

Математическое моделирование физических процессов

Научная статья
УДК 519.6:533.6.011
DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.17201>

ТЕСТИРОВАНИЕ СХЕМ ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТИ НА ЗАДАЧЕ О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С ВИХРЕМ

Е. В. Бабич ✉, **Е. В. Колесник**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия
✉ Ill.helen.Ill@mail.ru

Аннотация. Представлены результаты решения задачи о взаимодействии ударной волны и изоэнтропического вихря. Проанализирована сложная нестационарная ударно-волновая картина. Показано слабое влияние схемы аппроксимации конвективных потоков на точность расчетов. Представлены результаты расчетов, полученных с применением схем повышенной точности: проведено сравнение результатов, полученных с использованием схем TVD второго порядка и WENO пятого порядка. Установлено, что наиболее точное восстановление структуры вихря после его взаимодействия с ударной волной достигается при расчетах с использованием схемы WENO.

Ключевые слова: ударно-волновое взаимодействие, изоэнтропический вихрь, численное моделирование, метод конечных объемов, схема повышенной точности

Для цитирования: Бабич Е. В., Колесник Е. В. Тестирование схем повышенной точности на задаче о взаимодействии ударной волны с вихрем // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2024. Т. 17. № 2. С. 8–20. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.17201>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article
DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.17201>

THE TESTING OF SOME EXTRA ACCURACY SCHEMES ON THE PROBLEM OF THE SHOCK WAVE – VORTEX INTERACTION

E. V. Babich ✉, **E. V. Kolesnik**

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia
✉ Ill.helen.Ill@mail.ru

Abstract. In the paper, the calculation results of the shock wave – isoentropic vortex interaction have been presented. A complex nonstationary shock wave pattern was analyzed. The influence of the scheme for approximating the convective flows on the solution accuracy was shown to be weak. The results of calculations conducted using some extra accuracy schemes are presented: the data obtained by the second-order TVD scheme and the fifth-order WENO one being compared. The most accurate reconstruction of the vortex structure after its interaction with the shock wave was found to be achieved in the calculations when taking the WENO scheme.

Keywords: shock wave interaction, isoentropic vortex, numerical simulation, finite volume method, extra accuracy scheme

For citation: Babich E. V., Kolesnik E. V., The testing of some extra accuracy schemes on the problem of the shock wave – vortex interaction, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 17 (2) (2024) 8–20. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.17201>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Среди проблем современной газовой динамики выделяется изучение особенностей формирования и развития турбулентных сверхзвуковых течений. Такие задачи возникают, например, при сходе вихревого жгута с крыла сверхзвукового самолета [1], при попадании в воздухозаборник вихря, создаваемого поверхностями, расположенными выше по течению [1], а также, например, при пересечении двух скачков уплотнения потоков, в результате которого возникают тонкие вихревые слои, взаимодействующие с отраженными ударными волнами.

Задачи данного типа, как правило, весьма сложны, и для аккуратного разрешения различных газодинамических структур необходимы современные подходы. В частности, методы моделирования должны обладать такой численной диссипацией, которая, с одной стороны, позволила бы подавлять нефизические осцилляции вблизи разрывов, а с другой, – была бы достаточно мала, чтобы не препятствовать разрешению вихревых структур.

Для тестирования подобных методов часто используется модельная задача о взаимодействии между ударными волнами и вихрями [2]. Когда плоская ударная волна сталкивается с вихрем, генерируется возмущение, которое распространяется вдоль ударной волны и приводит к ее деформации. За изогнутой ударной волной поле потока локально сжимается и расширяется, образуя акустические волны. Эти интересные явления, происходящие в ламинарном потоке, тесно связаны с взаимодействием ударной волны и турбулентных вихрей, которое является одним из основных источников шума.

Таким образом, решение задачи о взаимодействии между ударной волной и вихрем имеет не только фундаментальное значение, но и может применяться для оценки точности различных численных схем, что в дальнейшем можно использовать для решения более сложных практических задач.

Целью данной работы является анализ влияния схем аппроксимации конвективных потоков на качество разрешения структуры течения, а также оценка эффективности использования схем реконструкции переменных повышенной точности.

Первые экспериментальные исследования взаимодействия между вихрем, сходящим с модели крыла, и ударной волной, распространяющейся в ударной трубе, проводили М. А. Холлингсворт и Э. Дж. Ричардс [3], а также Д. С. Досиндж и Т. М. Уикс [4]. Они показали, что после прохождения через фронт ударной волны вихрь сжимается, приобретая форму эллипса, большая ось которого примерно равна диаметру исходного круглого вихря, а отношение большой оси к малой примерно равно отношению плотностей по разные стороны от ударной волны. В свою очередь, А. Науман и Э. Германс [5] проводили экспериментальное исследование в ударной трубе и показали, что в зависимости от интенсивности вихря его деформация будет соответствовать либо регулярному, либо маховскому отражению.

В работе Л. Гишара и др. [6] задача о взаимодействии вихря и ударной волны решалась численно с использованием компактной схемы 6-го порядка. Было показано изменение формы вихря и образование тройной точки, а также увеличение завихренности после столкновения. Необходимо отметить, что, несмотря на большое количество исследований, некоторые аспекты, такие как влияние применяемой схемы на точность решения и зависимость структуры решения от интенсивности вихря, были раскрыты не в полном объеме [7].

Детали постановки задачи

Рассмотрим двумерную задачу о взаимодействии одиночного цилиндрического изоэнтропического вихря с ударной волной. В этом случае моделируется нестационарное течение газа, в котором присутствуют поверхности разрывов – скачки уплотнения (помимо основной ударной волны) и контактные поверхности. Расчетная область (рис. 1, *a*) представляет собой прямоугольник, размеры которого $[-1, 1] \times [0, 1]$. Систему координат xOy связывают с ударной волной, фронт которой в начальный момент времени ($t = 0$) неподвижен и расположен в сечении $x_S = 0$, а центр двумерного изоэнтропического вихря находится в точке с координатами $(x_V, y_V) = (-0,5, +0,5)$.

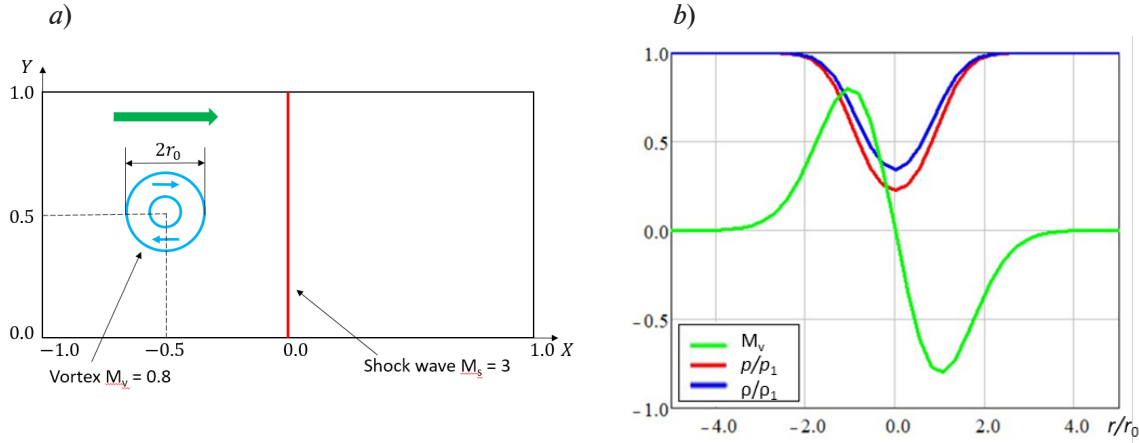


Рис. 1. Детали постановки задачи о взаимодействии ударной волны с изоэнтропическим вихрем: *a* – расчетная область (M_S – ударно-волновое число Маха, r_0 – эффективный радиус вихря); *b* – распределение вихревого числа Маха M_V , давления и плотности (нормализованные величины) в поперечном сечении вихря.

Зеленая стрелка указывает направление распространения вихря

Рабочей средой является совершенный газ с показателем адиабаты $\gamma = 1,4$. Основные параметры задачи: M_S – ударно-волновое число Маха, характеризующее интенсивность ударной волны, $M_S = u_x/c$ (u_x – скорость потока перед волной, c – скорость звука); $V = V(r)$ – профиль скорости цилиндрического вихря (r – расстояние от центра вихря); M_V – вихревое число Маха, характеризующее интенсивность вихря, $M_V = V_m/c$ (V_m – максимальная скорость на профиле); r_0 – эффективный радиус вихря (определяется точкой на профиле скорости, где $V(r_0) = V_m$).

Профиль скорости вихря (рис. 1, *b*) задается формулой

$$V(r) = V_m(r/r_0) \exp\left[\frac{1-(r/r_0)^2}{2}\right],$$

где $r = \sqrt{(x-x_V)^2 + (y-y_V)^2}$.

Остальные параметры задачи имеют следующие значения: $M_S = 3$; $M_V = 0,8$; $r_0 = 0,075$.

Начальное поле получается через добавление цилиндрического вихря в фоновый поток перед ударной волной. В первую очередь определим поле ударной волны. Параметры до фронта ударной волны обозначены с индексом 1, а за фронтом – с индексом 2:

$$u_{x1} = M_S \sqrt{\frac{\gamma p_1}{\rho_1}}, \quad u_{y1} = 0, \quad u_{x2} = u_{x1} \frac{(\gamma-1)M_S^2 + 2}{(\gamma+1)M_S^2}, \quad u_{y2} = 0,$$

$$p_1 = 1, \quad \rho_1 = 1, \quad p_2 = \rho_1 \frac{(\gamma+1)M_S^2}{(\gamma-1)M_S^2 + 2}, \quad p_2 = p_1 \frac{2\gamma M_S^2 - (\gamma-1)}{(\gamma+1)},$$

где u – скорости, p_i – давления, ρ_i – плотности.



При добавлении вихря, параметры в области перед ударной волной определяются по следующим формулам:

$$u_x = u_{x1} + (y - y_V) f / r_0, \quad u_y = u_{y1} + (x - x_V) f / r_0, \quad \rho = \rho_1 g^{1/(\gamma-1)}, \quad p = p_1 g^{\gamma/(\gamma-1)},$$

где $f(r) = V_m \exp\left[\frac{1 - (r/r_0)^2}{2}\right]$, $g(r) = 1 - \frac{(\gamma-1)\rho_1}{2\gamma p_1} \cdot f^2$.

В соответствии с рекомендациями работы [2], задача решается с учетом влияния вязкости газа, что позволяет устранить неустойчивость контактных разрывов при использовании схем с высоким порядком аппроксимации метода и «сгладить» структуру течения. Числа Рейнольдса и Прандтля соответственно равны: $Re = 10^4$, $Pr = 3/4$. Коэффициент физической вязкости μ предполагается постоянным и равным

$$\mu = \rho_1 u_{x1} (2r_0) / Re.$$

На верхней и нижней границах области задается условие симметрии течения, на левой границе – втекающий сверхзвуковой, а на правой – вытекающий дозвуковой поток при заданном давлении.

Вычислительные аспекты

Для проведения расчетов использовался конечно-объемный «неструктурированный» программный код SINF/Flag-S, разработанный в Санкт-Петербургском политехническом университете Петра Великого (СПбПУ) [8] и прошедший многолетнюю апробацию.

Решались полные двумерные уравнения Навье – Стокса для термически и калорически совершенного газа. Конвективные потоки в уравнении Навье – Стокса на грани расчетной ячейки вычислялись по методам сквозного счета: при их использовании поверхности разрыва размываются на некотором количестве ячеек сетки за счет численной вязкости (схемной диссипации), действие которой аналогично действию физической вязкости.

В данной работе тестировались методы, основанные на точном или приближенном решении задачи Римана о распаде произвольного разрыва (методы Годунова [9], Роу [10], HLL [11], HLLC [12]), а также методы, использующие расщепление вектора потоков (в частности, семейство схем AUSM [13]).

Реконструкция переменных на грани проводилась по квазиодномерным схемам TVD второго порядка с ограничителем ван Альбады [14]. Также расчеты проводились по схеме WENO 5, имеющей для гладких решений на равномерной сетке пятый порядок точности (предложена в работе [15]). Преимущество схем семейства WENO, которые на данный момент считаются наиболее эффективными для расчета задач с разрывами, состоит в том, что они позволяют сочетать повышенную точность на гладких решениях и ограничение генерации осцилляций на разрывах [15].

Расчетная сетка состояла из квадратных ячеек размером $h \times h$. В данной работе рассматривалась последовательность сеток с шагами $h = 1/200, 1/400, 1/500, 1/600, 1/800$.

Для проведения расчетов использовались вычислительные ресурсы суперкомпьютерного центра СПбПУ (www.scc.spbstu.ru).

Результаты расчетов

Структура течения. Эволюция структуры течения при взаимодействии вихря с ударной волной показана на рис. 2 (расчет с использованием эталонной сетки с шагом $h = 1/800$ по схеме AUSM, реконструкция проводилась по TVD-схеме второго порядка).

В начальный момент времени вихрь расположен на некотором расстоянии от ударной волны и вращается по часовой стрелке. В момент времени $t = 157,50$ мс (рис. 2, *b*) вихрь наполовину прошел через ударную волну, сплюснулся из-за высокого давления и приобрел форму эллипса. Перепад давления внутри вихря меньше, чем во внешнем потоке, следовательно фронт волны должен искривиться, так как падение давления на косой ударной волне меньше.

К моменту $t = 183,75$ мс (рис. 2, *c*) вихрь полностью прошел через фронт ударной волны. На фронте волны появилась тройная точка; ножка ударной волны упирается в вихрь,

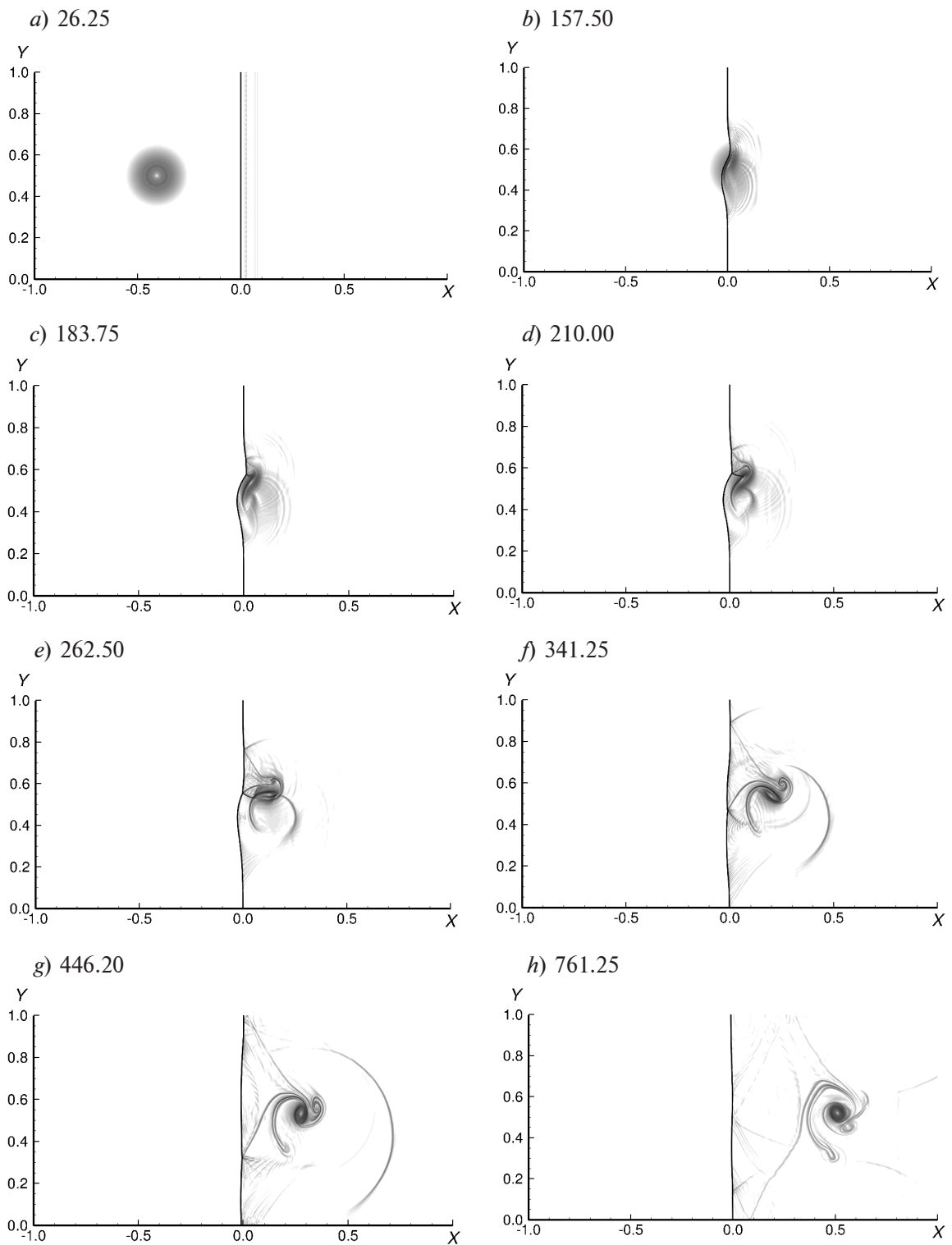


Рис. 2. Эволюция решения задачи во времени: поля модуля градиента плотности (шлiren-визуализации). Моменты времени (мс) указаны на графиках. Решение получено с использованием схемы AUSM и сетки с $h = 1/800$

отделяя внешнюю область повышенного давления от области пониженного давления внутри вихря. В верхней части вихря его собственная скорость складывается со скоростью несущего потока, вследствие чего возникает область сверхзвукового течения (отмечена черным на рис.2,c).

Через $t = 262,50$ мс (рис. 2,e) тройная точка порождает два контактных разрыва: первый продолжает вращаться в направлении по часовой стрелке (рис. 2,d), а второй, более слабый, вращается в противоположную сторону. Искаженный вихрь создает акустические волны, некоторые из которых превращаются в слабые ударные волны с криволинейным фронтом (рис. 2,f). Конфигурация, состоящая из двух контактных разрывов, которые имеют противоположно направленные векторы завихренности, вращается по часовой стрелке вокруг некоторой оси. При движении вихря вперед, его форма меняется от эллиптической до круглой, но из-за высокого давления его интенсивность теперь вдвое выше, чем в начальный момент. По мере удаления вихря, фронт ударной волны выравнивается, контактные разрывы отделяются от тройной точки. Контактный разрыв, вращающийся против часовой стрелки, значительно слабеет (рис. 2,h).

Влияние шага сетки. Далее приведены результаты анализа влияния шага сетки h на решение задачи для момента времени, в который вихрь полностью прошел через фронт ударной волны ($t = 446,25$ мс). На рис. 3 приведены поля параметров потока в этот момент, рассчитанные с использованием наиболее мелкой из рассмотренных сеток ($h = 1/800$), а на рис. 4 представлены ширен-визуализации, полученные при расчетах по схеме AUSM с использованием последовательности измельчающихся расчетных сеток. Видно, что на наиболее грубой сетке ($h = 1/200$) два контактных разрыва отстоят существенно дальше друг от друга, чем в «эталонном» решении на сетке с $h = 1/800$, но уже на сетке с $h = 1/400$ полученная конфигурация очень близка к «эталонной». Кроме того, чем подробнее сетка, тем четче выражены контактные разрывы, ударные волны и более слабые, акустические, возмущения.

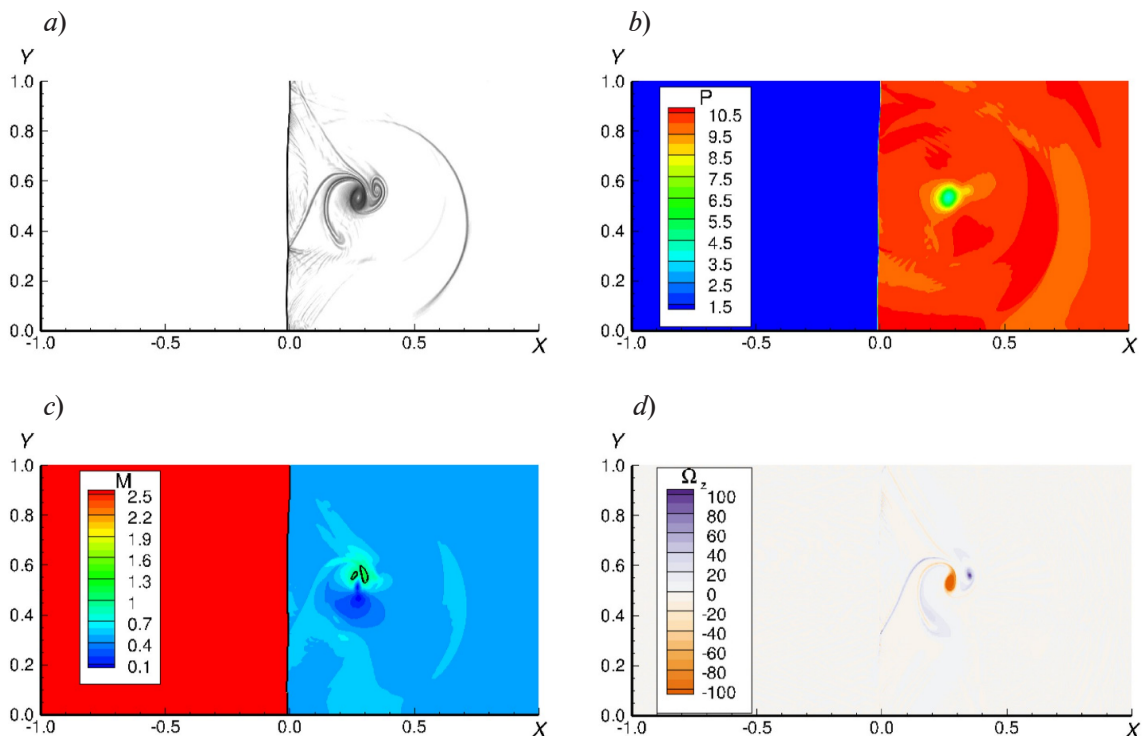


Рис. 3. Решение задачи для момента времени $t = 446,25$ мс на сетке с шагом $1/800$: a – ширен-визуализация; b, c, d – поля давления, числа Маха и проекции вектора завихренности на ось z , соответственно

Для количественного сравнения результатов определим величину интегральной погрешности расчета в области Ω , включающей искаженный вихрь ($0,24 < x < 0,40$, $0,46 < y < 0,62$). Интегральная погрешность расчета ε определяется по формуле

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{i=i_1}^{i_2} \sum_{j=j_1}^{j_2} (\rho_{i,j} - \rho_{i,j}^{ref})^2}{(i_2 - i_1)(j_2 - j_1)}} \cdot \frac{100\%}{\rho_2},$$

где $\rho_{i,j}, \rho_{i,j}^{ref}$ – значения плотности, средние по ячейке (i,j) , соответственно в рассматриваемом расчете и в эталонном решении (за него принято решение, полученное по схеме AUSM на сетке с $h = 1/800$).

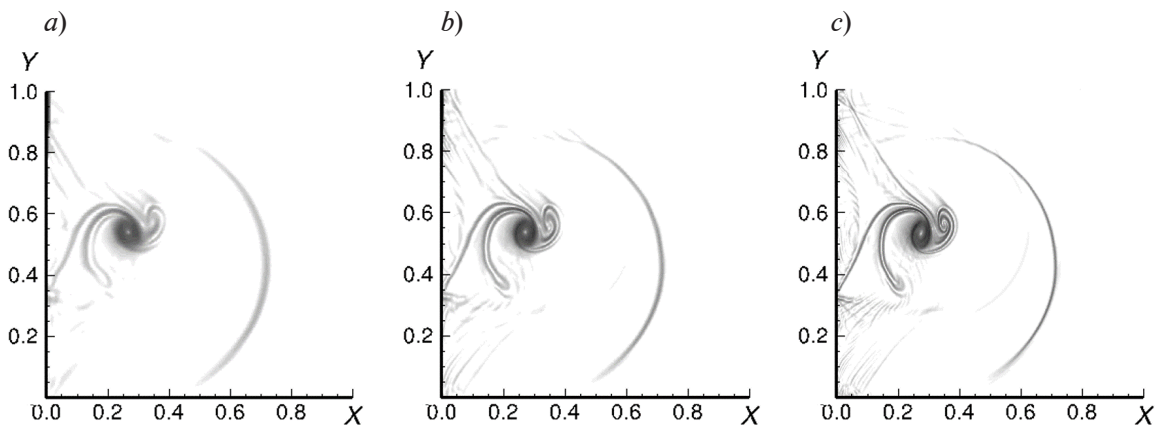


Рис. 4. Шлирен-визуализации для момента времени $t = 446,25$ мс при расчете по схеме AUSM для сеток разного разрешения: $h = 1/200$ (a), $1/400$ (b) и $1/800$ (c)

Как видно из табл. 1 (см. результаты расчета по схеме AUSM), интегральная погрешность достаточно быстро снижается при измельчении сетки.

Вторым важным критерием для сравнения результатов, полученных на разных сетках, является интегральное по области Ω значение энтропии E , а точнее ее положительной (E^+) и отрицательной (E^-) составляющих:

$$E^+ = \int_{\Omega} \left(\frac{\omega + |\omega|}{2} \right)^2 dx dy, \quad E^- = \int_{\Omega} \left(\frac{\omega - |\omega|}{2} \right)^2 dx dy.$$

Положительное значение соответствует более слабому контактному разрыву, а отрицательное – более сильному. Полученные в расчетах на сетках разной размерности значения энтропий сравниваются со значениями, полученными в эталонном расчете, и вычисляются относительные ошибки:

$$\delta E^+ = \frac{|E_h^+ - E_{h_{ref}}^+|}{E_{h_{ref}}^+} \cdot 100\%, \quad \delta E^- = \frac{|E_h^- - E_{h_{ref}}^-|}{E_{h_{ref}}^-} \cdot 100\%.$$

В табл. 1 для решений, полученных с использованием сеток разного разрешения, проведено сравнение интегральной погрешности, а также положительной и отрицательной составляющих энтропии и их относительных ошибок. Анализируя данные этой таблицы для расчетов по схеме AUSM, можно отметить, что с уменьшением шага сетки h абсолютные составляющие энтропии монотонно растут. Также можно отметить более быстрое падение относительной ошибки энтропии, по сравнению с падением интегральной погрешности.

Таблица 1

Влияние шага сетки на интегральные характеристики при расчетах с использованием двух схем реконструкции переменных

h	$\varepsilon, \%$	E^+	E^-	δE^+	δE^-
				%	
<i>Схема TVD</i>					
1/200	6,2	2,5	22,7	47	31
1/400	2,3	3,9	29,4	16	11
1/500	1,3	4,2	30,9	11	6
1/600	0,3	4,4	31,8	5	4
1/800	–	4,7	33,0	–	–
<i>Схема WENO-5</i>					
1/200	2,92	3,3	27,2	30	18
1/400	1,22	4,3	31,9	8	3
1/800 (TVD)	–	4,7	33,0	–	–

Обозначения: h – шаг сетки; ε – интегральная погрешность расчета; E^+ , E^- – положительная и отрицательная составляющие энтропии; δE^+ , δE^- – соответствующие погрешности величин.

Сравнение методов расчета конвективных потоков. На рис. 5 приведены поля относительного градиента плотности для сетки с шагом $h = 1/200$, построенные по результатам расчетов с использованием различных методов аппроксимации конвективных потоков. Для всех случаев реконструкция переменных на грани проводилась по схеме TVD [16] с ограничителем ван Абады [14].

Анализ результатов сравнения значений интегральной погрешности расчета для различных методов аппроксимации конвективных потоков (табл. 2, данные для TVD-схемы) указывает на минимальную ошибку, которую дает, как оказывается, схема Роу. Однако стоит отметить, что различие значений интегральной погрешности ε для всех рассмотренных методов не превышает 1 %. Зависимость же компонент энтропии от выбора метода оказывается сильнее: различие между наиболее и наименее точными схемами по значению положительной энтропии составляет 20 %, а по отрицательной составляющей – 10 %. Анализ картины поля относительного градиента плотности (см. рис. 5) приводит

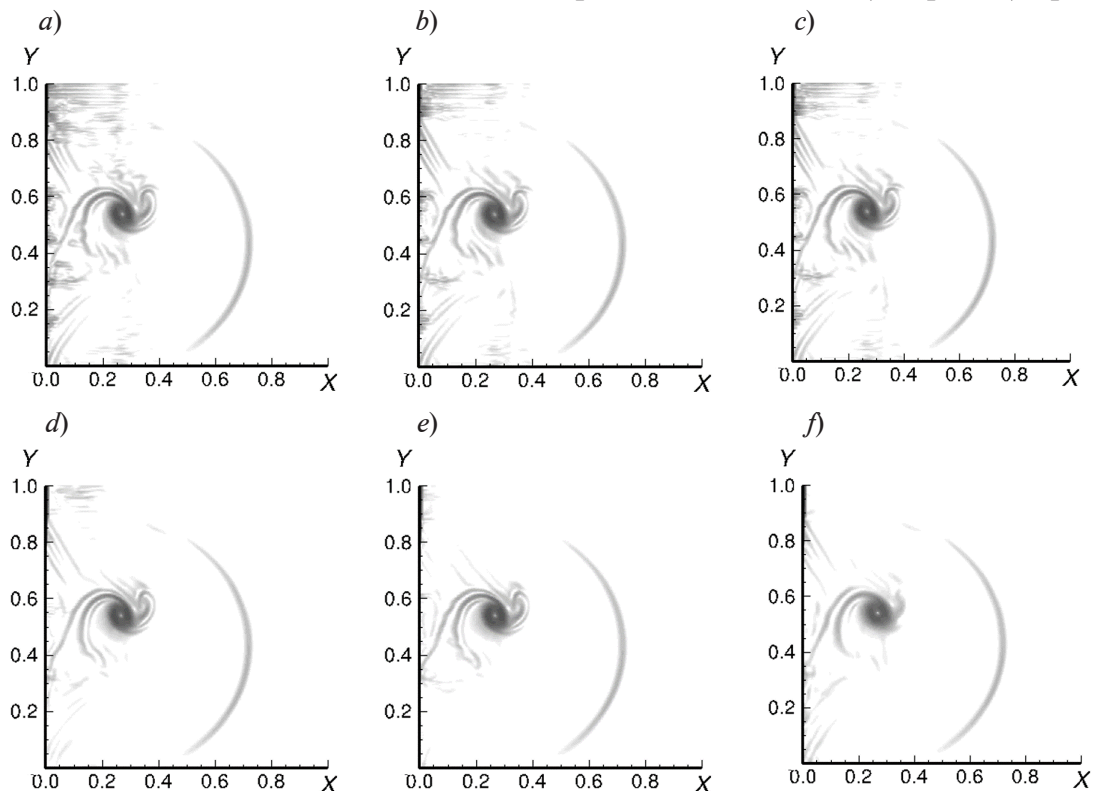


Рис. 5. Решение задачи, полученное на сетке с шагом $h = 1/200$, с помощью разных методов аппроксимации конвективных потоков: Роу (a), HLLC (b), AUSMD (c), Годунова (d), AUSM (e), HLL (f).

Для всех случаев реконструкция переменных на грани проводилась по схеме TVD [16] с ограничителем ван Абады [14]

к заключению, что более точные решения, полученные по схемам с меньшей диссипацией (схемы Roe, HLLC), обладают большими численными осцилляциями за фронтом ударной волны, тогда как более диссипативные схемы (HLL, AUSM) дают гладкие решения. Наименее точной оказалась схема HLL, которая достаточно сильно «размазала» второй контактный разрыв (рис. 5, f).

Таблица 2

Влияние метода аппроксимации конвективных потоков на интегральные характеристики решения задачи

Метод	ε , %	E^+	E^-	δE^+	δE^-
				%	
<i>Схема TVD</i>					
Roe	5,60	2,71	22,5	42	32
HLLC	5,70	2,47	22,8	47	31
AUSMD	6,06	2,51	22,6	46	32
Godunov	5,79	2,49	23,0	47	30
AUSM	6,22	2,47	22,7	47	31
HLL	6,53	1,80	19,0	62	42
AUSM ($h=1/800$)	—	4,69	33,0	—	—
<i>Схема WENO-5</i>					
Roe	2,92	3,30	22,5	29	16
HLLC	3,02	3,40	22,8	28	16
AUSMD	2,79	3,30	22,6	29	17
Godunov	2,69	3,40	23,0	28	16
AUSM	2,98	3,30	22,7	30	18
HLL	3,56	3,00	19,0	37	20
AUSM ($h=1/800$)	—	4,69	33,0	—	—

Сравнение схем реконструкции переменных повышенной точности. Известно, что на фронте ударной волны схемы повышенного порядка аппроксимации имеют лишь первый порядок точности [17]. Однако на гладких участках удается восстановить более точное решение с помощью схем семейства WENO, что в данной задаче должно приводить, в частности, к меньшей диссипации вихря. Для корректной обработки разрывов, монотонизация в схемах данного класса осуществляется за счет взвешивания нескольких реконструированных значений с учетом анализаторов гладкости [14].

В табл. 2 приведены и результаты, полученные в расчетах на сетках с шагами $h = 1/200$ и $1/400$, с использованием схемы реконструкции переменных WENO 5.

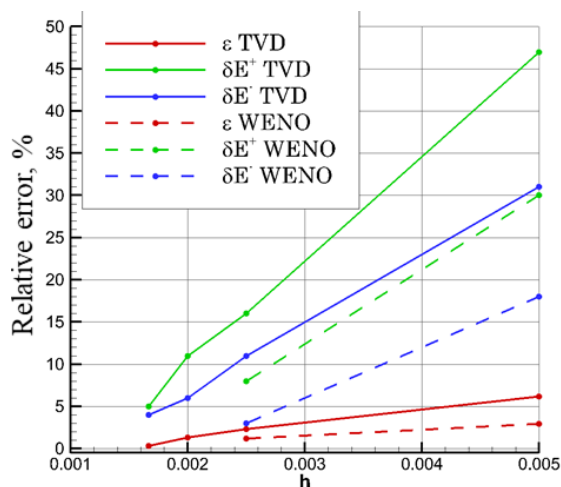


Рис. 6. Сравнение зависимостей относительных ошибок в расчетах интегральных характеристик от значений шагов сетки для разных схем реконструкции

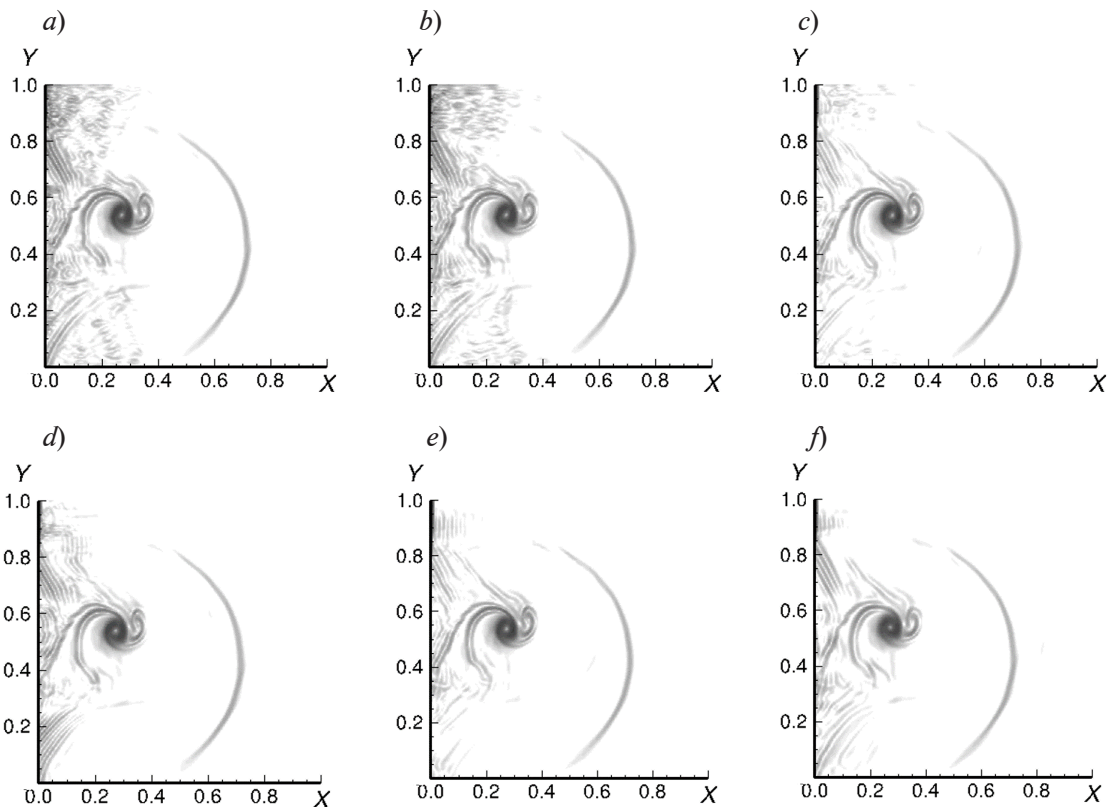


Рис. 7. Решение задачи, полученное на сетке с шагом $h = 1/200$, с помощью разных методов аппроксимации конвективных потоков: Роу (a), HLLC (b), AUSMD (c), Годунова (d), AUSM (e), HLL (f).
Для всех случаев применялась схема WENO-5

В качестве схемы аппроксимации конвективных потоков использовалась схема AUSM. При сравнении интегральных ошибок, полученных в расчетах с использованием схем TVD и WENO (см. рис. 6 и табл. 2), видно, что даже в случае достаточно грубых сеток относительные ошибки расчета всех интегральных характеристик для решений, полученных с использованием WENO-схемы, в среднем вдвое меньше, чем для схемы TVD.

На рис. 7 и в табл. 2 представлены решения, полученные с использованием сетки с шагом $h = 1/200$ и схемы WENO-5 для различных схем аппроксимации конвективных потоков. Анализ этих результатов указывает, что в решениях, полученных с использованием схемы WENO, наблюдаются значительные численные осцилляции за фронтом ударной волны, несмотря на лучшее разрешение. Однако, как и в случае TVD-схем, решение становится более гладким при расчетах с помощью более диссипативных методов для расчета конвективных потоков. Поэтому в данном случае совместное применение схем WENO-5 и HLL (либо AUSM) может быть подходящим вариантом, чтобы получить достаточно гладкое решение задачи, которое будет более точным, чем при использовании любой из TVD-схем второго порядка.

Заключение

Решена двумерная задача о взаимодействии ударной волны и изоэнтропического вихря. Для выполнения расчетов использовался конечно-объемный «неструктурированный» программный код SINF/Flag-S, разработанный в СПбПУ. Сравнивались результаты, полученные с применением различных схем аппроксимации конвективных потоков (методы Годунова, Роу, HLL, HLLC, AUSM, AUSMD). Также изучалось влияние схемы реконструкции переменных на грани (TVD второго порядка и WENO пятого порядка). Задача тестировалась на наборе измельчающихся сеток, из которых решение на самой подробной считалось эталонным.

Показано качественно и количественно слабое влияние выбора метода аппроксимации конвективных потоков на интегральную точность расчетов. Однако степень численных осцилляций в решении неодинакова: использование схем с меньшей диссипацией (Рou, HLLC), приводит к возникновению сильных численных осцилляций за фронтом ударной волны, тогда как более диссипативные схемы (HLL, AUSM) дают гладкое решение.

Представлены результаты значительной зависимости точности расчета от схемы реконструкции переменных: решения, полученные с использованием схемы WENO-5, в несколько раз точнее, чем по схеме TVD. Показано, что высокий уровень диссипации схем второго порядка приводит к искусственному уменьшению завихренности и менее точному воспроизведению структуры вихря. Продемонстрирован один из способов подавления сильных численных осцилляций, возникающих за фронтом ударной волны, посредством сочетания высокоточной WENO-схемы с более диссипативным методом аппроксимации конвективных потоков. При такой комбинации интегральная точность решения сохраняется, но осцилляции становятся слабее.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Delery J. M.** Aspects of vortex breakdown // Progress in Aerospace Sciences. 1994. Vol. 30. No. 1. Pp. 1–59.
2. **Родионов А. В.** Взаимодействие ударной волны с вихрем: тестовая задача для методов сквозного счета // «Вычислительный эксперимент в аэроакустике и аэродинамике»: Сборник тезисов Девятой российской конференции, 26 сентября – 1 октября 2022., г. Светлогорск Калининградской области. М.: ИПМ им М. В. Келдыша. РАН, 2022. С. 318–319.
3. **Hollingsworth M. A., Richards E. J.** A schlieren study of the interaction between a vortex and a shock wave in a shock tube // Aeronautical Research Council. Fluid Motion Subcommittee 17985. Technical Report FM 2323; Cranfield, UK, 1955.
4. **Dosanjh D. S., Weeks T. M.** Interaction of a starting vortex as well as a vortex street with a traveling shock wave // AIAA (American Institute of Aeronautics and Astronautics) Journal. 1965. Vol. 3. No. 2. Pp. 216–223.
5. **Naumann A., Hermanns E.** On the interaction between a shock wave and a vortex field // AGARD Conference Proceedings. 1973. Vol. 131. Pp. 1–23.
6. **Guichard L., Vervisch L., Domingo P.** Two-dimensional weak shock-vortex interaction in a mixing zone // AIAA Journal. 1995. Vol. 33. No. 10. Pp. 1797–1802.
7. **Delery J., Horowitz E., Leuchter O., Solignac J.** Fundamental studies on vortex flows // La Recherche Aérospatiale. 1984. Vol. 2. Pp. 1–24.
8. **Колесник Е. В., Смирнов Е. М., Смирновский А. А.** Численное решение задачи обтекания цилиндрического тела, установленного на пластине, сверхзвуковым потоком вязкого газа при $M = 2,95$ // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2019. Т. 12. № 2. С. 7–22.
9. **Годунов С. К.** Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // Математический сборник. 1959. Т. 47 (49). № 3. С. 271–306.
10. **Roe P.** Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes // Journal of Computational Physics. 1981. Vol. 43. No. 2. Pp. 357–372.
11. **Harten A., Lax P. D., van Leer B.** On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws // SIAM Review. 1983. Vol. 25. No. 1. Pp. 35–61.
12. **Toro E. F., Spruce M., Speares W.** Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver // Shock Waves. 1994. Vol. 4. No. 1. Pp. 25–34.
13. **Liou M.-S., Steffen C. J.** A new flux splitting scheme // Journal of Computational Physics. 1993. Vol. 107. No. 1. Pp. 23–39.
14. **Van Albada G. D., van Leer B., Roberts W. W.** A comparative study of computational methods in cosmic gas dynamics // Astronomy & Astrophysics. 1982. Vol. 108. No. 1. Pp. 76–84.
15. **Бахвалов П. А., Козубская Т. К.** Схема EBR-WENO для решения задач газовой динамики с разрывами на неструктурированных сетках. Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. № 23. Москва, 2017. 32 с.
16. **Harten A.** High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // Journal of Computational Physics. 1983. Vol. 49. No. 3. Pp. 357–393.

17. **Иванов М. Я., Крайко А. Н.** Об аппроксимации разрывных решений при использовании разностных схем сквозного счета // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1978. Т. 18. No. 3. С. 780–783.

REFERENCES

1. **Delery J. M.**, Aspects of vortex breakdown, *Prog. Aerosp. Sci.* 30 (1) (1994) 1–59.
2. **Rodionov A. V.**, Vzaimodeystviye udarnoy volny s vikhrem: testovaya zadacha dlya metodov skvoznogo scheta [The interaction between a shock wave and a vortex: a test problem for methods of through calculations]; *Vychislitelnyy eksperiment v aeroakustike i aerodinamike. Sbornik tezisov devyatoy rossiyskoy konferentsii* [Proceedings of the 9-th Russian Conference “Computational Experiment in Aeroacoustics and Aerodynamics”], Svetlogorsk, Kaliningrad Region, Sept. 26 – Oct. 1, 2022, Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS. (2022) 318–319 (in Russian).
3. **Hollingsworth M. A., Richards E. J.**, A schlieren study of the interaction between a vortex and a shock in ave in a shock tube, In book: *Aeronautical Research Council. Fluid Motion Subcommittee 17985*, Techn. Rep. 2323; Cranfield, UK, 1955.
4. **Dosanjh D. S., Weeks T. M.**, Interaction of a starting vortex as well as a vortex street with a traveling shock wave, *AIAA J.* 3 (2) (1965) 216–223.
5. **Naumann A., Hermanns E.**, On the interaction between a shock wave and a vortex field, *AGARD Conf. Proc.* 131 (1973) 1–23.
6. **Guichard L., Vervisch L., Domingo P.**, Two-dimensional weak shock-vortex interaction in a mixing zone, *AIAA J.* 33 (10) (1995) 1797–1802.
7. **Delery J., Horowitz E., Leuchter O., Solignac J.**, Fundamental studies on vortex flows, *Rech. Aérospat.* 2 (1984) 1–24.
8. **Kolesnik E. V., Smirnov E. M., Smirnovskiy A. A.**, Numerical solution of a 3D problem on a supersonic viscous gas flow past a plate-cylindrical body junction at $M = 2.95$, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics.* 12 (2) (2019) 7–22 (in Russian).
9. **Godunov S. K.**, A difference method for numerical calculation of discontinuous solutions of the equations of hydrodynamics, *Mat. Sb. (N. S.)* 47 (89) (3) (1959) 271–306 (in Russian).
10. **Roe P.**, Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes, *J. Comput. Phys.* 2 (43) (1981) 357–372.
11. **Harten A., Lax P. D., van Leer B.**, On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation laws, *SIAM Rev.* 25 (1) (1983) 35–61.
12. **Toro E. F., Spruce M., Speares W.**, Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver, *Shock Waves.* 4 (1) (1994) 25–34.
13. **Liou M.-S., Steffen C. J.**, A new flux splitting scheme, *J. Comput. Phys.* 107 (1) (1993) 23–39.
14. **Van Albada G. D., van Leer B., Roberts W. W.**, A comparative study of computational methods in cosmic gas dynamics, *Astron. Astrophys.* 108 (1) (1982) 76–84.
15. **Bakhvalov P. A., Kozubskaya T. K.**, EBR-WENO scheme for solving gas dynamics problems with discontinuities on unstructured meshes, *Preprints of Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS, No. 23.* Moscow, 2017 (in Russian).
16. **Harten A.**, High resolution schemes for hyperbolic conservation laws, *J. Comput. Phys.* 49 (3) (1983) 357–393.
17. **Ivanov M. Ya., Krayko A. N.**, Ob approksimatsii razryvnykh resheniy pri ispolzovanii raznostnykh skhem skvoznogo scheta [On approximation of discontinuous solutions when using difference schemes of a through calculation], *Zhurnal vychislitelnoy matematiki i matematicheskoy fiziki* [Journal of Numerical Mathematics and Mathematical Physics]. 18 (3) (1978) 780–783 (in Russian).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

БАБИЧ Елена Викторовна – студентка Физико-механического института Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

lll.helen.lll@mail.ru

ORCID: 0000-0003-1442-4886

КОЛЕСНИК Елизавета Владимировна – кандидат физико-математических наук, доцент Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

kolesnik_ev@mail.ru

ORCID: 0000-0002-6308-733X

THE AUTHORS

BABICH Elena V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

lll.helen.lll@mail.ru

ORCID: 0000-0003-1442-4886

KOLESNIK Elizaveta V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

kolesnik_ev@mail.ru

ORCID: 0000-0002-6308-733X

Статья поступила в редакцию 06.02.2024. Одобрена после рецензирования 16.02.2024. Принята 16.02.2024.

Received 06.02.2024. Approved after reviewing 16.02.2024. Accepted 16.02.2024.