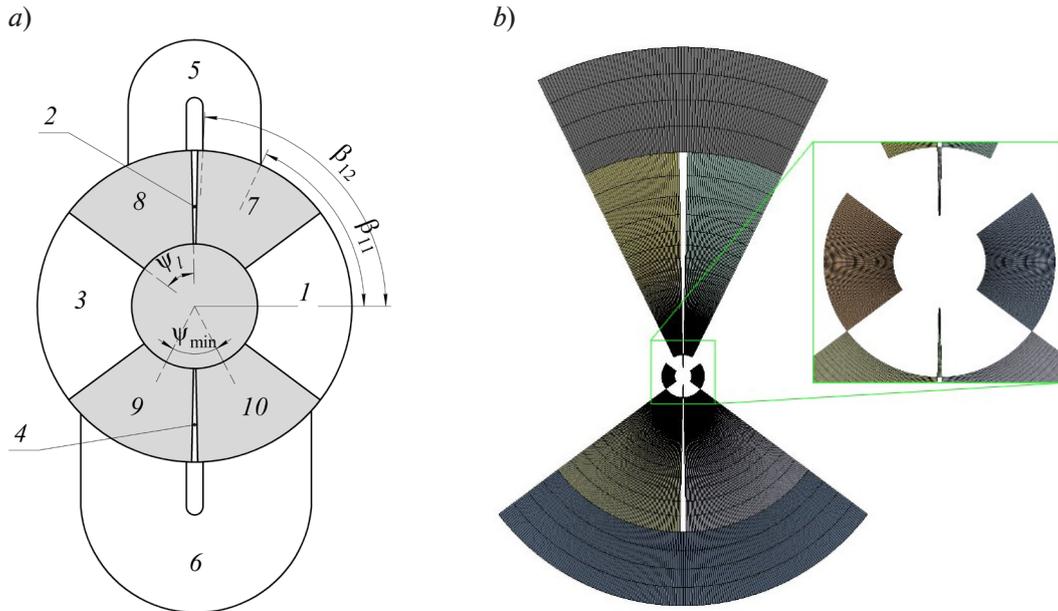


Рис. 1. Схема роторно-лопастного двигателя (а) и расчетная область с элементами дискретизации (b):

1-4 – камеры; 5, 6 – соответственно горячий и холодный теплообменники; 7-9 и 8-10 – лопастные пары; Ψ_l – размер лопасти по угловой координате; Ψ_{\min} – минимальный угол сближения лопастей; β_{11}, β_{12} – углы, определяющие размер и положение окна входа в нагреватель

На рис. 1, b приведена расчетная область, которая использована для численного интегрирования системы уравнений Навье – Стокса методом контрольного объема. Вычисления проводились в двумерной постановке (использована структурированная сетка с четырехугольными элементами).

Применение в конструкции двигателя кулачкового механизма для управления скоростью движения лопасти, разработанного специально для него [3], обеспечивает хорошее равновесие всех деталей и низкий уровень вибраций. Такой механизм преобразования вращения вала с постоянной угловой скоростью в знакопеременное ускоренное движение лопастных пар приводит к следующему закону изменения положения торцевых плоскостей, которые ограничивают камеру I:

$$\begin{aligned} \varphi_1(\alpha) &= \alpha - \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} + \left(\frac{\pi}{2} - \Psi_{\min} \right) \cos(2\alpha) - \Psi_l \right], \\ \varphi_2(\alpha) &= \alpha + \frac{1}{2} \left[\frac{\pi}{2} + \left(\frac{\pi}{2} - \Psi_{\min} \right) \cos(2\alpha) - \Psi_l \right], \end{aligned} \quad (1)$$

где α – угловая координата поворота вала; φ_1, φ_2 – положения задней и передней торцевых плоскостей камеры I, соответственно.

Положение торцевых плоскостей остальных камер также однозначно определяется, если учесть, что камеры по углу поворота вала сдвинуты друг относительно друга на угол $\pi/2$.

Проектирование и расчет характеристик двигателя представляет собой поэтапный процесс, развитие которого заключается в постепенном усложнении математических моделей с целью учета большего количества явлений и полноты их описания. В частности, авторами работы [4] приводится иерархия и краткое описание моделей для расчета характеристик двигателя Стирлинга, которые могут быть применены и для описания процессов в РЛД.

Отправной точкой в математическом моделировании периодического процесса служит индикаторная диаграмма, которая нашла широкое применение для поршневых механизмов. В монографии [5] представлен вид идеального термодинамического цикла РЛДВПТ, на основе которого проводится первичный расчет характеристик двигателя. Идеализация



процессов тепло- и массообмена существенно упрощает рассматриваемые явления. В первую очередь из рассмотрения исключены масштабы времени. В результате пренебрегают такими характеристиками, как скорость газообменных процессов при контакте рабочей камеры с теплообменными аппаратами и конечным временем контакта рабочего тела с теплообменными поверхностями. Размер теплообменных аппаратов полагают бесконечно большим.

Способ расчета, основанный на методе узловых значений функций, лишен перечисленных недостатков. В этом случае используют масштаб времени, связанный со скоростью движения газа. Время релаксации поля температуры в теплообменном аппарате зависит от его объема и величины коэффициента объемной теплоотдачи. Подробное изложение метода узловых значений функций, использованного для расчета характеристик РЛДВПТ, содержится в работах [6, 7]. В определенном смысле указанный метод представляет собой предельный вариант метода контрольного объема (МКО), в котором каждый элемент двигателя с определенным функциональным назначением представляется одной ячейкой расчетной сетки.

Однако очевидно, что в методе узловых значений функций отсутствует возможность учесть пространственное распределение газодинамических функций в пределах выбранного элемента. Невозможно учитывать геометрические особенности, которые связаны с перемещением рабочих камер двигателя и изменением их формы. В дополнение к этому, уравнение количества движения рассматривается в упрощенной постановке, когда определяется только расходная составляющая вектора скорости и ее величина зависит от приложенного перепада давления.

Математическое моделирование процессов в рабочей камере РЛДВПТ в двумерной постановке было выполнено в работах [8, 9]. Внимание авторов было акцентировано на особенностях теплопередачи между газом и ограничивающими стенками. При этом форма рабочей камеры претерпела сильное упрощение, и был исключен из рассмотрения процесс контакта рабочей камеры с теплообменными аппаратами. В трудах конференции [10] представлена методика моделирования РЛДВПТ в двумерной постановке средствами пакета программ Ansys Fluent. Она позволяет при помощи встроенных процедур учитывать вращение ротора, изменение объема рабочей камеры и массообмен между элементами двигателя.

Целью данной работы было подробное изложение алгоритма численного интегрирования системы уравнений Навье – Стокса применительно к описанию циклических процессов, происходящих в РЛДВПТ, в двумерной постановке.

Кроме того, стояла задача оценить влияние пространственных градиентов термодинамических величин на характеристики двигателя, для чего было проведено сравнение полученных данных с результатами моделирования методом узловых значений функций.

Постановка задачи и математическая модель

Математическое моделирование работы РЛДВПТ проводилось в пакете ANSYS Fluent 2022 R2. Расчетная область (см. рис. 1, *b*) включает в себя четыре рабочие камеры и два теплообменных аппарата. Для постановки задачи мы воспользовались значениями геометрических и режимных параметров из работы [5].

Значения геометрических параметров

Угловой размер лопастей двигателя	$\Psi_l = 52,0^\circ$
Минимальный угол между осями поршней	$\Psi_{\min} = 54,1^\circ$
Радиус ротора двигателя	$R_2 = 50$ мм
Радиус обода корпуса	$R_1 = 125$ мм
Размер области в направлении оси z	$w = 120$ мм
Объем нагревателя	$V_h = 0,2$ м ³
Объем холодильника	$V_c = 0,2$ м ³
Угловые положения i -го окна β_{ij}	$\beta_{11}^c = 64,00^\circ, \beta_{12}^c = 88,90^\circ,$ $\beta_{21}^c = 91,10^\circ, \beta_{22}^c = 116,00^\circ, \beta_{31}^c = 216,95^\circ, \beta_{32}^c = 268,90^\circ, \beta_{41}^c = 271,10^\circ, \beta_{42}^c = 323,05^\circ,$ где $j = 1$ и $j = 2$ отвечают началу и концу окна, соответственно.

Следует отметить, что в двумерной постановке задачи данный размер w не участвует, однако он учитывается при обработке результатов для корректного сравнения с методом сосредоточенных параметров. Боковые стенки теплообменных аппаратов расположены перпендикулярно к ободу корпуса, остальные стенки теплообменного аппарата образованы дугами окружностей. Рабочее тело – воздух.

Рассмотрено ламинарное течение сжимаемого идеального газа.

Система дифференциальных уравнений Навье – Стокса состоит из уравнений баланса массы, импульса и энергии:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \\ \frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \underline{\boldsymbol{\tau}} + \mathbf{S}_v, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} H) = \nabla \cdot (\mathbf{q} + \underline{\boldsymbol{\tau}} \cdot \mathbf{v}) + \mathbf{S}_q, \end{cases} \quad (2)$$

где \mathbf{v} – вектор скорости; ρ – плотность; p – давление; T – температура; $\underline{\boldsymbol{\tau}}$ – тензор напряжений; E – полная энергия; H – полная энтальпия; \mathbf{q} – вектор плотности теплового потока.

Замыкание системы уравнений (2) обеспечивается следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \underline{\boldsymbol{\tau}} &= \mu \left((\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{v} \mathbf{I} \right), \\ E &= c_v T + \frac{|\mathbf{v}|^2}{2}, \quad H = E + \frac{p}{\rho}, \quad \mathbf{q} = -k \nabla T, \end{aligned}$$

где c_v – удельная теплоемкость при постоянном объеме, μ – динамическая вязкость, \mathbf{I} – единичный тензор, k – коэффициент теплопроводности.

Система уравнений (2) дополняется термодинамическим уравнением состояния в форме закона Менделеева – Клапейрона $p = R \rho T$ (R – индивидуальная газовая постоянная).

Описание теплообмена в нагревателе и холодильнике проводилось при помощи коэффициента объемной теплоотдачи $\alpha_v = 1000 \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$, аналогично тому, как это сделано в статье [7].

Для этого в уравнение баланса энергии для теплообменных аппаратов было добавлено источниковое слагаемое следующего вида:

$$\mathbf{S}_q = \alpha_v (T_w - T), \quad (3)$$

где T_w – температура стенки в теплообменном аппарате.

Значение этого параметра в нагревателе задавалось равным $T_{w,h} = 635,18 \text{ К}$, в холодильнике – $T_{w,c} = 276,22 \text{ К}$.

Гидравлическое сопротивление в теплообменном аппарате учитывали через задание функции

$$\mathbf{S}_v = -K \rho |\mathbf{v}| \mathbf{v}, \quad (4)$$

где величина коэффициента K была принята равной 10 м^{-1} .

Источниковые слагаемые (3) и (4) были добавлены в уравнения системы (2) при помощи процедуры задания пользовательских функций (UDF).

Для задания движения прямолинейных участков стенок рабочей камеры в окружном направлении был создан файл со значениями угловой скорости, зависящими от времени. Текущие значения для угловой скорости вращения лопасти были получены дифференцированием по времени выражения (1). Для рассмотренного в работе варианта расчета характеристик РЛДВПТ угловая скорость движения ротора была задана равной $\omega = 10\pi \text{ рад/с}$. Реализация этой процедуры в пакете Fluent была выполнена путем задания профиля в модуле Dynamic Mesh.

Коммутация рабочей камеры через окна с теплообменными аппаратами поддерживалась при помощи процедуры сеточных интерфейсов. При контакте различных элементов расчетной области участок интерфейса в зоне соприкосновения был пронцаем для рабочего тела. В остальных ситуациях интерфейс реализует граничное условие адиабатической твердой стенки.

Исходная сетка для дискретизации расчетной области была сформирована в модуле Fluent Meshing пакета программ Ansys. В рабочих камерах строилась равномерная сетка по угловой координате и в радиальном направлении. В теплообменниках сетка имела сгущение в радиальном направлении к корпусу двигателя. Коэффициент сгущения сетки в теплообменниках задавался равным 1,37.

Такая стратегия в организации элементов дискретизации расчетной области обеспечила равенство в размере ячеек, расположенных в окрестности интерфейса по разные стороны окна коммутации. Были проведены предварительные расчеты с разным начальным количеством элементов дискретизации области. Асимптотическое поведение решения задачи было получено на сетке с размером ячеек в рабочих камерах в угловом направлении 0,01 рад и 1,25 мм в радиальном направлении. Общее число ячеек сетки в процессе решения задачи изменялось и составляло приблизительно 28 тыс.

В процессе движения рабочих камер в окружном направлении и изменения их размеров по угловой координате расчетная сетка перестраивалась. Для этого использовался метод динамического наслоения (*англ. Layering*). Процедура затрагивает ячейки, которые примыкают к движущейся границе расчетной области. Метод заключается в объединении ячеек на границе области с ячейками следующего ряда, если контролируемый размер ячейки становится меньше заданной величины. В случае если этот параметр превышает заданную величину, производится деление ячейки в выбранном соотношении. При этом для исключения ситуации «перехлеста» сеточных линий и возникновения отрицательных объемов, шаг интегрирования по времени для выбранной расчетной сетки задавался равным $2 \cdot 10^{-5}$ с.

На всех границах расчетной области ставилось условие прилипания и тепловой изоляции.

В качестве начальных условий для термодинамических функций в рабочих камерах и теплообменных аппаратах были заданы поля давления и температуры, соответствующие установившемуся решению, предварительно полученному по методу узловых значений функций [7].

Результаты и их обсуждение

Как отмечалось во введении, моделирование в двумерной постановке, в отличие от моделирования по методу сосредоточенных параметров, позволяет получить представление о пространственном распределении газодинамических функций. Детализация массообменных процессов между элементами РЛДВПТ проявляется в виде струйных течений. Поле температуры предоставляет информацию о возникающих слоях смешения и локальных характеристиках процесса теплообмена между газом и поверхностями нагрева. На рис. 2 показаны зависимости от времени среднемассовых значений температуры на входной и выходной границах горячего теплообменного аппарата. Оба графика начинаются из общей точки, характеризующей значение температуры в горячем теплообменнике, полученное по методу сосредоточенных параметров. Аналогичный процесс «расслоения» значений температуры на входе и выходе происходит в холодном теплообменнике.

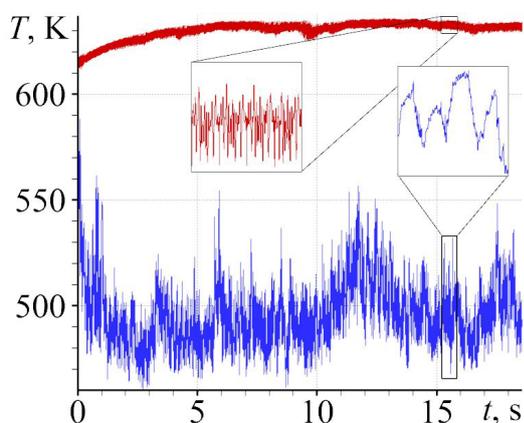


Рис. 2. Изменения во времени среднемассового значения температуры на входной (синяя кривая) и выходной (красная кривая) границах горячего теплообменника

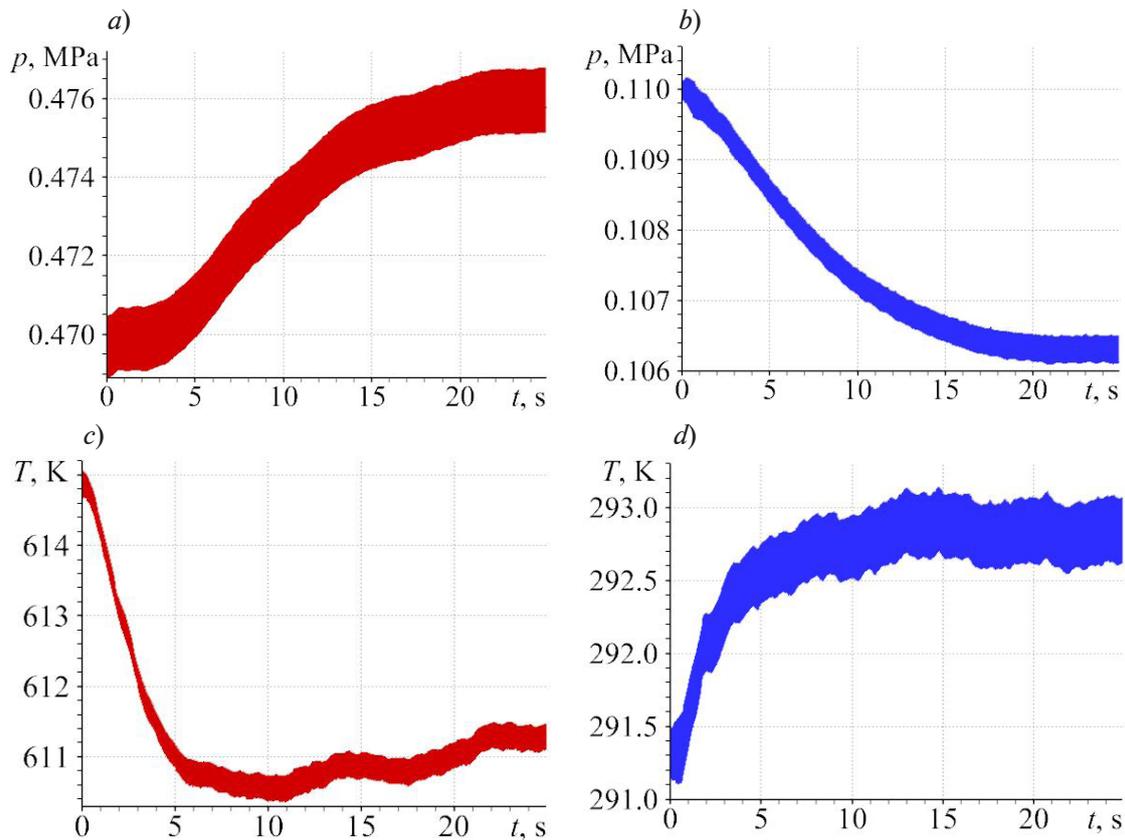


Рис. 3. Изменения во времени среднemasовых значений давления (a, b) и температуры (c, d) в горячем (a, c) и холодном (b, d) теплообменных аппаратах

Продолжительность переходного процесса установления значений давления (рис. 3, a,b) и температуры (рис. 3, c,d), усредненных по массе, в теплообменном аппарате определяется временем релаксации. При этом можно выделить несколько масштабов времени, характеризующих скорости протекания рассматриваемых процессов.

В частности, длительность процесса тепловой релаксации между газом и теплообменным аппаратом характеризуется временем, оценки которого для выбранных значений определяющих параметров задачи дают следующие значения:

$$\rho_{hot} \cdot c_p / \alpha_v \approx 3,0 \text{ с}, \rho_{cold} \cdot c_p / \alpha_v \approx 1,5 \text{ с}$$

для нагревателя (hot) и для холодильника (cold), соответственно.

Другой масштаб времени – гидродинамический – в общем случае определяется отношением линейного размера к скорости движения среды. Применительно к решаемой задаче, исходя из физики прерывистого процесса поступления газа, гидродинамическое время можно сопоставить со временем замещения массы газа в теплообменном аппарате «новым» газом, который поступает из рабочих камер. С учетом того, что за один период с теплообменным аппаратом контактируют четыре камеры, значения данной величины составляют соответственно для горячего и холодного теплообменника

$$\frac{m_{hot}}{4 \cdot m_{ch}} \cdot \tau \approx 21 \text{ с} \text{ и } \frac{m_{cold}}{4 \cdot m_{ch}} \cdot \tau \approx 10 \text{ с},$$

где m_{hot} , m_{cold} – массы газа в горячем и холодном теплообменнике; m_{ch} – масса газа в рабочей камере после ее наполнения рабочим телом из холодильника или нагревателя (в установившемся режиме эти величины равны между собой); τ – период, $\tau = 2\pi/\omega$.

Полученные оценки характерных времен подтверждаются наблюдаемыми результатами поведения функций.

Поведение кривых на графиках (см. рис. 2 и 3) свидетельствует о существенных колебаниях осредненных значений газодинамических функций в теплообменных аппаратах

даже на протяжении одного цикла. При детальном рассмотрении (один период в виде фрагмента на рис. 2), на кривой синего цвета хорошо различимы четыре характерных возмущения, которые связаны с коммутацией рабочих камер с теплообменным аппаратом. Нестационарное струйное течение, при этом возникающее, возбуждает акустические колебания газа во внутреннем пространстве теплообменного аппарата.

В рассматриваемой задаче акустические колебания, приводящие к релаксации поля давления в элементах конструкции РЛДВПТ, являются самым быстротекущим процессом. При численном решении дифференциальных уравнений его корректное представление обеспечивается выбором шага интегрирования по времени.

В силу симметрии элементов конструкции двигателя и периодичности процессов, в нем происходящих, можно считать, что все четыре камеры РЛДВПТ на установившемся режиме работы эквивалентны между собой. Различаются они тем, что при построении зависимости какой-либо термодинамической переменной от угловой координаты положения ротора значения функций в смежных камерах сдвинуты на величину $\pi/2$. Поэтому в дальнейшем рассматривается только камера 1, имеющая максимальный размер в начале каждого периода.

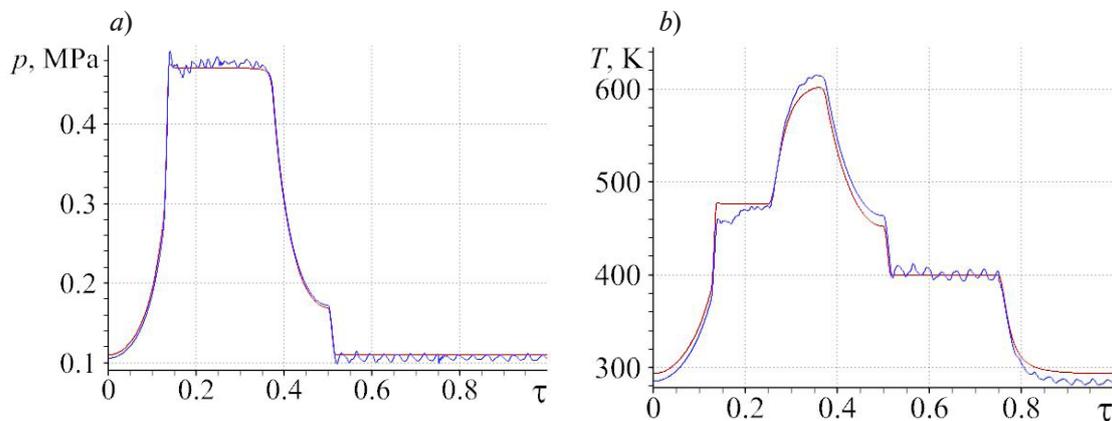


Рис. 4. Зависимости от времени среднемассовых значений давления (а) и температуры (б) в камере 1 за период.

Данные получены моделированием в двумерной постановке (синие линии) и методом узловых значений (красные линии)

Графики на рис. 4 демонстрируют различие зависимостей среднемассовых значений давления и температуры в камере 1 за один период; эти данные получены по методике сосредоточенных значений функций и в результате решения двумерной задачи. Заметное различие в среднемассовых температурах, полученных разными методами, связано с существованием градиента температуры в теплообменном аппарате при расчетах по двумерной модели. На этапе наполнения камеры из нагревателя (временной интервал $0,250\tau - 0,375\tau$) в камеру поступает рабочее тело с температурой, которая выше температуры газа, по сравнению с оценкой по методу сосредоточенных параметров (см. рис. 2). В результате этого наблюдается сильное различие среднемассовых температур на этапе адиабатического расширения ($0,375\tau - 0,500\tau$). Аналогичная ситуация происходит на этапах наполнения камеры из холодильника ($0,750\tau - 1,000\tau$) и адиабатического сжатия ($0,000\tau - 0,125\tau$). Также на такте выпуска рабочего тела из камеры в нагреватель ($0,125\tau - 0,250\tau$) наблюдается заметное отклонение среднемассовых значений от величин, полученных в рамках упрощенной методики. Различия между среднемассовыми значениями давления в приведенном масштабе менее заметны.

Помимо этого, на такте выпуска рабочего тела из камеры в холодильник ($0,500\tau - 0,750\tau$) и на такте наполнения камеры рабочим телом из холодильника ($0,750\tau - 1,000\tau$) наблюдаются повторяющиеся возмущения термодинамических функций, имеющих волновую природу. Возникающий колебательный процесс поведения функций объясняется нелинейной скоростью изменения объема рабочей камеры. Ускоренное перемещение лопастей двигателя приводит к генерации волн сжатия и разрежения. Система, состоящая

из камеры переменного объема и холодного теплообменника, при определенном сочетании параметров, обладает резонансными свойствами.

На рис. 5 приведена зависимость расхода газа через контрольную поверхность газообмена камеры 1 (интерфейс) с теплообменными аппаратами. Отрицательные значения соответствуют истечению газа из камеры, положительные – ее наполнению. Фазы адиабатического сжатия и расширения газа, когда камера изолирована от контакта с теплообменными аппаратами, представлены нулевыми значениями расхода.

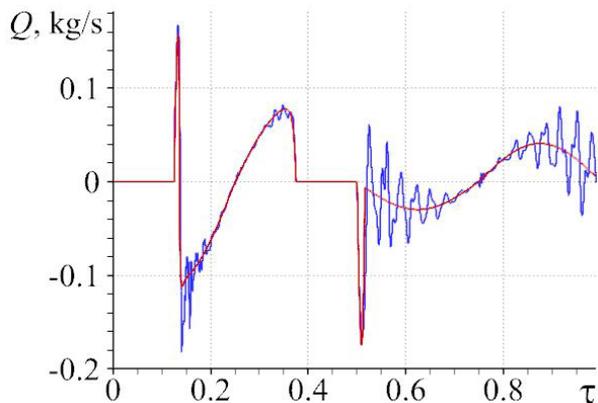


Рис. 5. Зависимости от времени массового расхода газа через контрольную поверхность камеры 1 за период.

Данные получены моделированием в двумерной постановке (синие линии) и методом узловых значений (красные линии)

Следует обратить внимание на момент контакта рабочей камеры с окном входа в горячий теплообменник. Интенсивное движение газа начинается с формирования пристенной струи рабочего тела, направленной внутрь камеры. Процесс отражен в виде кратковременного пика «вверх» в момент $t = 0,125\tau$ (см. рис. 5). Возникновение такой ситуации свидетельствует либо о неоптимальном расположении окна теплообменного аппарата на корпусе двигателя (сжатие газа в камере недостаточно для истечения из камеры), либо о нерасчетном режиме работы.

Второй пик на графике массового расхода («вниз») возникает в начале такта коммутации камеры с холодильником. В этом случае возникает ситуация быстрого выхлопа, так как давление в камере выше, чем в теплообменном аппарате для отвода тепла. Образованная при этом пристенная струя

направлена внутрь теплообменника (см. рис. 5). Следует отметить, что во всех случаях реализуется дозвуковой режим течения рабочего тела.

На рис. 6 приведены двумерные поля температуры и мгновенные линии тока в различные моменты времени. Серия иллюстраций на рис. 6,а, которая включает четыре последовательные стадии изменения объема рабочей камеры от момента контакта камеры с окном до уменьшения ее объема в четыре раза, демонстрирует истечение газа из камеры в горячий теплообменный аппарат. Серия на рис. 6,б относится к наполнению рабочей камеры газом из горячего теплообменника. Аналогичные процессы истечения газа в холодный теплообменный аппарат и наполнение рабочей камеры газом из холодного теплообменника проиллюстрированы на рис. 6,с и д, соответственно.

Результаты моделирования на рис. 6,а свидетельствуют, что быстрое повышение давления, связанное с затеканием газа в камеру, и последующий рост давления в камере из-за уменьшения ее объема, приводят в конечном счете к вытеснению рабочего тела в нагреватель. Однако смена направления течения газа порождает сильную неоднородность значений температуры в нагревателе.

Наличие в камере мертвого объема приводит к тому, что часть рабочего тела не участвует в массообменных процессах с теплообменными аппаратами. Указанное явление можно наблюдать на рис. 6,б, д, где иллюстрируется процесс наполнения рабочей камеры газом. В части камеры (окрестность ротора) остается рабочее тело, имеющее температуру, отличающуюся от температуры газа, поступающего в камеру.

Двумерные расчеты выявляют образование не только нестационарных пристенных струйных течений, но и генерацию вихревых структур в пространстве, окружающем струю. Возникающее сложное вихревое движение способствует выравниванию температуры.

На рис. 7 представлена индикаторная диаграмма, полученная в результате численного интегрирования системы уравнений Навье – Стокса в двумерной постановке и в рамках метода узловых значений функций. При сравнении результатов расчета по двум методам важно отметить изменение уровня давления в теплообменных аппаратах (см. рис. 3,а, б). Вследствие такого изменения различаются процессы адиабатического сжатия и

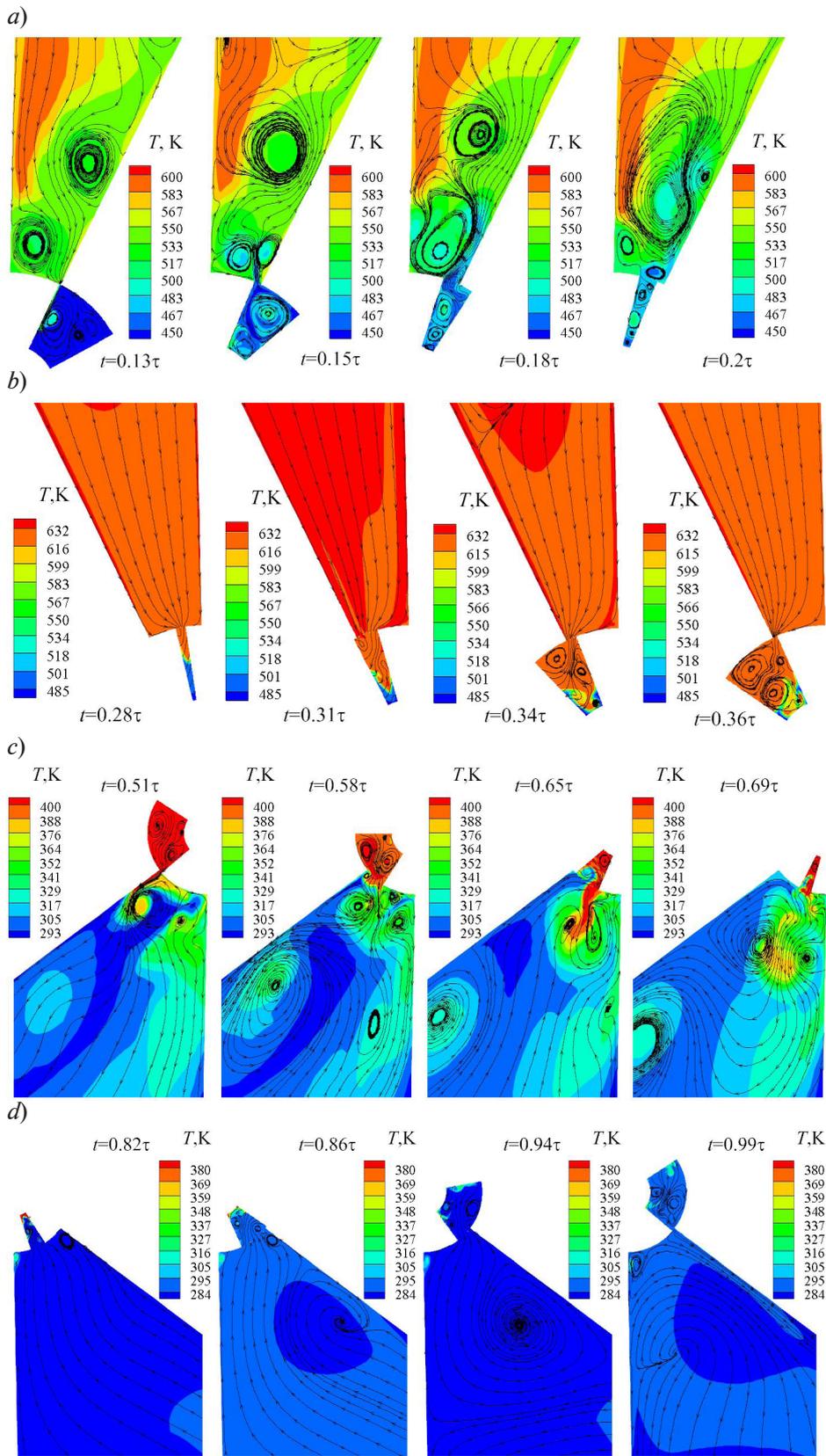


Рис. 6. Температурные поля и мгновенные линии тока в различные моменты контакта камеры с окнами входа в нагреватель (a) и выхода из него (b), окнами входа в холодильник (c) и выхода из него (d)

расширения. В целом, как можно судить по pV -диаграмме для низкооборотного режима работы РЛДВПТ, метод узловых значений функций удовлетворительно описывает характеристики работы двигателя.

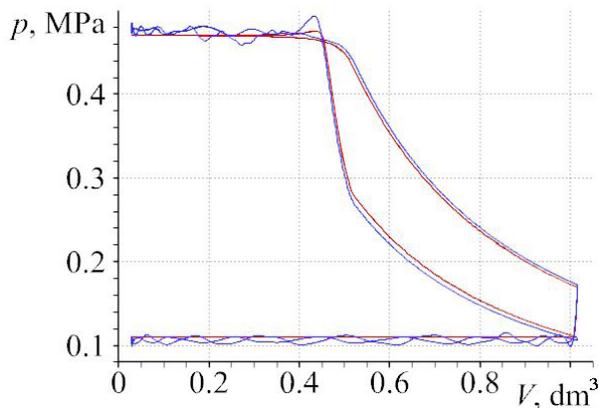


Рис. 7. Сопоставление pV -диаграмм для камеры I (см. рис. 1), построенных в результате моделирования по двумерной модели (синяя линия) и по методу узловых значений (красная линия)

Одной из основных интегральных характеристик двигателя является работа A_0 , которую он совершает за период:

$$A_0 = \int_t^{t+\tau} W(t) dt. \quad (5)$$

Величина мгновенной мощности W , которую совершает рабочее тело в камере, была вычислена для двумерного случая путем сложения мгновенных мощностей, совершаемых передней и задней стенками камеры:

$$W = \int_{R_1}^{R_2} p_{w,1} \cdot r \omega_1 \cdot w dr - \int_{R_1}^{R_2} p_{w,2} \cdot r \omega_2 \cdot w dr, \quad (6)$$

где $p_{w,1(2)}$, $\omega_{1(2)}$ – давление и угловая скорость на передней (с индексом 1) либо задней (с индексом 2) стенках камеры.

Для метода узловых значений функций, где распределение давления в камере в каждый момент времени предполагается однородным, формула (6) упрощается до выражения

$$W = p \cdot (\omega_1 - \omega_2) w \frac{R_2^2 - R_1^2}{2}. \quad (7)$$

В рамках двумерной модели, значение величины работы, полученное при осреднении за промежутки времени, равный 5 с (21-я – 25-я с, 20 циклов), составило $A_0 = 57,6$ Дж. Оценка же работы по методу сосредоточенных параметров дала значение 51,5 Дж. Различие полученных данных не превосходит 11 %.

К близким результатам можно прийти, если проанализировать мощности тепловыделения в теплообменных аппаратах (рис. 8). Начальным значениям графиков на рис. 8 соответствуют мгновенные мощности тепловыделения, полученные методом сосредоточенных параметров. Поведение кривых на рис. 8 наглядно демонстрирует различие оценок работы, получаемых по разным моделям.

Двумерная модель не только уточняет позиции рабочих точек на индикаторной диаграмме, но и позволяет оценивать гидравлические потери в рассматриваемой системе. Для этого необходимо перейти от оценки величины работы, где используются значения

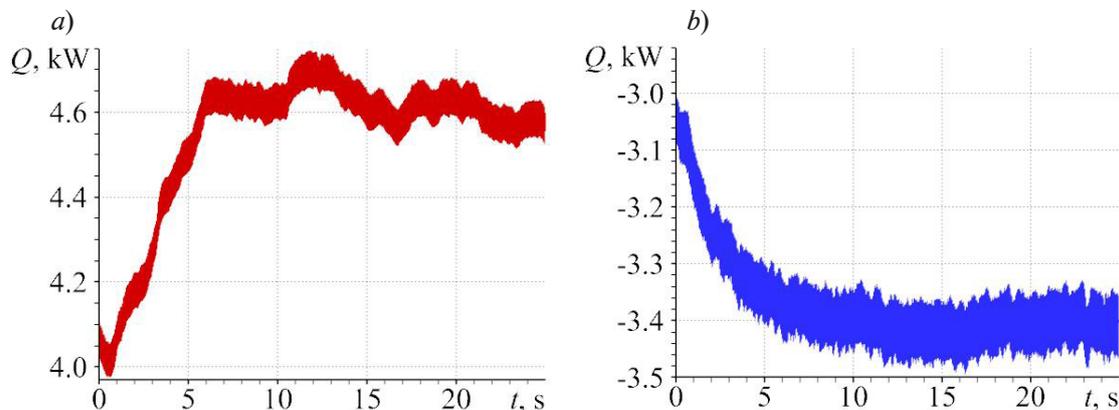


Рис. 8. Изменения во времени мгновенных значений мощности теплового потока в горячем (a) и холодном (b) теплообменниках.

Данные получены по двумерной модели



сил и перемещений, к балансовым соотношениям подведенного и отведенного тепла в системе. Значение мощности тепловыделения за временной промежуток с 21-й по 25-ю секунду составляет в нагревателе 4574 Вт, в холодильнике – 3400 Вт. В таком случае, если применить первый закон термодинамики, то можно получить среднее значение работы, которое составляет $A_1 = 58,7$ Дж. Определенное выше значение A_0 характеризует работу, которая совершается на валу двигателя. Следовательно, превышение значения A_1 над A_0 можно объяснить тем, что доля работы A_1 , равная A_0 , приходится на вал двигателя, а остальная часть идет на поддержание возникших вихревых и волновых процессов.

Заключение

В работе проведено математическое моделирование ламинарного течения сжимаемого идеального газа в двумерной модели роторно-лопастного двигателя с внешним подводом тепла. Полученные картины течения при контакте камер с теплообменными аппаратами дают детальное представление о происходящих массообменных процессах. Течение, возникающее в рабочих камерах и теплообменных аппаратах, имеет сложную нестационарную структуру. Истечение газа из рабочей камеры происходит в струйном режиме и сопровождается образованием вихревых структур. Ввиду наличия мертвого объема, наполнение рабочей камеры газом приводит к образованию неоднородного температурного поля.

Проведено сравнение решения, которое получено при интегрировании системы уравнений Навье – Стокса в двумерной постановке, с решением по методу узловых значений функций. При этом основные отличия в поведении газодинамических функций в камерах двигателя появляются вследствие учета пространственного распределения температуры. Наибольшее различие в поведении термодинамических функций наблюдается в моменты времени, когда происходит контакт рабочей камеры с окном входа в горячий теплообменник. Также газообмен с холодным теплообменным аппаратом сопровождается возникновением волнового движения газа с резонансными эффектами.

В целом, при выбранной скорости вращения ротора, решения, полученные разными способами, хорошо согласуются между собой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уокер Г. Двигатели Стирлинга. Сокр. пер. с англ. М.: Машиностроение, 1985. 408 с.
2. Гринев Д. В. Конструктивные схемы и принцип работы роторно-лопастных машин // Вестник Псковского государственного университета. Серия «Экономические и технические науки». 2014. № 5. С. 142–150.
3. Гринев Д. В., Донченко М. А., Журавлев Ю. Н., Клейн В. Ф. Кинематический анализ рычажно-кулачкового механизма преобразования движения для роторно-лопастного двигателя с внешним подводом тепла // Технологии и технические средства механизированного производства продукции растениеводства и животноводства: теоретический и научно-практический журнал. 2008. № 80. С. 247–255.
4. Семенов С. Н., Перминов А. Л., Лукьянов Ю. Н., Тихонов С. И. Анализ методов расчета параметров рабочих процессов в поршневых двигателях Стирлинга // Вестник Псковского государственного университета. Серия «Технические науки». 2016. № 4. С. 20–27.
5. Журавлёв Ю. Н., Плохов И. В., Лукьянов Ю. Н. и др. Расчет и проектирование роторно-лопастной машины с внешним подводом теплоты: Псков: Изд-во Псковского государственного университета, 2012. 72 с.
6. Коёкин В. Ю., Булович С. В. Математическое моделирование теплофизических процессов в роторно-лопастном двигателе с внешним подводом тепла на основе метода сосредоточенных параметров // Неделя науки ФизМех: сборник статей Всероссийской научной конференции, 3–7 апреля 2023 г. СПб.: Политех-Пресс, 2023. С. 90–93.
7. Коёкин В. Ю., Булович С. В. Математическое моделирование методом узлового анализа теплофизических процессов в роторно-лопастном двигателе с внешним подводом тепла // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2023. Т. 16. № 3. С. 49–58.

8. Семенов С. Н. Расчет коэффициента теплоотдачи в роторно-лопастном двигателе с внешним подводом теплоты // Известия Тульского государственного университета. Серия «Технические науки». 2013. № 6-1. С. 245–252.

9. Донченко М. А., Морозова О. В., Семенов С. Н. Определение условий теплообмена корпуса лопастной группы роторно-лопастного двигателя с внешним подводом теплоты // Вестник Псковского государственного университета. Серия «Экономические и технические науки». 2013. № 3. С. 72–77.

10. Коёкин В. Ю., Булович С. В. Численное моделирование термогазодинамики роторно-лопастного двигателя с внешним подводом тепла // Неделя науки ФизМех: сборник статей Всероссийской научной конференции, 3–7 апреля 2023 г. СПб.: Политех-Пресс, 2023. С. 93–96.

REFERENCES

1. Walker G., Stirling engines, Clarendon Press, Oxford, 1980.
2. Grinev D. V., Constructive schemes and principles of operation of the rotor-blade machines, Vestnik PskovGU. Ser. Ekonomicheskiye i Tekhnicheskiye nauki [Herald of Pskov State University, Ser. Econom. and Techn. Sci.] (5) (2014) 142–150 (in Russian).
3. Grinev D. V., Donchenko M. A., Zhuravlev Yu. N., Klein V. F., Kinematicheskiy analiz rychnozhno-kulachkovogo mekhanizma preobrazovaniya dvizheniya dlya rotno-lopastnogo dvigatelya s vneshnim podvodom tepla [A kinematic analysis of the cam-and-lever arrangement of the motion conversion for a rotary-blade engine with external heat supply], Technologies and Technical Means of Mechanized Production of Vegetable Cultivation and Animal Husbandry (Learned and Scientific-Practical Journal). (80) (2008) 247–255 (in Russian).
4. Semyonov S. N., Perminov A. L., Lukyanov Yu. N., Tikhonov S. I., Analysis methods of calculation workflow parameters in the piston Stirling engine, Vestnik PskovGU. Ser. Tekhnicheskiye nauki [Herald of Pskov State University, Ser. Techn. Sci.] (4) (2016) 20–27 (in Russian).
5. Zhuravlev Yu. N., Plokhov I. V., Lukyanov Yu. N., et al., Raschet i proyektirovaniye rotornolopastnoy mashiny s vneshnim podvodom teploty [Calculation and designing of a rotary-blade machine with external heat supply], The Pskov State University Publishing, Pskov, 2012 (in Russian).
6. Koyokin V. Yu., Bulovich S. V., Matematicheskoye modelirovaniye teplofizicheskikh protsessov v rotno-lopastnom dvigatele s vneshnim podvodom tepla na osnove metoda sosredotochennykh parametrov [Simulation of thermal-physical processes in a rotary-blade engine with external heat supply, using the lumped parameters method as the base], The Science Week at FizMekh: The Information Package of The All-Russian Scientific Conference, 03–07 April, 2023, SPbPU, Politekh-Press, St. Petersburg (2023) 90–93 (in Russian).
7. Koyekin V. Yu., Bulovich S. V., Simulation of thermophysical processes in a rotor-blade engine with external heat supply by nodal analysis, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 16 (3) (2023) 49–58 (in Russian).
8. Semenov S. N., Calculation of the heat transfer coefficient in a rotor-and-blade engine with external heat supply, Izvestiya of Tula State University. Ser. Techn. Sci. (6-1) (2013) 245–252 (in Russian).
9. Donchenko M. A., Morozova O. V., Semenov S. N., Determining the heat exchange conditions of the blade group housing of the rotor-and-blade engine with external heat supply, Vestnik PskovGU. Ser. Ekonomicheskiye i Tekhnicheskiye nauki [Herald of Pskov State University, Ser. Econom. and Techn. Sci.] (3) (2013) 72–77 (in Russian).
10. Koyokin V. Yu., Bulovich S. V., Chislennoye modelirovaniye termogazodinamiki rotno-lopastnogo dvigatelya s vneshnim podvodom tepla [Numerical simulation of thermogas dynamics in a rotary-blade engine with external heat supply], The Science Week at FizMekh: The Information Package of The All-Russian Scientific Conference, 03–07 April, 2023, SPbPU, Politekh-Press, St. Petersburg (2023) 93–96 (in Russian).



СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

КОЁКИН Вадим Юрьевич – аспирант *Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.*

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

koiokin@mail.ru

ORCID: 0009-0001-2994-3788

БУЛОВИЧ Сергей Валерьевич – кандидат физико-математических наук, доцент *Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.*

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

bulovic@yandex.ru

ORCID: 0000-0001-9624-1228

THE AUTHORS

KOYOKIN Vadim Yu.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

koiokin@mail.ru

ORCID: 0009-0001-2994-3788

BULOVICH Sergey V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

bulovic@yandex.ru

ORCID: 0000-0001-9624-1228

Статья поступила в редакцию 11.12.2023. Одобрена после рецензирования 04.07.2024. Принята 04.07.2024.

Received 11.12.2023. Approved after reviewing 04.07.2024. Accepted 04.07.2024.