



DOI: 10.18721/JPM.14102

УДК 538.945

## ТОКОВЫЕ КОНФИГУРАЦИИ В ДЛИННОМ ДЖОЗЕФСОНОВСКОМ КОНТАКТЕ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

**М.А. Зеликман**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Рассмотрены токовые конфигурации в периодически модулированном длинном джозефсоновском контакте, находящемся во внешнем магнитном поле, для значений параметра пиннинга  $I$  больше и меньше критического ( $I_c$ ). Показано, что при  $I > I_c$  максимальное значение незатухающего тока определяется длиной контакта и не зависит от величины внешнего магнитного поля. В случае  $I < I_c$  критический ток определяется значением магнитного поля  $H_{\max}$ , при котором вихри начинают заполнять всю длину контакта, и не зависит от длины контакта. При этом с ростом внешнего магнитного поля критическое значение тока снижается.

**Ключевые слова:** длинный джозефсоновский контакт, магнитное поле, незатухающий ток, вихри

**Ссылка при цитировании:** Зеликман М.А. Токовые конфигурации в длинном джозефсоновском контакте во внешнем магнитном поле // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2021. Т. 14. № 1. С. 21–31. DOI: 10.18721/JPM.14102

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

## CURRENT CONFIGURATIONS IN THE LONG JOSEPHSON CONTACT IN AN EXTERNAL MAGNETIC FIELD

**M.A. Zelikman**

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,  
St. Petersburg, Russian Federation

Current configurations in a periodically modulated long Josephson contact located in an external magnetic field are considered for values of the pinning parameter  $I$  greater than and less than the critical one ( $I_c$ ). It is shown that, if  $I > I_c$ , the maximum value of the non-quenching current is determined by the contact length and does not depend on the value of the external magnetic field. In the case  $I < I_c$ , the critical current is determined by the value of the magnetic field at which the vortices begin to fill the entire length of the contact, and does not depend on the length of the contact. At the same time, with the growth of the external magnetic field, the critical value of the current decreases.

**Keywords:** long Josephson contact, magnetic field, undimmed current, vortices

**Citation:** Zelikman M.A., Current configurations in the long Josephson contact in an external magnetic field, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 14 (1) (2021) 21–31. DOI: 10.18721/JPM.14102

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

## Введение

Исследования последних лет заметно приблизили нас к сверхпроводимости при комнатных температурах [1, 2]. Поэтому еще большее значение приобрела проблема критических полей и токов, крайне важная при практическом использовании сверхпроводников. Для классических сверхпроводников эта проблема решается на базе уравнений Гинзбурга – Ландау. Высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП) по большей части представляют собой гранулированные керамики. Они состоят из соприкасающихся гранул, между которыми находится диэлектрик. В местах контакта гранул между собой, возникают джозефсоновские переходы, которые являются нелинейными элементами, что затрудняет описание их свойств. Кроме того, макроструктура ВТСП представляет собой ячеистую среду, существование которой ведет к возникновению пиннинга вихрей. Эти осложнения исключают возможность использования уравнений Гинзбурга – Ландау для расчета токовых состояний в ВТСП. Приходится искать другие подходы к анализу токов в таких средах.

В последние годы внимание физиков привлекли длинные джозефсоновские контакты. С одной стороны, это связано с возможностью изготовления искусственных структур такого типа [3 – 5], на которых можно проверять теоретические предсказания. В настоящее время ведутся исследования подобных структур, в которых диэлектрик в слое между сверхпроводниками заменен ферромагнетиком [6]. Повышенный интерес к указанным структурам вызван еще и тем, что в них наблюдаются физические явления, свойственные объемным сверхпроводникам: выталкивание магнитного поля за счет приграничных мейснеровских токов, возникновение и взаимодействие вихрей, формирование решетки вихрей и т. п. Периодическое модулирование длинного джозефсоновского контакта позволяет исследовать и вопросы пиннинга вихрей, а также профили магнитного поля, проникающего в контакт в виде вихрей. При этом математически задача намного проще,

чем в объемном сверхпроводнике, и может быть решена точно. Поэтому исследования процессов в длинных джозефсоновских контактах посвящено значительное число работ [7 – 12]. Например, в работах [10, 11] рассмотрен периодически модулированный длинный контакт, помещенный в постоянное внешнее магнитное поле, параллельное плоскости контакта, в случае, когда полный ток через контакт равен нулю. Далее, в работе [12] рассчитано распределение токов в контакте при заданном полном токе в нулевом внешнем магнитном поле. Но во многих случаях внешнее поле не равно нулю, поэтому следует оценить его влияние на протекание сверхпроводящих токов, в частности на величину критического тока.

Целью настоящего исследования является анализ общего случая, когда во внешнее магнитное поле помещен длинный джозефсоновский контакт, через который протекает незатухающий сверхпроводящий ток.

## Постановка задачи

Искусственный, длинный, периодически модулированный джозефсоновский контакт (ДПМДК) (рис. 1, *a*) представляет собой тонкий слой диэлектрика (плоскость  $xz$ ) между двумя сверхпроводниками, пересеченный полосами диэлектрика толщиной  $2l$  вдоль оси  $y$  и шириной  $d$  вдоль оси  $x$ ; полосы параллельны друг другу, бесконечны вдоль оси  $z$  и периодически расположены по оси  $x$ , на расстоянии  $L$  друг от друга. Внешнее магнитное поле, а также оси вихрей направлены вдоль оси  $z$ . На рис. 1, *b* изображена структура искусственно созданного, периодически модулированного джозефсоновского контакта [3]. На участках между полосами величина скачка фазы  $\varphi$  между сторонами контакта медленно меняется по координате, в то время как при переходе через полосу она изменяется скачкообразно.

На рис. 1, *a* величина скачка фазы, усредненная по  $k$ -му участку между полосами, обозначена как  $\varphi_k$ . Пусть скачок фазы на ближайшем к границе контакта участке равен  $\varphi_1$ , и по мере продвижения внутрь длинного

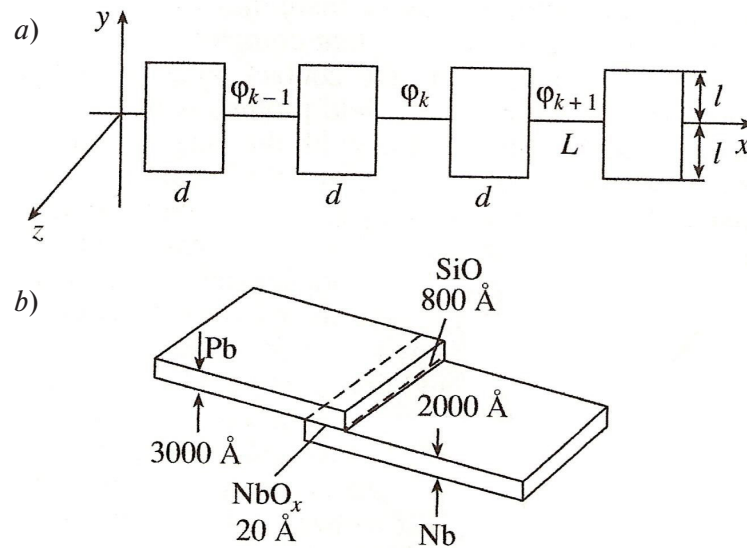


Рис. 1. Модель периодически модулированного джозефсоновского контакта (а) и пример структуры такого созданного контакта (б);  $\varphi_k$  — величина скачка фазы, усредненная по  $k$ -му участку между полосами

контакта скачки фазы будут обозначены как  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$  и т. д. Распределение величин  $\varphi_k$  описывает установившееся токовое состояние.

Следует рассмотреть проникновение магнитного поля в представленную модель контакта при нулевом и ненулевом токах, а также процессы в отсутствие внешнего магнитного поля.

#### Проникновение магнитного поля в ДПМДК при нулевом полном токе

Рассмотрим сначала случай, когда полный ток через ДПМДК равен нулю. Важно учитывать, что при наличии пиннинга распределение скачков фазы и токов по контакту не будет однозначным. Причиной многозначности является очевидная «гистерезисность» ситуации: вид установившейся конфигурации распределения зависит от предыстории работы ДПМДК, т. е. от того, как контакт пришел к данному состоянию. Например, если сначала его внесли в сколь угодно малое поле и только потом охладили и перевели в сверхпроводящее состояние, то магнитные потоки будут пронизывать и внутренние ячейки контакта. Если же его внести в поле в сверхпроводящем состоянии, то при

малых полях конфигурация будет мейсснеровской, т. е. поле проникнет только в узкий приграничный слой. Возникает огромное число различных вариантов.

Решаем задачу для случая адиабатического включения поля. Контакт уже находится в сверхпроводящем состоянии, а внешнее поле  $H_e$  медленно увеличивается от нулевого значения.

Из равенства тока нулю и соображений симметрии можно сделать вывод, что вблизи обоих краев контакта токи распределены одинаково, но текут в разных направлениях.

При малых значениях  $H_e$ , у границы контакта возникает мейсснеровская конфигурация, когда величины  $\varphi_k$  убывают с ростом номера и равны нулю в глубине контакта. При этом магнитное поле, созданное приграничными токами, полностью компенсирует внешнее поле в глубине контакта. Такая ситуация может иметь место, пока внешнее поле не достигнет некоторого максимально возможного значения  $H_s$ , причем вплоть до него мейсснеровское состояние будет устойчивым [13]. В сверхпроводниках первого рода предел указанного состояния определяется равенством энергий нормального

и сверхпроводящего состояний с учетом энергии экранирующих токов. Если внешнее поле больше  $H_s$ , то образец переходит в нормальное состояние. В рассматриваемом случае джозефсоновского контакта эти соображения неприменимы.

Представляет интерес выяснить поведение контакта, когда внешнее поле превысит величину  $H_s$  и мейсснеровское состояние невозможно. Как известно, при отсутствии пиннинга, в контакте установилась бы периодическая последовательность вихрей. В данном случае необходимо учесть существование пиннинга. В работах [10 – 12] показано (в том числе нами), что характер вихревой картины зависит от величины так называемого параметра пиннинга [12]:

$$I = 4\pi\mu_0 j_c Lld / \Phi_0,$$

где  $j_c$ , А/м<sup>2</sup>, – критическая плотность тока каждого точечного джозефсоновского перехода;  $\Phi_0$ , Вб, – квант магнитного потока; смысл геометрических величин  $L, l, d$  ясен из рис. 1.

При малых значениях параметра пиннинга  $I$  ситуация такая же, как при нулевом пиннинге, т. е. при превышении внешним полем некоторого значения  $H_{\max} > H_s$  вихри заполняют сразу весь контакт от его границы до бесконечности. Это аналогично ситуации в сверхпроводниках II рода. При больших же значениях параметра  $I$  вихри с ростом поля постепенно продвигаются от границы внутрь контакта, а магнитное поле в глубине контакта остается равным нулю, т. е. ситуация аналогична поведению сверхпроводника III рода. В работе [12] на базе подхода, развитого в нелинейной физике [13, 14], показано, что существует критическое значение параметра пиннинга  $I_c = 0,9716$ , разделяющее эти два режима.

В работах [10, 11] нами был рассчитан профиль магнитного поля внутри контакта, основанный на анализе непрерывного видоизменения конфигурации, протекающего в направлении уменьшения ее энергии (точнее, потенциала Гиббса). Процесс

перестройки конфигурации рассмотрен как непрерывная трансформация распределения токов и скачков фазы. При постепенном увеличении внешнего магнитного поля от нуля, происходит непрерывная трансформация устанавливающегося распределения токов. При этом в каких-то участках конфигурации токи убывают, в каких-то возрастают, т. е. вихри не ведут себя как жесткие частицы, «заталкиваемые» полем внутрь, а как бы «втекают» внутрь контакта.

Предложенный в работах [10, 11] алгоритм позволил найти ту конфигурацию, в которую переходит мейсснеровское состояние при малом превышении внешним полем значения  $H_s$ , и проследить ее развитие при дальнейшем увеличении поля. Этот метод одновременно дает ответ и на вопрос об устойчивости состояния.

Расчеты показали, что существует критическое значение параметра пиннинга  $I_c$  в интервале 0,95 – 1,00, разделяющее два возможных режима проникновения магнитного поля в контакт. Этот результат коррелирует с критическим значением параметра пиннинга  $I_c = 0,9716$ , найденным в работах [12 – 14]. В случае  $I > I_c$ , при любом значении внешнего поля возникает приграничная токовая структура конечной длины, полностью компенсирующая внешнее поле в глубине контакта. В нашей статье [10] проведено подробное исследование этого случая. В глубине контакта магнитное поле равно нулю, у границы оно уменьшается с глубиной почти линейно, с некоторыми более или менее выраженными осцилляциями. Значения коэффициента наклона представляют собой рациональные дроби и остаются постоянными в конечных интервалах параметра  $I$ . При выходе значения  $I$  за верхнюю границу такого интервала коэффициент наклона скачком возрастает и принимает значение другой рациональной дроби.

Как было отмечено выше, в рассматриваемом случае нулевого полного тока через контакт, около обоих его краев токи распределены одинаково, но текут в противоположных направлениях. При этом создаваемые

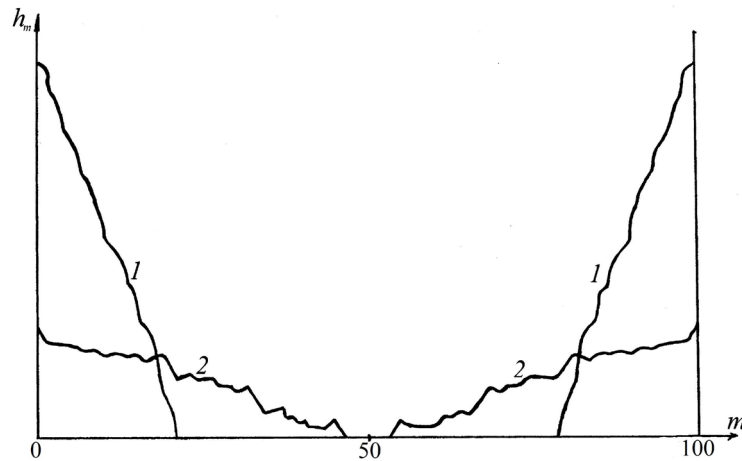


Рис. 2. Профили магнитного поля внутри длинного ( $m = 100$ ) контакта для двух значений параметра пиннинга: 5 и 2 (кривые 1 и 2 соответственно) при некоторых величинах внешнего магнитного поля ( $m$  – номер ячейки)

магнитные поля в точках, симметричных относительно середины контакта, одинаковы по величине и направлению.

Введем нормированную напряженность внешнего поля  $h = H_e / H_0$ , где  $H_0 = \Phi_0 / \mu_0 S$  – значение внешнего поля, при котором через каждую ячейку площадью  $S$  проходит один квант магнитного потока  $\Phi_0$ . Тогда магнитное поле внутри  $m$ -й ячейки можно вычислить по формуле [10]:

$$h_m = (\varphi_{m+1} - \varphi_m) / 2\pi.$$

На рис. 2 приведены рельефы магнитного поля внутри контакта для разных значений параметра  $I$  при некоторых величинах внешнего нормированного магнитного поля  $h$ . Расчет проводился в предположении, что правая и левая структуры не пересекаются, т. е. длина контакта считалась бесконечной. Если же она такова, что правый и левый графики пересекаются, то должен быть сделан перерасчет, учитывающий конечность длины. Но в любом случае картина будет симметрична, и система вихрей будет находиться в покое.

Если же  $I < I_c$ , то приграничная структура может существовать лишь до значения внешнего поля  $H_{\max}(I)$ . При  $H_e > H_{\max}$  длина приграничной конфигурации, рассчитан-

ная методом, использованным в работе [10] (т. е. в предположении о бесконечной длине контакта), все время растет в процессе расчета. Это означает, что процесс расчета может длиться бесконечно, а поле проникает в контакт на бесконечную глубину. Для детального анализа случая  $I < I_c$  указанный метод мы использовали в работе [11] для варианта ограниченной длины контакта, поскольку две симметричные последовательности вихрей, идущие с разных концов контакта, должны остановиться, встретившись в его центре.

Как и при  $I > I_c$ , картина во всех случаях будет симметрична и система вихрей будет находиться в покое.

#### Ненулевой ток в отсутствие внешнего магнитного поля

При нулевом внешнем магнитном поле из соображений симметрии можно утверждать, что вблизи его обоих краев токи распределены одинаково и текут в одном направлении. Из теоремы о циркуляции напряженности магнитного поля следует, что поле снаружи выражается как

$$H = J/2b,$$

где  $J$ , А, – полный ток через контакт;  $b$ , м, – длина контакта вдоль оси  $z$ .



Так же, как в разделе «Проникновение магнитного поля в ДПМДК при нулевом полном токе», следует определить конфигурацию распределения скачков фазы в приграничной области, минимизирующую потенциал Гиббса, при заданных полях по обе стороны от контакта (такой расчет см. в указанном разделе). Критическое значение параметра пиннинга, разделяющее режимы, – то же самое, т. е.  $I_c = 0,9716$ . Различие в данном случае состоит в том, что заданным параметром выступает не внешнее магнитное поле, а полный ток в контакте. Если значение параметра пиннинга меньше критического ( $I < I_c$ ), то приграничная структура может существовать лишь до значения внешнего поля  $H_{\max}(I)$ , т. е. до величины полного тока

$$J_{\max}(I) = 2b H_{\max}(I).$$

Однако главное отличие исследуемого здесь варианта от такового в указанном выше разделе состоит в том, что вихри у разных краев контакта имеют противоположные ориентации. До тех пор, пока длина контакта настолько велика, что эти вихревые картины не пересекаются (либо при  $I > I_c$ , либо при  $I < I_c$  и  $J < J_{\max}$ ), вся конфигурация будет статичной, движения вихрей отсутствуют. Но если длина контакта такова, что картины накладываются друг на друга, то в области перекрытия вихри противоположных ориентаций будут притягиваться друг к другу и «аннигилировать», т. е. взаимно уничтожаться. При этом вихри, вносящие за счет пиннинга свой вклад в силу, удерживающую вихревую конфигурацию, исчезают, и картина перестает быть статичной. Новые вихри приходят в область перекрытия, и с ними происходит то же самое. При движении вихрей энергия переходит в тепло и токи перестают быть незатухающими.

То же самое будет происходить, если  $I < I_c$ , но  $J > J_{\max}$ , когда вихревые последовательности с обеих сторон стремятся заполнить всю длину контакта. Эти последовательности имеют противоположные ориентации, поэтому взаимно уничтожаются. На их место

приходят новые вихри, переводя энергию в тепло при своем движении.

### Контакт во внешнем магнитном поле при ненулевом токе

Рассмотрим общий случай. Контакт находится во внешнем магнитном поле, которое было включено адиабатически, т. е. напряженность поля росла медленно и монотонно от нуля до  $H_e$ . После этого через контакт пропускают внешний ток, который медленно и монотонно увеличивается от нуля до  $J$ . Суммарное поле вне контакта с одной стороны (для определенности считаем ее правой) равно  $H_e + J/2b$ , а с другой  $H_e - J/2b$ . Будем называть ориентацию вихрей в правой структуре положительной, а обратную – отрицательной. Снова стоит задача расчета конфигураций в приграничных областях.

**Случай  $I > I_c$ .** Введем безразмерные параметры

$$j = \frac{J}{bH_0}, l_{\text{cont}} = \frac{L_{\text{cont}}}{L + d},$$

где  $l_{\text{cont}}$  – длина контакта, выраженная количеством ячеек.

На рис. 3 изображены профили магнитного поля внутри контакта для случая, когда его длина достаточно велика, так что до включения тока  $j$  приграничные структуры (изображены пунктиром) не пересекаются. С ростом тока  $j$  ситуации внутри контакта около его разных краев становятся принципиально разными. У правого края, около которого поле равно  $H_e + J/2b$ , конфигурация соответствует минимуму потенциала Гиббса при адиабатическом увеличении магнитного поля от  $H_e$  до  $H_e + J/2b$ , т. е. поле линейно убывает с глубиной внутрь контакта, начиная со значения  $H_e + J/2b$ . Длина этой приграничной структуры равна  $(h + j/2)/k$  ячеек. У другого края поле уменьшалось от величины  $H_e$  до  $H_e - J/2b$ , т. е. имел место обратный ход внешнего магнитного поля. Поэтому, вследствие гистерезиса, рельеф уже не является линейным.

Возможны следующие случаи.

1. Если  $j > 4h$ , то  $h - j/2 < -h$ . При этом

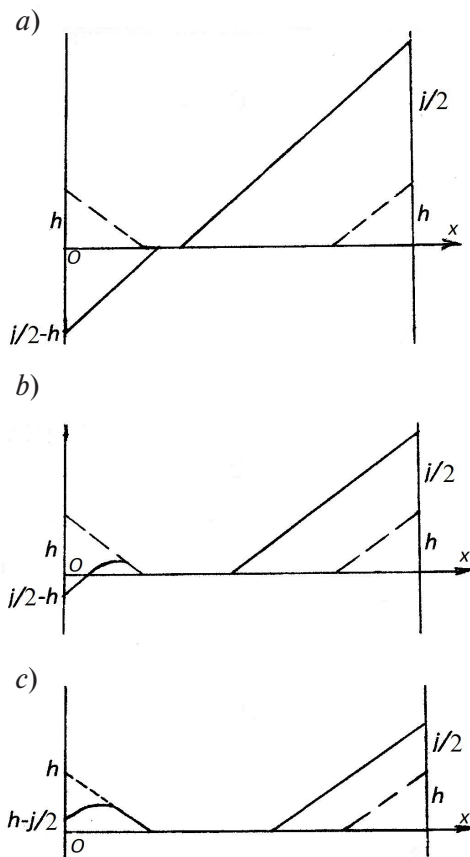


Рис. 3. Профили магнитного поля внутри длинного контакта при заданном внешнем поле  $h$  и разных значениях тока  $j$ :  $j > 4h$  (a),  $4h > j > 2h$  (b),  $j < 2h$  (c). Пунктиром показаны профили поля до включения тока ( $j = 0$ )

поле преодолевает пиннинг уже существовавших у левого края вихрей, в результате чего у левого края устанавливается вихревая структура из противоположно ориентированных вихрей (рис. 3,а). При этом профиль поля у левого края контакта также линейный, его длина равна  $(j/2 - h)/k$ . Если длина контакта  $l_{cont}$  меньше суммы длин приграничных структур, а именно

$$(h + j/2)/k + (j/2 - h)/k = j/k,$$

то в области их пересечения противоположно ориентированные вихри уничтожают друг друга, на их место приходят новые, при движении вихрей энергия переходит в тепло и токи перестают быть незатухающими.

2. Если  $2h < j < 4h$ , то вихри, ближайšie к левому краю контакта, ориентированы отрицательно, а более удаленные — положительно (рис. 3,б). При этом длина отрицательной части структуры будет равна  $(j/2 - h)/k$  ячеек. С ростом тока правая структура расширяется, но взаимоуничтожения вихрей на границе с левой не будет, так как они имеют одинаковую ориентацию. Левая конфигурация будет сжиматься под давлением правой, и принадлежащие ей вихри положительной ориентации будут двигаться влево и аннигилировать с отрицательными. Если длина контакта меньше суммы длин, т. е.

$$(h + j/2)/k + (j/2 - h)/k = j/k,$$

то все положительные вихри левой структуры уничтожатся и отрицательные вихри левой структуры будут аннигилировать с положительными вихрями правой. Снова получаем ситуацию, рассмотренную в пункте 1.

Обобщая случаи 1 и 2, приходим к выводу, что непрерывное движение вихрей с переходом энергии в тепло происходит при выполнении условий  $j > kl_{cont}, j > 2h$ , которые можно записать в виде

$$j > \max \{ kl_{cont}, 2h \}. \quad (1)$$

Этот результат включает в себя условие движения вихревой картины  $j > kl_{cont}$ , полученное в работе [12] при  $h = 0$ .

3. Если  $h > j/2$  (рис. 3,с), то обе вихревые структуры ориентированы одинаково, поэтому взаимоуничтожения вихрей при наложении не будет. Но возникает вопрос, будет ли картина стационарной. Если краевые структуры пересекаются при нулевом токе, то силы, действующие на точку их пересечения с обеих сторон, будут равны. С ростом тока сила со стороны правого края растет, а со стороны левого падает, так как слева структура получена при снижении напряженности магнитного поля. Поэтому правая структура будет двигать левую влево. При этом левая конфигурация сожмется до такого состояния, при котором сила ее противодействия

максимальна. Это состояние соответствует линейной зависимости магнитного поля от глубины с тем же коэффициентом  $k$ .

В итоге у обоих краев устанавливаются приграничные профили магнитного поля конечной длины. Сумма длин приграничных структур равна

$$\frac{(h + j/2)}{k} + |h - j/2|/k = 2h/k \text{ ячеек.}$$

На рис. 4 изображены различные возможные случаи. В случае, показанном на рис. 4,а, структуры не пересекаются, ситуация стационарная. В случае, представленном на рис. 4,б, структуры  $AFG$  и  $CMN$  были бы в покое. Необходимо выяснить, будут ли в покое структуры  $DBFG$  и  $BDMN$ , а также достаточна ли сила, действующая на структуру  $DBFG$  со стороны  $BDMN$ , чтобы удержать ее в покое. Из равновесия  $CMN$  следует, что сила со стороны  $BDMN$  равна силе со стороны  $CBD$ , которая равна силе со стороны  $ABD$ . Последняя компенсирует силу со стороны  $DBFG$ , т. е. структура  $DBFG$  будет в покое. То же касается и структуры  $BDMN$ . Аналогичное рассмотрение показывает, что и в случае, показанном на рис. 4,с, структуры находятся в покое.

А в случае, изображенном на рис. 4,д (см. его описание ниже), равновесия нет, поэтому вихри движутся справа налево, при этом их энергия переходит в тепло.

Найдем соотношение параметров, при котором реализуется ситуация  $d$ ):

$$FG = h + j/2, MN = h - j/2, FP = FG - MN = j.$$

Из того факта, что  $FP > RP$ , следует, что  $j > kl_{cont}$ . Учитывая, что  $h > j/2$ , приходим к соотношению

$$kl_{cont} < j < 2h. \quad (2)$$

Объединив условия (1) и (2), получим условие нестационарности при  $I > I_c$ :

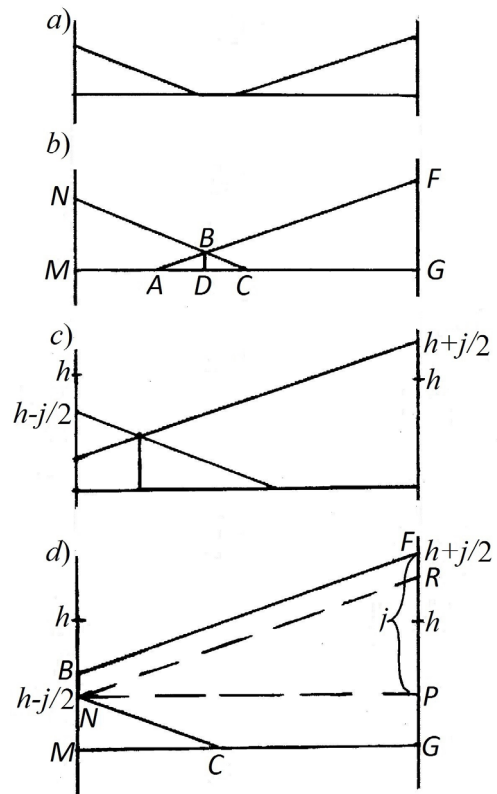


Рис. 4. Возможные профили нормированной напряженности магнитного поля в контакте.

В случаях  $a, b$  и  $c$  структуры стационарны; в случае  $d$  возникает их движение справа налево (буквенные обозначения точек введены для удобства пояснений в тексте)

$$j > kl_{cont} \quad (3)$$

(при любом  $h$ ).

**Случай  $I < I_c$ .** При указанном условии также могут быть разные ситуации.

Если  $h + j/2 < h_s$ , то с обеих сторон выстраиваются мейсснеровские конфигурации. При не слишком малой длине контакта они не перекрываются и картина стационарна.

Если же  $h + j/2 > h_{max}$ , то у правого края контакта возникает последовательность вихрей, стремящаяся захватить всю длину контакта. Левая структура может представлять собой либо мейсснеровскую конфигурацию, либо конечную приграничную структуру, либо цепочку вихрей, также стремящуюся захватить весь контакт. Но, поскольку напряженность поля у правого края больше, чем у





левого, то левая структура не может противодействовать напору справа, вихри движутся справа налево, при этом их энергия переходит в тепло.

Еще в одном случае, когда одновременно выполнены условия

$$h_s < h + j/2 < h_{\max},$$

$$h_s < h - j/2 < h_{\max},$$

с обеих сторон будут структуры конечной длины.

Но их длины не пропорциональны значениям поля у границы, как это было в случае  $I > I_c$ . Можно анализировать поведение приграничных структур в зависимости от соотношения длин структур и длины контакта. Однако поскольку диапазон магнитных полей от  $h_s$  до  $h_{\max}$  весьма мал, то с определенной степенью уверенности можно пренебречь этой ситуацией и утверждать, что картина перестает быть стационарной, как только большее поле  $H_e + J/2b$  превысит значение  $H_{\max}$ , т. е.  $h + j/2 > h_{\max}$ .

В работе [12] при  $h = 0$  условие движения вихрей имеет вид  $j > 2h_{\max}$ , что является частным результатом полученной здесь формулы.

Аналогичное рассмотрение с некоторыми допущениями можно провести в случае трехмерной джозефсоновской среды [15].

### Заключение

Проведен анализ токовых конфигураций в периодически модулированном длинном джозефсоновском контакте, находящемся во внешнем магнитном поле, для значений параметра пиннинга  $I$  больше и меньше критического значения  $I_c$ . Рассмотрение базируется на результатах анализа непрерывного видоизменения токовой конфигурации, протекающего в направлении уменьшения ее энергии (точнее, потенциала Гиббса). Процесс перестройки конфигурации рассматривается как непрерывная трансформация распределения токов и скачков фазы.

Показано, что при  $I > I_c$  максимальное значение незатухающего тока определяется длиной контакта и не зависит от величины внешнего магнитного поля. В случае  $I < I_c$  критический ток не зависит от длины контакта и определяется значением магнитного поля  $H_{\max}$ , при котором вихри начинают заполнять всю длину контакта. При этом с ростом внешнего магнитного поля критическое значение тока снижается.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Drozdov A.P., Kong P.P., Minkov V.S. et al. Superconductivity at 250 K in lanthanum hydride under high pressures // *Nature*. 2019. Vol. 569. No. 7757. Pp. 528–531.
2. Somayazulu M., Ahart M., Mishra A.K., Geballe Z.M., Baldini M., Meng Y., Struzhkin V.V., Hemley R.J. Evidence for superconductivity above 260 K in lanthanum superhydride at megabar pressures // *Physical Review Letters*. 2019. Vol. 122. No. 2. P. 027001.
3. Голубов А.А., Серпученко И.Л., Устинов А.В. Динамика джозефсоновского флюксона в длинном контакте с неоднородностями // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1988. Т. 94. № 6 (12). С. 297–311.
4. Парамонов М.Е., Голдобин Э.Б., Коше-лец В.П. Измерение ширины линии джозефсоновского генератора с инжекторами // *Журнал радиоэлектроники*. 2016. № 7. С. 1684–1719.
5. Revin L.S., Pankratov A.L., Masterov D.V., Pavlov S.A., Chiginev A.V., Skorokhodov E.V. Features of long YBCO Josephson junctions fabricated by preliminary topology mask // *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. 2018. Vol. 28. No. 7. P. 1100505.
6. Golovchanskiy I.A., Abramov N.N., Stolyarov V.S., Emelyanova O.V., Golubov A.A., Ustinov A.V., Ryazanov V.V. Ferromagnetic resonance with long Josephson junction // *Superconductor Science and Technology*. 2017. Vol. 30. No. 5. P. 054005.
7. Revin L.S., Pankratov A.L., Chiginev A.V., Masterov D.V., Parafin A.E., Pavlov S.A. Asymme-

try of the velocity-matching steps in YBCO long Josephson junctions // *Superconductor Science and Technology*. 2018. Vol. 31. No. 4. P. 045002.

8. Руденко Э.М., Короташ И.В., Краковный А.А., Белоголовский М.А. Нелинейная динамика квантовых вихрей в длинных джозефсоновских переходах // *Металлофизика и новейшие технологии*. 2018. Т. 40. № 10. С. 1273–1282 (на украинском языке).

9. Nashaat M., Botha A.T., Shukrunov Yu.M. Devil's staircases in the IV characteristics of superconductor/ferromagnetic/superconductor Josephson junctions // *Physical Review B*. Vol. 97. No. 22. P. 224514.

10. Зеликман М.А. Проникновение магнитного поля в длинный периодически модулированный джозефсоновский контакт // *Журнал технической физики*. 2009. Т. 79. № 2. С. 36–42.

11. Зеликман М.А. Установление квазиодно-

родной последовательности вихрей в периодически модулированном джозефсоновском контакте конечной длины // *Журнал технической физики*. 2009. Т. 79. № 12. С. 19–25.

12. Dorogovtzev S.N., Samuhin A.N. Magnetic flux penetration and critical current in long periodically modulated Josephson junction // *Europhysics Letters*. 1994. Vol. 25. No. 9. Pp. 693–698.

13. Meiss J.D. Symplectic maps, variational principles, and transport // *Reviews of Modern Physics*. 1992. Vol. 64. No. 3. Pp. 795–848.

14. Заславский Г.М., Сагдеев Р.З. Введение в нелинейную физику: от маятника до турбулентности и хаоса. М.: Наука, 1988. 368 с.

15. Зеликман М.А. Развитие неустойчивости мейсснеровского состояния в трехмерной упорядоченной джозефсоновской среде // *Журнал технической физики*. 2009. Т. 79. № 9. С. 47–57.

*Статья поступила в редакцию 09.09.2020, принята к публикации 30.10.2020.*

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

**ЗЕЛИКМАН Марк Аронович** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
marzelik@mail.ru

## REFERENCES

1. Drozdov A.P., Kong P.P., Minkov V.S., et al., Superconductivity at 250 K in lanthanum hydride under high pressures, *Nature*. 569 (7757) (2019) 528–531.

2. Somayazulu M., Ahart M., Mishra A.K., et al., Evidence for superconductivity above 260 K in lanthanum superhydride at megabar pressures, *Physical Review Letters*. 122 (2) (2019) 027001.

3. Golubov A.A., Serpuchenko I. L., Ustinov A.V., Dynamics of a Josephson fluxon in a long junction with inhomogeneities: theory and experiment, *Sov. Phys. JETP*. 67 (6) (1988) 1256–1264.

4. Paramonov M.E., Goldobin E.B., Koshelets V.P., Measurements of the linewidth of Josephson junction with injectors, *Journal of Radio Electronics*. (7) (2016) 1684–1719 (in Russian).

5. Revin L.S., Pankratov A.L., Masterov D.V., et al., Features of long YBCO Josephson junctions fabricated by preliminary topology mask, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*. 28 (7) (2018) 1100505.

6. Golovchanskiy I.A., Abramov N.N., Stolyarov V.S., et al., Ferromagnetic resonance with long Josephson junction, *Superconductor Science and Technology*. 30 (5) (2017) 054005.

7. Revin L.S., Pankratov A.L., Chiginev A.V., et al., Asymmetry of the velocity-matching steps in YBCO long Josephson junctions, *Superconductor Science and Technology*. 31 (4) (2018) 045002.

8. Rudenko E.M., Korotash I.V., Krakovnyy A.O., Bilogolovskyy M.O., Nonlinear dynamics of quantum vortices in long Josephson junctions,



Metallofiz. Noveishie Tekhnol. 40 (10) (2018) 1273–1282 (in Ukrainian).

9. **Nashaat M., Botha A.T., Shukrunov Yu.M.**, Devil's staircases in the IV characteristics of superconductor/ferromagnetic/superconductor Josephson junctions, *Physical Review. B.* 97 (22) (2018) 224514.

10. **Zelikman M.A.**, Penetration of magnetic field into a long periodically modulated Josephson contact, *Technical Physics.* 54 (2) (2009) 197–203.

11. **Zelikman M.A.**, Formation of a quasi-uniform sequence of vortices in a periodically modulated finite-length Josephson contact, *Technical Physics.* 54 (12) (2009) 1742.

12. **Dorogovtzev S.N., Samuhin A.N.**, Magnetic flux penetration and critical current in long periodically modulated Josephson junction, *Europhysics Letters.* 25 (9) (1994) 693–698.

13. **Meiss J.D.**, Symplectic maps, variational principles, and transport, *Reviews of Modern Physics.* 64 (3) (1992) 795–848.

14. **Sagdeev R.Z., Usikov D.A., Zaslavsky G.M.**, *Nonlinear physics: From the pendulum to turbulence and chaos*, Harwood Academic Publishers, New Jersey, USA, 1988.

15. **Zelikman M.A.**, Development of the Meissner state instability in an ordered 3D Josephson medium, *Technical Physics.* 54 (9) (2009) 1290–1300.

*Received 09.09.2020, accepted 30.10.2020.*

#### THE AUTHOR

**ZELIKMAN Mark A.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

marzelik@mail.ru