Радиофизика

Научная статья
УДК 535.3, 535-15, 535.417
DOI: https://doi.org/10.18721/JPM.15314

СИНТЕЗ ОКОННЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ СНИЖЕНИЯ МЕТОДИЧЕСКИХ ОШИБОК МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАННЫХ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ

А. А. Маркварт ✉, Л. Б. Лиокумович, Н. А. Ушаков

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Россия

✉ markvart_aa@spbstu.ru

Аннотация. Проведен анализ методической погрешности цифровой обработки бигармонического сигнала двух мультиплексированных волоконно-оптических интерферометров при спектральном опросе, когда регистрируемая спектральная передаточная функция обрабатывается посредством дискретного преобразования Фурье. Предложен синтез специальной весовой оконной функции, позволяющей снизить методические погрешности определения частот полигармонического сигнала без существенного увеличения случайной погрешности. Эффективность такого подхода доказана численным моделированием и экспериментально, путем сравнения с результатами применения стандартного окна Дольфа – Чебышёва. Предложенный подход может использоваться в любых задачах, связанных с оценкой частот и фаз полигармонических сигналов.

Ключевые слова: гармонический анализ, дискретное преобразование Фурье, методическая погрешность, оконная функция, интерферометр

Финансирование: Работа выполнена в рамках Государственного задания на проведение фундаментальных исследований (код темы FSEG-2020-0024).

Для цитирования: Маркварт А. А., Лиокумович Л. Б., Ушаков Н. А. Синтез оконных функций для снижения методических ошибок мультиплексированных волоконно-оптических датчиков // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2022. Т. 15. № 3. С. 185–200. DOI: https://doi.org/10.18721/JPM.15314

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Original article
DOI: https://doi.org/10.18721/JPM.15314

SYNTHESIS OF WINDOW FUNCTIONS FOR REDUCING SYSTEMATIC ERRORS OF MULTIPLEXED FIBER-OPTIC SENSORS

A. A. Markvart ✉, L. B. Liokumovich, N. A. Ushakov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

✉ markvart_aa@spbstu.ru

Abstract. In the paper, the systematic (bias) error of digital processing of the biharmonic signal of two multiplexed fiber-optic interferometers under spectral interrogation, when the registered spectral transfer function being processed through a discrete Fourier transform has

© Маркварт А. А., Лиокумович Л. Б., Ушаков Н. А., 2022. Издатель: Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого.

been analyzed. The synthesis of a special weighted window function was put forward; this made it possible to reduce the systematic errors in determining the frequencies of a polyharmonic signal without a significant increase in the random (noise) error. The effectiveness of this approach was proven through numerical simulation and experimentally by comparison with the error when using standard Dolph – Chebyshev window. The proposed approach can be applied in any problems related to the estimation of frequencies and phases of polyharmonic signals.

Keywords: harmonic analysis, discrete Fourier transform, methodological error, window function, interferometer

Funding: The reported study was carried out as a part of the State Assignment for Fundamental Research (Subject Code FSEG-2020-0024).

For citation: Markvart A. A., Liokumovich L. B., Ushakov N. A., Synthesis of window functions for reducing systematic errors of multiplexed fiber-optic sensors, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 15 (3) (2022) 185–200. DOI: https://doi.org/10.18721/JPM.15314

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Введение

Волоконно-оптические датчики являются предметом активных исследований и разработок благодаря высокой точности, электромагнитной нейтральности, компактным размерам, возможности мультиплексирования и возможности удаленного опроса [1]. Такие датчики позволяют измерять различные физические воздействия, например, температуру, растяжение, давление и другие, и обладают широкой сферой применения: от мониторинга зданий и сооружений до медицинской диагностики.

Интерферометрические волоконно-оптические датчики относятся к одному из типов таких датчиков [2]. Эффективным и часто применяемым принципом организации их опроса служит спектральная интерферометрия. Она подразумевает регистрацию и последующую обработку зависимости относительного уровня интенсивности света S, прошедшего через чувствительный интерферометр, от частоты f этого света; указанная зависимость $S(f)$ есть спектральная передаточная функция (СПФ, *англ*. Spectral Transfer Function (STF)) этого интерферометра [3].

При подключении к одному опросному устройству пользователи стараются, как правило, мультиплексировать два или несколько интерферометров [4, 5]. Важно отметить (и это можно показать), что STF мультиплексированных интерферометров содержит суммы гармонических компонент с определенными частотами и фазами, характеризующих каждый из чувствительных элементов.

К наиболее распространенным методам обработки STF относится применение дискретного преобразования Фурье (ДПФ, *англ*. Discrete Fourier Transform (DFT)) с анализом полученных в результате гармонических компонент. Однако эффект спектрального просачивания приводит к появлению методических ошибок определения частот и фаз гармонических компонент в STF и, следовательно, к ошибкам демодуляции сигналов мультиплексированных датчиков и к их паразитному взаимовлиянию. Для снижения уровня этих ошибок обычно применяют стандартные весовые функции: окна Хэмминга, Кайзера, Блэкмана, Дольфа – Чебышёва и др. [6, 7]. Недостаток их использования – это снижение спектрального разрешения и увеличение влияния шумов на измерения из-за роста величины эквивалентной шумовой полосы (Equivalent Noise Bandwidth (ENBW)) окна. Поэтому стоит считать привлекательным синтез специальных окон, снижающих ошибки демодуляции без значительного ухудшения уровня ENBW. Такой подход был рассмотрен в работах [8 – 10] и использован в радиолокационных системах. Однако предложенный авторами алгоритм синтеза окна и нахождения частот гармонических компонент сигнала является многоитерационным, а значит, необходим пересчет окон при любом изменении частот гармонических компонент. При измерениях с помощью волоконно-оптических

© Markvart A. A., Liokumovich L. B., Ushakov N. A., 2022. Published by Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.

интерферометров, частоты гармонических компонент в STF, как правило, изменяются незначительно. Это дает возможность избежать многоитерационного пересчета окон и использовать только одно весовое окно, специально синтезированное для конкретной схемы.

В данной работе предложен метод снижения ошибок демодуляции сигналов от двух мультиплексированных волоконно-оптических интерферометрических датчиков путем синтеза специального весового окна.

Предлагаемый метод лишен указанных недостатков, которые присущи известным методам синтеза окон.

Описание схемы и общий принцип синтеза специального окна

Для определенности будем рассматривать схему с двумя мультиплексированными чувствительными элементами, представляющими собой так называемые внешние волоконные интерферометры Фабри – Перо (ВВИФП, *англ.* Extrinsic Fiber Fabry – Perot Interferometer (EFFPI)) (рис. 1) [3, 8]. Каждый EFFPI образован торцом подводящего одномодового световода и некоторым зеркалом с воздушным зазором между ними с толщинами L_1 и L_2 для первого и второго EFFPI соответственно. При измерениях нужно определять изменения L_1 и L_2, вызываемые измеряемым воздействием (деформация, температура и т. п.). В ходе опроса излучение лазера, перестраиваемого по оптической частоте (длине волны), проходит циркулятор (Circulator) и направляется через разветвитель (Coupler) к обоим EFFPI, после чего отражается от них и через разветвитель и циркулятор поступает в фотоприемное устройство (Photodetector).

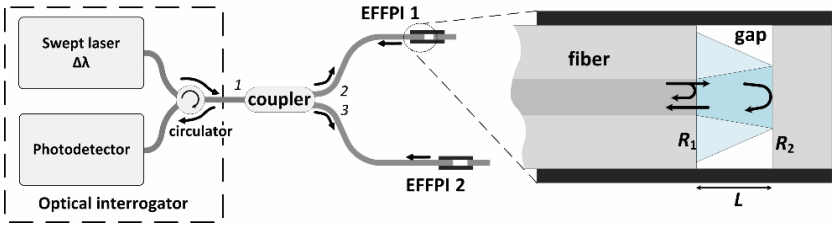

Рис. 1. Измерительная схема с мультиплексированными ВВИФП (EFFPI):
Optical interrogator – оптическое опросное устройство; Swept laser – перестраиваемый лазер; Circulator – циркулятор; Coupler – разветвитель с портами номер *1*, *2* и *3*; Fiber – волокно; Gap – зазор интерферометра шириной L; Photodetector – фотодетектор; R_1, R_2 – коэффициенты отражения зеркал

Будем подразумевать случай слабодобротных EFFPI (правомерно при малых R_1 и R_2), когда можно не рассматривать волны от многократных отражений. Если разность длин подводящих отрезков волокна между EFFPI и разветвителем больше длины когерентности источника излучения, то спектральная передаточная функция будет определяться интерференцией пар лучей от каждого EFFPI [4, 11]:

$$S\left(f, L_1, L_2\right) = \overline{S} + S_1 \cos\left[\frac{4\pi L_1}{c} f + \gamma_1\left(L_1\right)\right] + S_2 \cos\left[\frac{4\pi L_2}{c} f + \gamma_2\left(L_2\right)\right], \qquad (1)$$

где

$$\overline{S} = \alpha_{12}^2\left[R_1 + R_2\eta_1\right] + \alpha_{13}^2\left[R_1 + R_2\eta_2\right],$$

$$S_{1,2} = 2\alpha_{12,13}^2\sqrt{R_1 R_2 \eta_{1,2}},$$

$$\eta_{1,2} = \frac{\pi^2 w_0\left(f\right)^2}{L_{1,2}^2 c^2 / f^2 + \pi^2 w_0\left(f\right)^2},$$

$$\gamma_{1,2} = \pi - \mathrm{arctg}\left(\frac{L_{1,2}}{z_R}\right),$$

$$z_R = \pi \cdot f \cdot w_0^2\left(f\right)/c.$$

В выражении (1) использованы следующие обозначения: f, c – частота и скорость света; $\overline{S}$ – средний уровень STF; $S_{1,2}$ – амплитуды интерференционных компонент, определяющиеся зеркалами $R_{1,2}$, коэффициентами связи разветвителя $\alpha_{12,13}$ и потерями света в ВВИФП из-за расходимости света в зазоре (потери учитываются коэффициентами $\eta_{1,2}$); $\gamma_{1,2}$ – фазовые сдвиги волн; z_R – рэлеевская длина гауссова пучка; w_0 – радиус гауссова пучка в перетяжке.

Фазовый сдвиг приобретают волны при отражении от внешнего зеркала, а также вследствие расходимости света в зазоре интерферометра. Явный вид выражений для $\eta_{1,2}$ и $\gamma_{1,2}$ получается при использовании для света в зазоре интерферометра модели гауссового пучка [11] (z_R – рэлеевская длина гауссова пучка); радиус гауссова пучка в перетяжке соответствует радиусу модового пятна волокна. Отметим, что при расчете STF в небольших диапазонах перестройки частоты, используемых в практических устройствах опроса, незначительными изменениями величин $\eta_{1,2}$, $\gamma_{1,2}$, z_R и w_0 (вследствие изменения частоты f) обычно пренебрегают.

На практике при измерении STF система опроса регистрирует набор отсчетов $S_i = S(f_i, L_1, L_2)$, где i – номер отсчета. Для дальнейшей обработки сигнала необходим равномерный шаг изменения частоты Δ. Если f_0 – центр диапазона сканирования частоты, а N – количество отсчетов, то

$$f_i = f_0 + [i - (N-1)/2]\cdot\Delta, \tag{2}$$

где i меняется от 0 до $(N-1)$, а интервал сканирования $\Delta f = \Delta\cdot(N-1)$.

Задача демодуляции полученной зависимости $S(f)$ состоит в нахождении значений L_1 и L_2, что сводится к задаче оценки частот и фаз гармонических компонент следующей последовательности:

$$v(i) = w(i)\left\{\overline{S} + S_1\cos\left[\omega_1\left(L_1\right)\cdot i + \vartheta_1\left(L_1\right)\right] + S_2\cos\left[\omega_2\left(L_2\right)\cdot i + \vartheta_2\left(L_2\right)\right]\right\}, \tag{3}$$

где $w(i)$ – используемое весовое окно; $\omega_{1,2}(L_{1,2})$ – круговые частоты в радианах; $\vartheta_{1,2}(L_{1,2})$ – фазы гармонических компонент.

С учетом выражений (1) и (2) получим:

$$\omega_{1,2}(L_{1,2}) = 4\pi\Delta\cdot L_{1,2}/\mathrm{c}, \tag{4}$$

$$\vartheta_{1,2}\left(L_{1,2}\right) = 4\pi\cdot f_0\cdot L_{1,2}/c - 2\pi\cdot\Delta\cdot\left(N-1\right)\cdot L_{1,2}/c + \gamma_{1,2}\left(L_{1,2}\right). \tag{5}$$

Фурье-образ последовательности отсчетов (3) будет иметь вид [6]:

$$\begin{gathered} V\left(\omega, L_1, L_2\right) = \overline{S}\cdot W\left(\omega\right) + \\ +0{,}5\cdot S_1\cdot\exp\left[j\vartheta_1\left(L_1\right)\right]\cdot W\left[\omega - \omega_1\left(L_1\right)\right] + 0{,}5\cdot S_1\cdot\exp\left[-j\vartheta_1\left(L_1\right)\right]\cdot W\left[\omega + \omega_1\left(L_1\right)\right] + \\ +0{,}5\cdot S_2\cdot\exp\left[j\vartheta_2\left(L_2\right)\right]\cdot W\left[\omega - \omega_2\left(L_2\right)\right] + 0{,}5\cdot S_2\cdot\exp\left[-j\vartheta_2\left(L_2\right)\right]\cdot W\left[\omega + \omega_2\left(L_2\right)\right], \end{gathered} \tag{6}$$

где $W(\omega)$ – Фурье-образ окна $w(i)$.

Частоты $\omega_{1,2}$ обычно находят, определяя положения $\omega_{1m,2m}$ максимумов модуля Фурье-образа V, а фазы $\vartheta_{1,2}$ – через вычисления аргумента V в этих максимумах (с учетом влияния окна). Однако, как видно из выражения (3), первое, третье, четвертое и пятое слагаемые ведут к появлению ошибок при нахождении ω_1 и ϑ_1. Это связано с тем, что при оценке максимума величины $|V(\omega)|$ и аргумента V в области ω_1 нужное второе слагаемое с

$W(0)$ будет дополняться искажающими результат слагаемыми с $W(\omega_1)$, $W(2\omega_1)$, $W(\omega_1 - \omega_2)$ и с $W(\omega_1 + \omega_2)$. Аналогично первое, второе, третье и пятое слагаемые ведут к появлению ошибок при нахождении ω_2 и ϑ_2 в области ω_2. Для корректного определения частот и фаз необходимо синтезировать такое весовое окно w^{synt}, Фурье-образ W^{synt} которого обеспечил бы минимизацию соответствующих паразитных слагаемых в области искомых частот, за счет провалов W^{synt} в областях ω_1, $2\omega_1$, $(\omega_1 + \omega_2)$, $(\omega_1 - \omega_2)$, ω_2, $2\omega_2$, $(\omega_2 - \omega_1)$. Кроме того, необходимо дополнительно обеспечить провалы W^{synt} и в области отрицательных частот, чтобы Фурье-образ W^{synt} был симметричным относительно нуля, ибо только в этом случае оценка частоты по максимумам Фурье-образа $|V|$ от последовательности, умноженной на окно w^{synt}, будет несмещенной. В отрицательной области это дополнительные частоты: $-\omega_1$, $-2\omega_1$, $-(\omega_1 + \omega_2)$, $-\omega_2$, $-2\omega_2$.

Таким образом, необходимо обеспечить минимизацию величины W^{synt} в области вышеуказанных двенадцати частот, т. е. в полосах $\Delta\Omega_p$, $p = \pm1, \pm2, \ldots, \pm6$, которые должны учитывать возможные изменения частот $\omega_{1,2}$ от изменения $L_{1,2}$, а также смещение положений $\omega_{1m,2m}$ максимумов $|V|$ из-за спектрального просачивания и влияния шумов измерительной аппаратуры. Если обозначить эти изменения частот как $\Delta\omega_1$ и $\Delta\omega_2$, то можно записать следующие выражения для полос провалов W^{synt}:

$$\Delta\Omega_{\pm1} = \Delta\omega_1,\ \Delta\Omega_{\pm2} = 2\Delta\omega_1,\ \Delta\Omega_{\pm3} = \Delta\omega_2,$$

$$\Delta\Omega_{\pm4} = 2\Delta\omega_2,\ \Delta\Omega_{\pm5} = \Delta\omega_1 + \Delta\omega_2,\ \Delta\Omega_{\pm6} = \Delta\omega_1 + \Delta\omega_2.$$

Целесообразно синтезировать требуемое окно $w^{synt}(i)$ на основе одного из стандартных окон $w(i)$, введя дополнительное требование минимальной невязки Фурье-образов этих окон $W^{synt}(\omega)$ и $W(\omega)$ вне данных областей. При этом требования, к окну $w^{synt}(i)$ можно записать в виде двух условий:

$$\begin{cases} \text{Условие 1:} \\ \left|W^{synt}(\omega)\right| \to \min \text{ для} \\ \quad \omega \in \pm\left[\omega_{1m} - \Delta\Omega_1/2; \omega_{1m} + \Delta\Omega_1/2\right] \cup \pm\left[2\omega_{1m} - \Delta\Omega_2/2; 2\omega_{1m} + \Delta\Omega_2/2\right] \cup \\ \quad\quad \cup \pm\left[\omega_{2m} - \Delta\Omega_3/2; \omega_{2m} + \Delta\Omega_3/2\right] \cup \pm\left[2\omega_{2m} - \Delta\Omega_4/2; 2\omega_{2m} + -\Delta\Omega_4/2\right] \cup \\ \quad\quad \cup \pm\left[\omega_{1m} - \omega_{2m} - \Delta\Omega_5/2; \omega_{1m} - \omega_{2m} + \Delta\Omega_5/2\right] \cup \\ \quad\quad \cup \pm\left[\omega_{1m} + \omega_{2m} - \Delta\Omega_6/2; \omega_{1m} + \omega_{2m} + \Delta\Omega_6/2\right]; \\ \text{Условие 2:} \\ \left|W^{synt}(\omega) - W(\omega)\right| \to \min \text{ для другой } \omega. \end{cases} \tag{7}$$

Условие 1 задает провалы W^{synt} на частотах $\pm\omega_1$, $\pm2\omega_1$, $\pm\omega_2$, $\pm2\omega_2$, $\pm|(\omega_1 - \omega_2)|$, $\pm(\omega_1 + \omega_2)$. Отметим, что это условие (7) отвечает за подавление $W^{synt}(\omega)$ в заданных частотных областях и фактически направлено на снижение методической погрешности при нахождения частот и фаз гармонических компонент, из-за паразитных влияний, указанных выше.

Условие 2 можно трактовать как минимизацию уширения главного лепестка Фурье-образа окна. Оно препятствует увеличению значения ENBW окна, т. е. увеличению случайной погрешности измерений, вызванной влиянием шумов измерительной аппаратуры.

Существуют различные подходы к формированию провалов в Фурье-образе некоторой последовательности отсчетов. Особенно развиты такие подходы в области антенных решеток, где часто нужен синтез дискретного амплитудно-фазового распределения токов на элементах антенной решетки для формирования провалов диаграммы направленности антенны в заданных направлениях [12 – 15]. Мы будем использовать один из подходов к решению такой задачи, представленный в работе [15], ввиду его относительной простоты. Согласно этому подходу, представим искомый Фурье-образ окна W^{synt} в виде разности

исходного W и компенсирующего W^{comp} Фурье-образов:

$$W^{synt} = W - W^{comp}. \tag{8}$$

Логика синтеза окна такова. Пусть, например, компенсирующий образ W^{comp} – это образ окна, главный лепесток которого сдвинут по частоте в положение ω_1 и равен по амплитуде модулю исходного образа W в этой точке. Тогда при вычитании в точке ω_1 образуется нуль образа W^{synt}. Для формирования широких провалов предлагается формировать набор нулей во многих точках ω_k, заполняющих области провалов. Компенсирующий Фурье-образ при этом составляется в виде суммы [15]:

$$W^{comp}(\omega) = \sum_{k=1}^{K} H_k \cdot G(\omega - \omega_k), \tag{9}$$

где $G(\omega)$ – базисные функции; $\{\omega_k\}$ – набор частотных точек, где создаются нули в Фурье-образе синтезируемого окна; $\{H_k\}$ – коэффициенты перед базисными функциями, рассчитываемые после задания набора $\{\omega_k\}$.

В качестве базисной функции будем использовать Фурье-образ прямоугольного окна. Для получения синтезируемой функции W^{synt}, необходимо найти набор $\{\omega_k\}$. Коэффициенты $\{H_k\}$ рассчитываются из условия, что значение вычитаемой функции W^{comp} должно быть равно величине исходной функции W в каждой из точек набора $\{\omega_k\}$. В матричной форме это условие можно записать в следующем виде:

$$\left[W(\omega_k)\right] = \left[G(\omega - \omega_k)\right] \cdot \left[H_k\right]. \tag{10}$$

Тогда коэффициенты $\{H_k\}$ можно найти с помощью выражения

$$\left[H_k\right] = \left[G(\omega - \omega_k)\right]^{-1} \cdot \left[W(\omega_k)\right]. \tag{11}$$

После расчета этих коэффициентов искомое окно $w^{synt}(i)$ находится обратным преобразованием Фурье от W^{synt}, или, с учетом теоремы о частотном сдвиге Фурье-образа, с помощью выражения

$$w^{comp}(i) = \sum_{k=1}^{K} H_k \cdot g(i) \cdot \exp\left[j\omega_k i\right], \tag{12}$$

где $g(i)$ – обратное преобразование Фурье базисной функции $G(\omega)$.

Метод поиска оптимального набора $\{\omega_k\}$

В рамках предложенного подхода ключевым является выбор набора $\{\omega_k\}$ для наилучшего соответствия условию (7). В работах [15, 16] использовался простой вариант с эквидистантным распределением определенного количества точек ω_k в областях предполагаемых провалов Фурье-образа W^{synt}. Однако такой выбор может оказаться далеким от оптимального. Фактически требуется многопараметрическая оптимизация, причем к оптимизируемым параметрам относятся не только значения ω_k, но и количество точек K в наборе. Для решения проблемы зададимся некоторой целевой функцией M. В нее логично ввести минимизацию наибольших уровней $|W^{synt}|$ в областях провалов, а также регуляризационное слагаемое r, зависящее от величины ENBW:

$$\begin{cases} M = \max\left|W^{synt}\left[\omega_{1m} - \Delta\Omega_1/2;\, \omega_{1m} + \Delta\Omega_1/2\right]\right| + \max\left|W^{synt}\left[2\omega_{1m} - \Delta\Omega_2/2;\, 2\omega_{1m} + \Delta\Omega_2/2\right]\right| + \\ + \max\left|W^{synt}\left[\omega_{2m} - \Delta\Omega_3/2;\, \omega_{2m} + \Delta\Omega_3/2\right]\right| + \max\left|W^{synt}\left[2\omega_{2m} - \Delta\Omega_4/2;\, 2\omega_{2m} + \Delta\Omega_4/2\right]\right| + \\ + \max\left|W^{synt}\left[\left|\omega_{1m} - \omega_{2m}\right| - \Delta\Omega_5/2;\, \left|\omega_{1m} - \omega_{2m}\right| + \Delta\Omega_5/2\right]\right| + \\ + \max\left|W^{synt}\left[\omega_{1m} + \omega_{2m} - \Delta\Omega_6/2;\, \omega_{1m} + \omega_{2m} + \Delta\Omega_6/2\right]\right| + \\ + r\left\{\mathrm{ENBW}\left(w^{synt}\right)\right\} \end{cases} \tag{13}$$

Как уже отмечалось выше, при увеличении глубины провалов возрастает значение ENBW, поэтому необходимо находить баланс между этими величинами, т. е. баланс между методической и случайной погрешностями; требуемое равновесие можно регулировать выбором функции $r\{\mathrm{ENBW}\ (w^{synt})\}$. Сами точки ω_k целесообразно выбирать в областях, немного более широких (в k раз), чем $\Delta\Omega_p$, т. е. в областях шириной $k\cdot\Delta\Omega_p$.

В данной работе для поиска набора $\{\omega_k^p\}$ мы использовали генетический алгоритм оптимизации [17], так как он хорошо подходит для задачи, где целевая функция, определяемая выражением (13), является существенно нелинейной и имеет множество разрывов. Процедуру оптимизации проводили в программном пакете MATLAB с помощью встроенной функции ga со случайным набором $\{\omega_k\}$ в первом поколении [18]. В соответствии с требованиями симметрии W^{synt}, набор $\{\omega_k\}$ задавали симметричным относительно нуля. Поколения имели длину $K/2$, поскольку, ввиду симметрии, значения ω_k оптимизировали в области положительных частот. Функция минимизации была запрограммирована так, чтобы оптимизировалось не только положение ω_k, но и значение K. С одной стороны, чем больше K, тем более глубокие провалы W^{synt} формируются, однако с другой стороны, снижается обусловленность матрицы $[W^{comp}(\omega_k)]$, что ведет к вычислительным ошибкам и появлению некорректных результатов. Начальное значение K и размер популяции выбирались эмпирическим путем. Остальные параметры функции ga были выбраны по умолчанию.

Демонстрация предложенного подхода на основе моделирования

С целью демонстрации результатов предлагаемого подхода и снижения методической погрешности демодуляции сигнала мультиплексированных EFFPI, мы провели численное моделирование в программном пакете MATLAB. Расчет $S(f)$ проводили по формуле (1) в частотном интервале $\Delta f = 9{,}99$ ТГц с центром диапазона сканирования частоты $f_0 = 193{,}54$ ТГц (в шкале длин волн это соответствует диапазону от 1510 до 1590 нм), шагом по частоте $\Delta = 5$ ГГц и количеством отсчетов $N = 2000$. В качестве параметров мультиплексированных EFFPI использовали коэффициенты отражения зеркал $R_{1,2} = 3{,}5$ %. Для используемого в выражении (1) радиуса гауссова пучка в перетяжке выбрано значение $w_0 = 5{,}2$ мкм (это соответствует значению диаметра модового поля (*англ.* Mode Field Diameter (MFD)) стандартного одномодового волокна для длины волны 1550 нм), которое считали фиксированным. С учетом этих значений был рассчитан набор последовательностей отсчетов $S(f)$ (5001 последовательностей); при этом зазор L_1 первого EFFPI задавали постоянным, со значением $L_1 = 664{,}8$ мкм, а зазор L_2 второго EFFPI линейно увеличивали от одной STF к другой STF в диапазоне от 861 до 906 мкм с шагом в 10 нм. Отметим, что указанные параметры моделирования мы выбирали с учетом экспериментальных данных (будут описаны и проанализированы далее). На рис. 2, *a* представлен график рассчитанной STF для $L_2 = 883{,}5$ мкм.

Для последующей обработки сигнала, по вычисленным отсчетам STF находили ее среднее значение и затем последовательность центрировали. Это делали для того, чтобы минимизировать паразитное влияние постоянной составляющей STF на результаты обработки сигнала посредством DFT. Далее для каждой центрированной STF рассчитывали двухсоттысячное точечное DFT $V(\omega)$. При этом в качестве исходного было выбрано прямоугольное единичное окно $w(i) = 1$, где $i = 0, 1, ..., N - 1$. Его Фурье-образ определяется следующей формулой:

$$W(\omega) = \frac{\sin(\omega N/2)}{\sin(N/2)} \exp\left[-j\omega(N-1)/2\right]. \tag{14}$$

На рис. 2,*b* представлены графики модулей $|V(\omega)|$ для трех значений L_2: 876,0, 883,5 и 891,0 мкм при значении $L_1 = 664{,}8$ мкм. Помимо частотной шкалы в радианах, для удобства на графике добавлена шкала значений L в микрометрах (пересчитана с помощью выражения (4)). Видно, что положение максимумов $|V(\omega)|$ отклоняется от заданных значений L_1 и L_2, что отражает проявление методической погрешности определения длин зазоров.

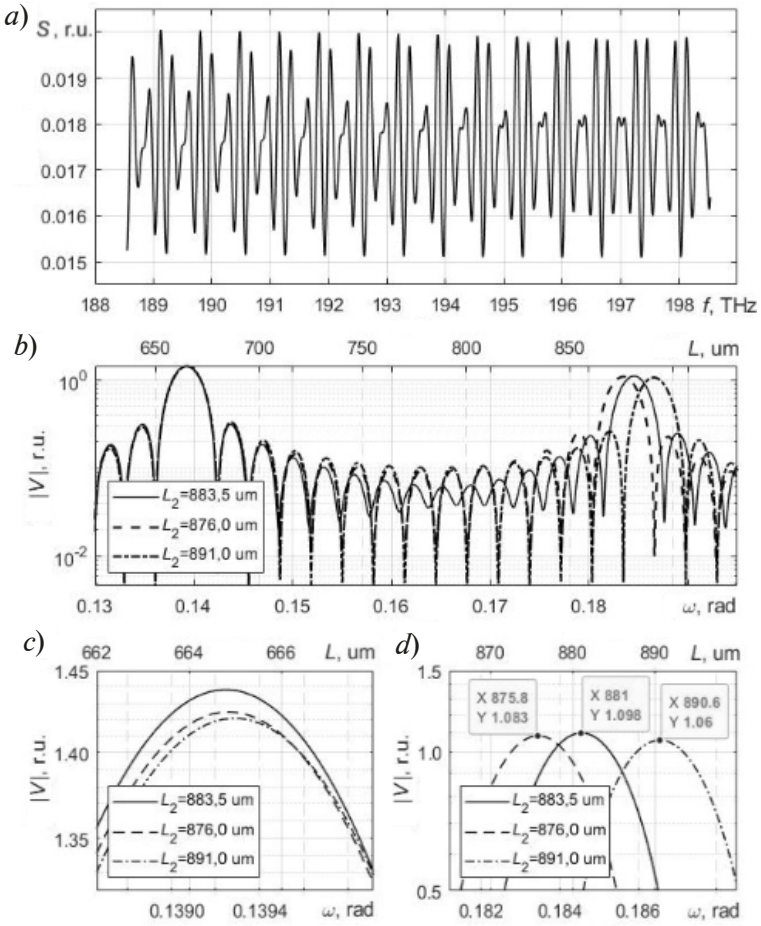

Рис. 2. Результаты численного моделирования бигармонического сигнала двух мультиплексированных волоконно-оптических интерферометров:
a – частотная зависимость STF для схемы; *b* – зависимости $|V(\omega)|$; *c*, *d* – фрагменты $|V(\omega)|$;
L_1 = 664,8 мкм, L_2 = 883,5 мкм (*a*); L_1 = 664,8 мкм, значения L_2 даны в легендах (*b* – *d*)

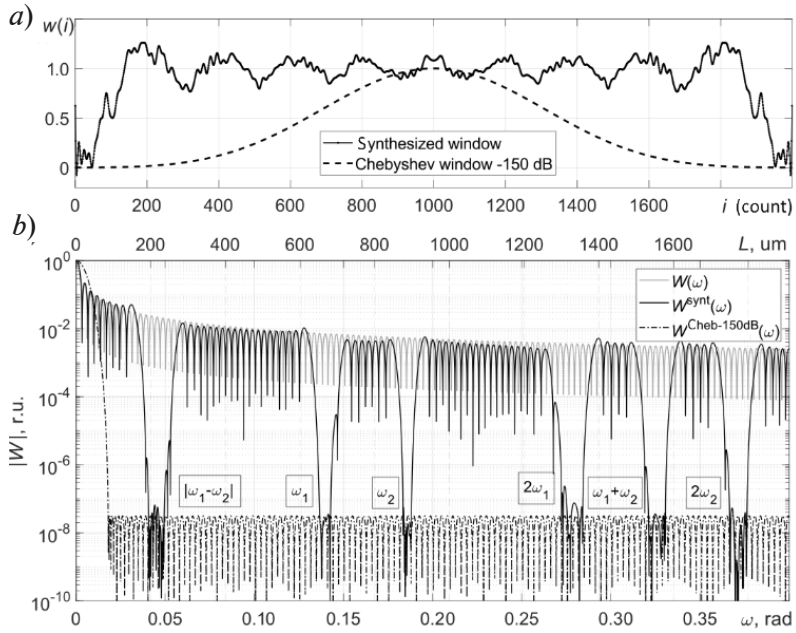

Рис. 3. Сравнение графиков для синтезированного нами окна и стандартного окна – окна Дольфа – Чебышёва: *a* – зависимости *w* от номера отсчета; *b* – нормированные зависимости модуля Фурье-образов для $w(i)$, $w^{synt}(i)$ и $w^{\text{Cheb-150dB}}(i)$

Далее, согласно описанному выше алгоритму, было синтезировано окно w^{synt}, удовлетворяющие условию (7). В качестве базисной при расчете окна по формулам (8), (9) была выбрана функция Фурье-образа прямоугольного окна, т. е. $G(\omega) = W(\omega)$. При нахождении оптимального набора $\{\omega_k\}$, функция $r\{\mathrm{ENBW}(w^C)\}$ в условии (13) была задана равной нулю, поскольку в данном случае значение ENBW окна при его синтезе оказывалось близким к единице.

Окно w^{synt} мы синтезировали исходя из предположения, что диапазон изменения зазора датчиков составляет 15 мкм с центрами L_{10} = 664,8 мкм, L_{20} = 883,5 мкм. Для этих параметров оптической схемы были выбраны следующие параметры в условии (13):

круговые частоты ω_1 = 0,1392 рад и ω_2 = 0,1851 рад;
полосы частот $\Delta\omega_1 = \Delta\omega_2$ = 0,0034 рад.

Эти значения полос соответствуют указанному выше диапазону изменения зазора плюс запас в 1 мкм, взятый с учетом возможного смещения из-за методической погрешности (смещение оценивалось по данным на рис. 2, *b* – *d*). Параметры генетической оптимизации задавали следующими:

размер популяции – 500; количество точек в наборе $\{\omega_k\}$ $K/2 = 90$;
коэффициент $k = 2$.

На рис. 3 представлены графики синтезированного окна (весовой функции) $w^{synt}(i)$ и Фурье-образа $W^{synt}(\omega)$, полученного с этим окном. Видно, что удалось получить шесть глубоких провалов на уровне не менее $3\cdot10^{-8}$ относительно максимума главного лепестка. Вне области провалов зависимость $W^{synt}(\omega)$ близка к Фурье-образу прямоугольного окна $W(\omega)$, показанному на этом рисунке. При этом главный лепесток уширился незначительно. Значение ENBW для w^{synt} составило 1,0737, по сравнению с единичным ENBW (1,000) у прямоугольного.

Отметим, что такие же провалы боковых лепестков можно получить и при помощи стандартных окон. Например, удобно сравнить синтезированное окно с окном Дольфа – Чебышёва, поскольку последнее позволяет задавать произвольный уровень боковых лепестков и боковые лепестки находятся на одном уровне во всей полосе частот. Для получения провалов с уровнем около $3\cdot10^{-8}$, необходимо использовать окно Дольфа – Чебышёва с уровнем боковых лепестков –150дБ (обозначим его как $w^{\text{Cheb-150dB}}$, а его Фурье-образ – $W^{\text{Cheb-150dB}}$), значение ENBW которого равно 1,9814, что в 1,8 раз выше, чем у синтезированного окна $w^{synt}(\omega)$. Также отметим, что алгоритм оптимизации снизил уровень $K/2$ до 58 с начального значения 90, что говорит о правильном выборе последнего.

По набору функций $S(f)$ был рассчитан набор соответствующих зависимостей $V(\omega)$. Далее для каждой $V(\omega)$, с учетом выражения (4), были найдены положения L_{1m} и L_{2m} двух основных максимумов. Их находили путем интерполяции параболой по трем максимальным точкам $|V(\omega)|$ в области пика и определения ее вершины. Аналогичным образом были найдены положения двух основных максимумов L_{1m}^{synt} и L_{2m}^{synt} для всех $V(\omega)$. Максимумы были пересчитаны по набору STF и умножены на окно w^{synt}. Кроме того, так же были найдены положения максимумов $L_{1m}^{\text{Cheb-150dB}}$ и $L_{2m}^{\text{Cheb-150dB}}$ для $|V(\omega)|$, путем умножения STF на окно $w^{\text{Cheb-150dB}}$. Результаты представлены на рис. 4.

Графики на рис. 4, *a* и *c* ясно показывают, что методическая погрешность определения L_1 и L_2 с использованием прямоугольного окна имеет ярко выраженный осциллирующий характер. Период быстрых осцилляций связан с изменением L, приводящим к сдвигу фазы гармоники на 2π в последовательности $v(i)$. Период медленных осцилляций определяется смещением системы паразитных боковых лепестков относительно частоты целевого максимума $V(w)$.

Важно, что для выбранного диапазона изменения зазоров с использованием синтезированного окна, осцилляции удалось снизить на пять порядков, что видно при сравнении графиков на рис. 4, *a* и *b*, а также на рис. 4, *c* и *d*.

С использованием окна $w^{\text{Cheb-150dB}}$ достигается такое же снижение (см. рис. 4, *b* и *d*), но не проявляется недостаток стандартного окна, связанный с влиянием роста значения

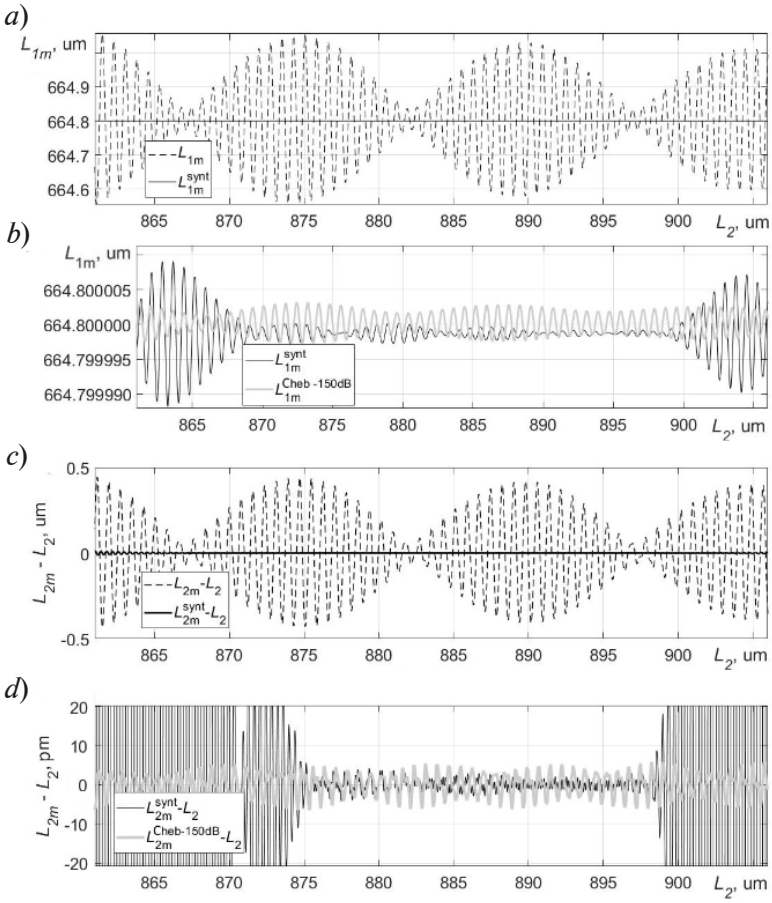

Рис. 4. Результаты определения позиций основных максимумов в зависимости от заданного значения L_2: L_{1m} и L_{1m}^{synt} (*a*), L_{1m}^{synt} и $L_{1m}^{\text{Cheb-150dB}}$ (*b*), $L_{2m} - L_2$ и $L_{2m}^{synt} - L_2$ (*c*), $L_{2m}^{synt} - L_2$ и $L_{1m}^{\text{Cheb-150dB}} - L_2$ (*d*)

ENBW, поскольку в данном моделировании не были введены шумы.

Экспериментальная демонстрация предложенного подхода

Для проверки предложенного подхода был проведен эксперимент с использованием схемы, рассмотренной выше (см. рис. 1). Каждый EFFPI формировали с применением двух патчкордов с волокном SMF-28, оконцованных вилками APC-типа (скошенные) с одной стороны и вилками UPC-типа (прямые) с другой. Прямые торцы патчкордов сводили с зазором в стандартной соединительной розетке. Таким образом, коэффициенты отражений на границе кварц/воздух составляли $R \approx 3{,}5$ %. Один из пачткордов подключали к разветвителю 50:50, а другой оставляли свободным, при этом паразитные отражения света от этого конца патчкорда были пренебрежимо малы (благодаря скошенному торцу). Первый порт разветвителя подключали к опросному устройству – оптическому интеррогатору NI-PXIe-4844, который позволял регистрировать STF в диапазоне 1510 – 1590 нм с равномерным шагом 4 пм по длине волны. Внешний вид экспериментальной установки представлен на рис. 5,*a*.

В ходе эксперимента значение зазора первого EFFPI было установлено равным примерно L_1 = 664,8 мкм, и далее его оставляли без изменения. Величину зазора второго EFFPI медленно уменьшали от 906 до 861 мкм. Зарегистрированные STF затем интерполировали из равномерной шкалы длин волн в равномерную шкалу оптических частот с диапазоном $\Delta f = 9{,}99$ ТГц, центром диапазона f_0 = 193,54 ТГц, шагом по частоте $\Delta = 5$ ГГц и количеством отсчетов N = 2000. На рис. 5, *b* представлен пример полученной $S(f)$ для значений $L_1 \approx 664{,}8$ мкм и $L_2 \approx 906$ мкм. По полученным отсчетам STF находили среднее значение, затем последовательность центрировали и далее находили ее Фурье-образ $V(\omega)$ посредством DTF. На рис. 5,*c* представлен пример полученной функции $|V(\omega)|$ для тех же значений L_1 и L_2.

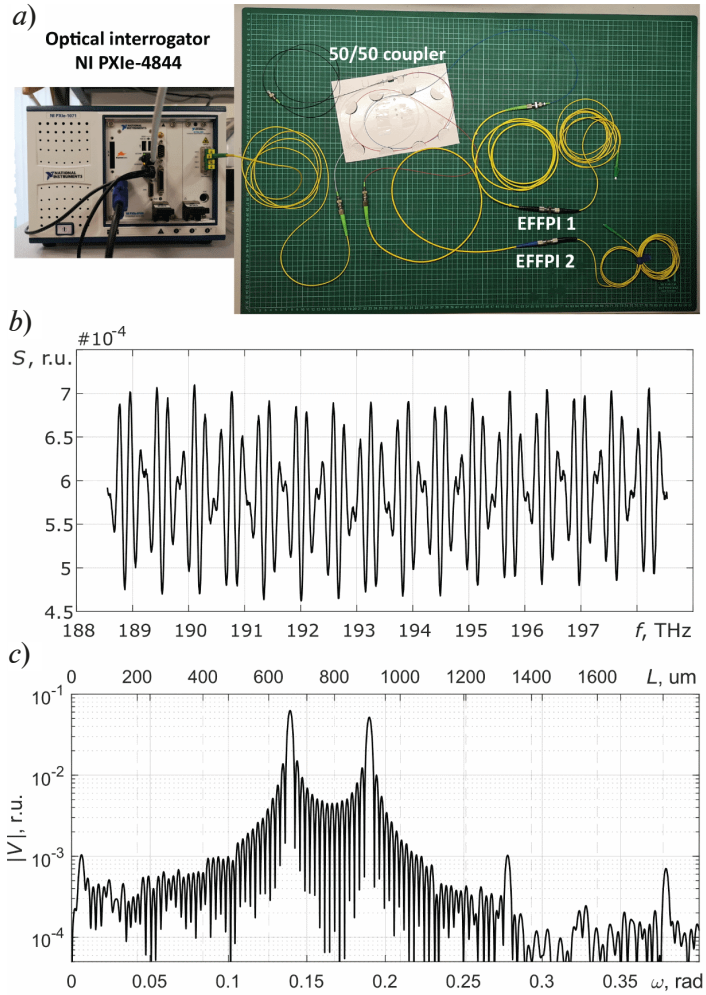

Рис. 5. Фотография экспериментальной установки (*a*) и примеры полученных экспериментальных данных: зависимости $S(f)$ (*b*) и $|V(\omega)|$ (*c*) для значений $L_1 \approx 664{,}8$ мкм и $L_2 \approx 906$ мкм

По каждой зависимости $V(\omega)$ были найдены положения L_{1m} и L_{2m} двух основных максимумов $|V(\omega)|$. Также определяли функцию $V(\omega)$ для STF, умноженных на синтезированное окно w^{synt} (такое же, как при моделировании), и находили позиции двух основных максимумов L_{1m}^{synt} и L_{2m}^{synt}. Результаты расчетов представлены на рис. 6, *a* и *b*.

На рис. 6, *a* видно, что величина L_{2m} снижается от одной STF к другой; неравномерность изменения L_{2m} связана с тем, что зазор L_2 уменьшали вручную. С этим уменьшением, как и предсказывали результаты моделирования, наблюдается осциллирующая ошибка при нахождении значения L_{1m}, что хорошо видно на рис. 6, *b*. Использование синтезированного окна позволило практически подавить осциллирующую ошибку, что следует из характера кривой L_{1m}^{synt} на том же рисунке. Также подавление осциллирующей ошибки отчетливо видно и при сравнении кривых L_{2m} и L_{2m}^{synt} (см. вставку на рис. 6, *a*).

В отличие от результатов моделирования, в эксперименте наблюдаются шумы, что позволяет продемонстрировать преимущество использования синтезированного окна перед применением стандартных окон.

Проанализируем полученные результаты подавления методической погрешности при наличии погрешности, вызванной шумами. Как уже отмечалось ранее, преимуществом синтезируемого окна является незначительный рост значения ENBW, по сравнению со стандартными окнами. Анализ был проведен для найденных значений L_{1m}. В случае использования прямоугольного окна среднеквадратичное отклонение (СКО, англ. Root-Mean Square error (RMS error)) значений L_{1m} при изменении L_2 (т. е. при наличии осцилляций из-за методической погрешности) составило $\sigma L_{1m} = 121$ нм. В случае применения синтезированного окна RMS error значений L_{1m}^{synt} составило $\sigma_{L1msynt} = 9$ нм. Таким обра-

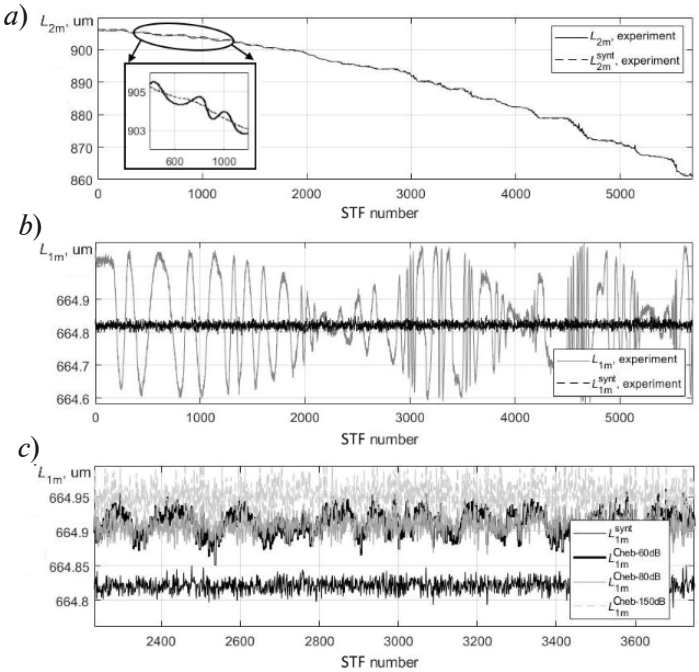

Рис. 6. Результаты обработки экспериментальных зависимостей от номера STF: позиции основных максимумов L_{2m} и L_{2m}^{synt} (*a*), L_{1m} и L_{1m}^{synt} (*b*), L_{1m}^{synt}, $L_{1m}^{\text{Cheb-60dB}}$, $L_{1m}^{\text{Cheb-80dB}}$, $L_{1m}^{\text{Cheb-150dB}}$ (*c*)

зом, RMS error найденных значений L_{1m} в условиях изменения L_2 снизилось в 13 раз и стало определяться преимущественно шумами измерительной аппаратуры.

Для участка, где значение L_2 оставалось неизменным (первые 100 зарегистрированных STF), существует возможность оценить только шумовую погрешность. В этом случае мы получаем значения $\sigma_{L1m_noise} = 8{,}2$ нм и $\sigma_{L1msynt} = 8{,}7$ нм, т. е. приращение шума оказывается незначительным (всего в 1,06 раз). Напомним, что значение ENBW у синтезированного окна в 1,07 раз выше, чем у прямоугольного. Эти результаты сведены в таблице.

Таблица

Сравнение результатов нахождения погрешности при наличии погрешности, вызванной шумами

Окно (весовая функция)	σ_{L1m}, нм	Значение ENBW
Прямоугольное	8,3 (только шум)	1,0000
	121	
Синтезированное	9,0	1,0737
Дольфа – Чебышёва:		
–60 дБ	17,0	1,5180
–70 дБ	13,4	1,6336
–80 дБ	14,0	1,7432
–90 дБ	15,0	1,8445
–100 дБ	16,1	1,9414

Помимо представленного анализа, сравним эффективность подхода, использующего синтезированное окно, со стандартным на примере окна Дольфа – Чебышёва. С этой целью мы дополнительно определили значения L_{1m}^{Cheb}, применяя окна Дольфа – Чебышёва с разным уровнем боковых лепестков (три таких зависимости показаны на рис. 6, *c*). На указанном графике видно, что на уровне –60 дБ методическая погрешность превалирует над шумовой, на уровне –80 дБ она становится менее заметной на фоне увеличившейся шумовой погрешности, а на уровне –150 дБ она не проявляется вовсе. Результаты этого анализа величины L_{1m}^{Cheb} также представлены в таблице. Полученные данные показывают, что минимальное значение RMS error (σ_{L1m}) среди найденных L_{1m}^{Cheb} наблюдается для уровня –70 дБ и составляет $\sigma_{L1m\text{Cheb}}$ = 13,4 нм. Этот уровень отражает компромисс между методической и шумовой погрешностями. Отметим, что в данном конкретном случае применение синтезированного окна показало среднеквадратичные отклонения для проведенного измерения в 1,49 раз лучшие, чем со стандартным окном Дольфа – Чебышёва на уровне –70 дБ. Отметим, что и значение ENBW синтезированного окна оказалось меньше в 1,52 раза.

На рис. 6 видно, что экспериментально найденные значения L имеют различное постоянное смещение при использовании разных окон, чего не наблюдалось при численном моделировании и что, вообще говоря, является фактором постоянной ошибки демодуляции. Различие может быть связано с тем, что шум, присутствующий в регистрируемых STF, – не белый, либо с тем, что в сигнале могут присутствовать и оказывать некое влияние дополнительные паразитные гармоники, например, от паразитных интерферометров в волоконно-оптическом тракте. Однако поиск причин данного эффекта требует отдельного изучения и выходит за рамки настоящего исследования.

Заключение

Проведен анализ проблем демодуляции сигнала интерферометрических волоконно-оптическим систем с мультиплексированными чувствительными интерферометрами при спектральном опросе, когда регистрируемая STF обрабатывается посредством DTF. Как при помощи моделирования, так и экспериментально продемонстрировано наличие значительной методической погрешности измерения частот гармонических компонент STF. Для снижения методической погрешности без существенного увеличения шумовой погрешности предложено использовать специально синтезированное весовое окно. Численно и экспериментально на конкретном примере показана эффективность предлагаемого подхода, по сравнению с применением стандартного окна Дольфа – Чебышёва. Предложенная процедура может использоваться в любых задачах, связанных с оценкой частот и фаз полигармонических сигналов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волоконно-оптические датчики. Вводный курс для инженеров и научных работников. Под ред. Э. Удда. Пер. с англ. М.: Техносфера, 2008. 520 с.

2. **Лиокумович Л. Б.** Волоконно-оптические интерферометрические измерения. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2007. 110 с.

3. **Ushakov N., Liokumovich L.** Resolution limits of extrinsic Fabry – Perot interferometric displacement sensors utilizing wavelength scanning interrogation // Applied Optics. 2014. Vol. 53. No. 23. Pp. 5092–5099.

4. **Ushakov N. A., Liokumovich L. B.** Multiplexed extrinsic fiber Fabry – Perot interferometric sensors: resolution limits // Journal of Lightwave Technology. 2015. Vol. 33. No. 9. Pp. 1683–1690.

5. **Ushakov N. A., Markvart A. A., Liokumovich L. B.** Pulse wave velocity measurement with multiplexed fiber optic Fabry – Pérot interferometric sensors // IEEE Sensors Journal. 2020. Vol. 20. No. 19. Pp. 11302–11312.

6. **Оппенгейм А., Шафер Р.** Цифровая обработка сигналов. 3-е изд. Пер. с англ. М.: Техносфера, 2007. 1048 с.

7. **Дворкович В. П., Дворкович А. В.** Оконные функции для гармонического анализа сигналов. 2-е изд. М.: Техносфера, 2016. 217 с.

8. **Баранов И. В., Езерский В. В.** Минимизация погрешности измерения расстояния при цифровой обработке сигналов частотных дальномеров промышленного применения // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2008. № 24. С. 55–60.

9. **Давыдочкин В. М.** Весовые функции и алгоритмы для повышения точности оценки частоты и амплитуды выборки гармонического сигнала на фоне сигналоподобных помех. Автореф. дис. канд. техн. наук. Рязань: Академия права и управления ФСИН, 2008. 16 с.

10. **Давыдочкин В. М., Давыдочкина С. В.** Весовые функции для цифрового адаптивного гармонического анализа сигналов с многомодовым спектром // Радиотехника. 2009. № 9. С. 11–20.

11. **Маркварт А. А., Лиокумович Л. Б., Ушаков Н. А.** Соотношение Рао – Крамера для оценки разрешающей способности измерений с волоконно-оптическим интерферометром Фабри – Перо произвольной добротности // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2021. Т. 14. № 4. С. 172–189.

12. **Зелкин Е. Г., Соколов В. Г.** Методы синтеза антенн: фазированные антенные решетки и антенны с непрерывным раскрывом. М.: Советское радио, 1980. 294 с.

13. **Mangoud M. A.-A., Elragal H. M.** Antenna array pattern synthesis and wide null control using enhanced particle swarm optimization // Progress in Electromagnetics Research B. 2009. Vol. 17. Pp. 1–14.

14. **Вендик О. Г., Калинин С. А., Козлов Д. С.** Фазированная антенная решетка с управляемой формой диаграммы направленности // Журнал технической физики. 2013. Т. 83. № 10. С. 117–121.

15. **Козлов Д. С.** Интерференционное формирование диаграммы направленности фазированной антенной решетки с подавлением излучения в заданном направлении с учетом взаимного влияния излучателей. Автореф. дис. канд. физ.-мат. наук. СПб: ЛЭТИ, 2016. 16 с.

16. **Маркварт А. А., Ушаков Н. А., Лиокумович Л. Б.** Применение синтеза весовых окон в дискретном преобразовании Фурье для снижения ошибок демодуляции сигналов мультиплексированных волоконно-оптических датчиков // Сборник трудов 24-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение» (DSPA-2022). Вып. 24. М.: Изд-во РНТОРЭС имени А. С. Попова, 2022. С. 177–182.

17. **Sivanandam S. N., Deepa S. N.** Introduction to genetic algorithms. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008. 442 p.

18. MathWorks Help Center. Genetic Algorithm. Режим доступа: https://www.mathworks.com/help/gads/genetic-algorithm.html (Дата обращения: 01.06.2022).

REFERENCES

1. **Udd E., Spillman. Jr. W. B.** (Eds.), Fiber optic sensors: An introduction for engineers and scientists, 2nd ed., John Wiley & Sons Inc., New York, 2011.

2. **Liokumovich L. B.,** Volokonno-opticheskiye interferometricheskiye izmereniya [Fiber optic interferometric measurements], Polytech. University Press, St. Petersburg, 2007 (in Russian).

3. **Ushakov N., Liokumovich L.** Resolution limits of extrinsic Fabry – Perot interferometric displacement sensors utilizing wavelength scanning interrogation // Appl. Optics. 53 (23) (2014) 5092–5099.

4. **Ushakov N. A., Liokumovich L. B.,** Multiplexed extrinsic fiber Fabry –Pérot interferometric sensors: resolution limits, J. Lightwave Technol. 33 (9) (2015) 1683–1690.

5. **Ushakov N. A., Markvart A. A., Liokumovich L. B.,** Pulse wave velocity measurement with multiplexed fiber optic Fabry – Pérot interferometric sensors, IEEE Sens. J. 20 (19) (2020) 11302–11312.

6. **Oppenheim A. V., Schafer R. W.,** Discrete-time signal processing, 2nd ed., Pearson Education, London, 2007.

7. **Dvorkovich V. P., Dvorkovich A. V.,** Okonnyye funktsii dlya garmonicheskogo analiza signalov [Window functions for harmonic signal analysis, 2nd ed.], Tekhnosfera Publishing, Moscow, 2016 (in Russian).

8. **Baranov I. V., Ezerski V. V.,** Minimization to inaccuracy of the measurement of the distance under digital processing signal in FM radar for industrial application], Bulletin of Ryazan State Radioengineering University. (24) (2008) 55–60.

9. **Davydochkin V. M.,** Vesovyye funktsii i algoritmy dlya povysheniya tochnosti otsenki chastoty i amplitudy vyborki garmonicheskogo signala na fone signalopodobnykh pomekh, Avtoref. dis. kand. tekhn. nauk [Weighting functions and algorithms for improving the accuracy of estimating the frequency and amplitude of a harmonic signal sample against the background of signal-like noise], Synopsis of Thesis for Cand. Techn. Sci., Ryazan, 2008.

10. **Davydochkin V. M., Davydochkina S. V.,** Window functions for the digitial adaptive harmonic analysis of the signals with the miltimodal spectrum, J. Radioengineering. (9) (2009) 11—20 (in Russian).

11. **Markvart A. A., Liokumovich L. B., Ushakov N. A.,** Estimating the measurement resolution of an arbitrary finesse fiber-optic Fabry — Perot interferometer via Cramer — Rao bound, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 14 (4) (2021) 172—189.

12. **Zelkin E. G., Sokolov V. G.,** Metody sinteza antenn: Fazirovannyye antennyye reshetki i antenny s nepreryvnym raskryvom [Antenna synthesis methods: Phased antenna array and antennas with continuous aperture], Sovetskoye Radio Publishing, Moscow, 1980 (in Russian).

13. **Mangoud M. A.-A., Elragal H. M.,** Antenna array pattern synthesis and wide null control using enhanced particle swarm optimization, Progr. Electromagn. Res. B. 17 (2009) 1—14.

14. **Vendik O. G., Kalinin S. A., Kozlov D. S.,** Phased array with controlled directivity pattern, Techn. Phys. 58 (10) (2013) 1507—1511.

15. **Kozlov D. S.,** Interferentsionnoye formirovaniye diagrammy napravlennosti fazirovannoy antennoy reshetki s podavleniyem izlucheniya v zadannom napravlenii s uchetom vzaimnogo vliyaniya izluchateley. Avtoref. dis. kand. fiz.-mat. nauk [Interference beamforming of a phased antenna array with suppression of radiation in a given direction, taking into account the mutual influence of emitters], Synopsis of Thesis for Cand. Phys.-Math. Sci., St. Petersburg, 2016.

16. **Markvart A. A., Ushakov N. A., Liokumovich L. B.,** Application of weight window synthesis in a discrete Fourier transform to reduce demodulation errors of signals of multiplexed fiber-optic sensors, In book: Proc. 24-th Int. Conf. “Digital Signal Processing and its Applications” (DSPA-2022), Publ. by A. S. Popov Russian Scientific and Technical Society of Radio Engineering, Electronics and Communications Press. (24) (2022) 177—182.

17. **Sivanandam S. N., Deepa S. N.,** Introduction to genetic algorithms, Berlin, Heidelberg, Springer, 2008.

18. MathWorks Help Center. Genetic Algorithm, https://www.mathworks. com/help/gads/genetic-algorithm.html, Accessed June 01, 2022.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

МАРКВАРТ Александр Александрович — *ассистент Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.*

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
markvart_aa@spbstu.ru
ORCID: 0000-0001-8080-0830

ЛИОКУМОВИЧ Леонид Борисович — *доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.*

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
leonid@spbstu.ru
ORCID: 0000-0001-5988-1429

УШАКОВ Николай Александрович — *кандидат физико-математических наук, доцент Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.*

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
n.ushakoff@spbstu.ru
ORCID: 0000-0002-3480-2779

THE AUTHORS

MARKVART Aleksandr A.
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
markvart_aa@spbstu.ru
ORCID: 0000-0001-8080-0830

LIOKUMOVICH Leonid B.
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
leonid@spbstu.ru
ORCID: 0000-0001-5988-1429

USHAKOV Nikolai A.
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
n.ushakoff@spbstu.ru
ORCID: 0000-0002-3480-2779

Статья поступила в редакцию 20.06.2022. Одобрена после рецензирования 16.08.2022. Принята 16.08.2022.
Received 20.06.2022. Approved after reviewing 16.08.2022. Accepted 16.08.2022.

© Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2022