

*А.В. Пивков¹, А.М. Лобачев²,
В.А. Полянский², В.С. Модестов²*

¹ Санкт-Петербургский государственный
университет гражданской авиации;

² Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН В УПРУГОМ ИЗОТРОПНОМ СЛОЕ С ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ АКТУАТОРОМ

В статье выполнено конечно-элементное моделирование распространения упругих волн в изотропном слое, вызванных работой пьезоактуатора. Для этого создана математическая модель системы «упругий слой — пьезоэлемент», в рамках которой реализовано совместное решение уравнений пьезоупругости и механики деформируемого твердого тела. Данная модель позволяет описывать процесс распространения высокочастотных механических колебаний в упругом слое, вызванных приложением зондирующего электрического импульса к электродам пьезоэлемента, и воспроизводить разность потенциалов, возникающую при приеме отраженной волны. Исследовано влияние параметров конечно-элементной модели и схемы численного интегрирования на результаты расчетов. Выявлена существенная чувствительность времени задержки отраженной волны к величине шага интегрирования по времени. При этом построена зависимость дополнительной задержки отраженного импульса от шага интегрирования, которая позволяет нивелировать погрешности расчета за счет вычитания временной задержки, связанной с шагом интегрирования.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, КОНЕЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ, ПЬЕЗОАКТУАТОР, ПЬЕЗОУПРУГОСТЬ, АКУСТИЧЕСКАЯ ВОЛНА.

Введение

Метод акустоупругости является одним из самых перспективных для измерения механических напряжений в металлах. Он основан на одноименном эффекте, открытом в 1959 году Р.В. Бенсоном и В. Дж. Рилсоном, и заключается в том, что в области упругих деформаций существует линейная зависимость между скоростью распространения объемных упругих волн и напряжениями.

Технология измерения механических напряжений, базирующаяся на данном эффекте, широко применяется в промышлен-

ности: разработаны стандарты на методики проведения измерений, серийно выпускается измерительное оборудование. Поскольку абсолютная скорость распространения акустической волны зависит от множества факторов, измеряемым параметром служит относительная разность скоростей распространения двух поперечных акустических волн с взаимно ортогональной поляризацией. Эта разность называется акустической анизотропией.

Единственной альтернативой методу акустоупругости выступает тензометрия, но она фактически измеряет деформации по-



верхности, на которую наклеен тензомер. Метод же акустической анизотропии измеряет механические напряжения, средние по поперечному сечению детали. Это преимущество нивелируется тем, что пластические деформации, внутренние дефекты и другие «неидеальности» вносят свой вклад в измеряемый сигнал. Поэтому ГОСТ 2007 года [1] прямо указывает, что измерения можно проводить только в упругой области при отсутствии пластических деформаций. Это ограничение является существенным. Как правило, разрушение элементов конструкций происходит после пластической деформации, и техническая диагностика в этой области деформаций представляет принципиальный интерес для промышленности. Необходима специальная технология разделения акустической анизотропии на части, связанные с такими факторами, как

начальная анизотропия материала,
механические напряжения,
пластические деформации,
наличие дефектов внутри материала.

Имеющиеся обобщенные подходы к решению этой проблемы [2] основаны на использовании модели нелинейно-упругого материала Мурнагана. Как показали наши экспериментальные исследования на образцах из обычного проката [3], такие подходы не вполне отвечают необходимым требованиям. Полученные нами экспериментальные зависимости величины акустической анизотропии от величины деформаций, даже в простом случае одноосного нагружения, принципиально отличаются, например, от описанных в работе [4]. Использование же более сложной вязкоупругой модели материала позволяет получить лишь качественное соответствие с экспериментом [3].

Математическое моделирование, основанное на простейших реологических моделях материала, должно дать возможность проанализировать влияние всех существенных факторов: внутренних трещин, разворота зерен, пор и других дефектов. Такой анализ необходим для разработки обоснованных методов технической диагностики.

Имеющиеся значительные достижения в этой области [5, 6] основаны на упрощающих предположениях. Фактически при моделировании акустических волн используется только шаровая часть тензора напряжений.

Такой подход обоснован, так как другие компоненты тензора вносят вклад «второго порядка малости» в распространение акустической волны. Но в нашем случае сам эффект акустоупругости составляет десятые и сотые доли процента, поэтому возможность использования различных упрощений также необходимо исследовать на полной модели распространения акустической волны.

Описание исходных предположений для построения модели

Проводимые нами исследования непосредственно связаны с экспериментами, поэтому моделирование процесса измерений должно обязательно учитывать конструкцию и принцип действия серийного прибора для измерения акустической анизотропии (ИН-5101А), который имеется в нашем распоряжении.

При работе этого прибора происходит генерация зондирующих ультразвуковых волн [7] (одна продольная и две поперечные, которые поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях) пьезоэлектропреобразователями (ПЭП), работающими в режиме пьезоактуаторов. Прием отраженных упругих волн, возбужденных в материале контролируемого объекта, также осуществляется этими же ПЭП путем преобразования механических колебаний в разность потенциалов.

Таким образом, возникла необходимость моделировать распространение упругой волны в системе «пьезоэлемент – упругий изотропный слой». Для такой системы необходимо совместно решать задачу теории упругости для металлической области и связанную с ней задачу электроупругости для пьезоэлемента.

По сравнению с известными подходами [8, 9], особенностями постановки данной задачи являются как прямое численное

моделирование высокочастотного колебательного процесса (частота воздействия составляет 5 МГц) путем численного решения задачи распространения волн упругой деформации из решения системы уравнений упругости, так и учет соотношений для моделирования связанной задачи электроупругости. Для корректного описания такого процесса требуется использовать малый размер конечных элементов расчетной области и малый шаг интегрирования.

Необходимо отметить, что исследования в области моделирования пьезоэлектриков в основном представлены работами, связанными с нахождением собственных частот пьезоэлементов, или с определением волн сжатия-разрежения в материалах [8, 9]. Предлагаемый в данной работе подход, включающий совместное решение совместной задачи, который не содержит упрощающих предположений об отсутствии влияния среды на процесс генерации колебаний, является новаторским. По крайней мере, нам неизвестны примеры аналогичных исследований.

Процесс измерений механических напряжений методом акустоупругости

Прибор ИН-5101А состоит из генератора импульсов, приемника, трехкомпонентного преобразователя и блока обработки сигнала. Для проведения измерения датчик устанавливается на поверхность исследуемой детали или части металлоконструкции. Между датчиком и металлом наносится слой контактной жидкости. Датчик имеет три ПЭП: один для генерации и приема продольно-поляризованной волны, и два для волн, поляризованных в поперечном направлении. Генерация волны производится путем подачи на электрод пьезопластины зондирующего сигнала. Этот сигнал представляет собой три пилообразных импульса с периодом собственных колебаний пьезопластины. Возникающие при этом колебания пластины становятся источником упругих волн в металле.

После распространения волны по толщине слоя и отражения от поверхности, противоположной датчику, колебания поверхности металла приводят к деформации

пьезопластины и возникновению разности потенциалов между ее электродами. Регистрация разности потенциалов производится блоком обработки поступающей информации в составе прибора ИН-5101А. Измеряется временная задержка между излучаемым и отраженным импульсами. Далее по формулам, которые связывают задержку распространения упругой волны с коэффициентами упругоакустической связи, вычисляются механические напряжения [10].

Отраженный импульс можно аппроксимировать следующим выражением:

$$U(t) = A(t) \cdot \sin(2\pi ft), \quad (1)$$

где $A(t)$ – огибающая сигнала; t – время, отсчитываемое с момента прихода волны в датчик; f – частота колебаний.

Такую форму приняты сигнал имеет при распространении упругой волны в металле, не имеющем дефектов на макро- и мезоуровнях. Однако при практических измерениях часто возникает ситуации, когда форма регистрируемого сигнала имеет искажения.

Форма огибающей сигнала, регистрируемого при измерениях, описывается экспоненциально-степенной функцией [11]:

$$A(t) = A_0 \left(\frac{t}{t_m} \right)^2 e^{\delta \left(1 - \frac{t}{t_m} \right)}, \quad (2)$$

где t_m – временной интервал от начала импульса до его максимума; A_0 – максимальная амплитуда сигнала; δ – коэффициент аппроксимации.

Уровень отраженного сигнала, отображаемого на экране прибора, устанавливается автоматически путем задания коэффициента усиления. Поэтому далее для удобства рассматривается только нормированный сигнал вида A/A_0 .

В натурном эксперименте была осуществлена регистрация сигнала, вызванного прохождением продольной волны в стальном образце толщиной 16 мм. Огибающая сигнала первого отраженного импульса была аппроксимирована выражением (2) при $t_m = 3 \cdot (1/f)$, где $f = 5$ МГц, и

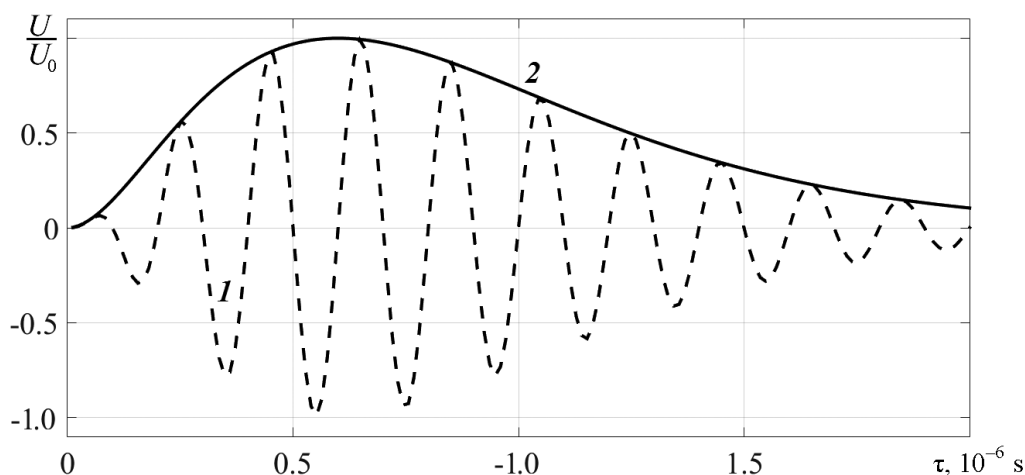


Рис. 1. Первый отраженный импульс (1) и его огибающая (2) в зависимости от времени

$\delta = 2,0$. Полученная зависимость представлена на рис. 1.

Постановка задачи

Численное моделирование работы системы «пьезоэлемент – упругий слой» выполним, используя систему конечно-элементного (КЭ) анализа ANSYS. Рассмотрим нестационарную задачу о прохождении продольной волны в осесимметричной постановке. При моделировании работы пьезодатчика производится решение связанной задачи электроупругости.

Схема к постановке задачи приведена на рис. 2. Образец из стали 14ХГНДЦ моделируется прямоугольной областью $h \times l$.

Размер $h = 16$ мм и совпадает с толщиной образца, использованного при измерениях в работе [12]. Принято, что размер l превышает h в пять раз. При решении серии вспомогательных задач установлено, что при такой величине l не возникает искажения результата, связанного с переотражением от правой границы расчетной области.

В датчике прибора ИН5101А рабочая площадка пьезоэлемента является квадратной. В приведенной постановке радиус пьезоэлемента принят равным половине стороны этого квадрата. Рассматриваемая область разбита 8-узловыми элементами Plane183, моделирующими упругую среду. Несмотря на наличие специальных элементов, моде-

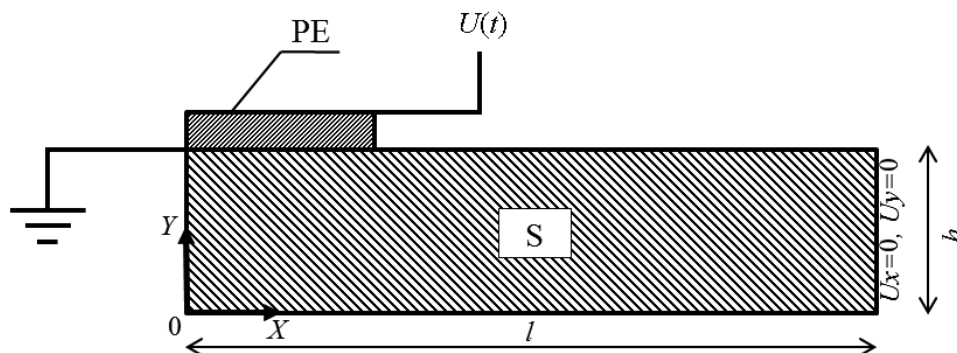


Рис. 2. Схема к постановке задачи:

S – образец из стали 14ХГНДЦ ($h \times l$), PE – пьезоэлемент из пьезокерамики ЦТС-19, XY – координатная система; $U(t)$ – нестационарная разность потенциалов, прикладываемая к верхней поверхности PE

лирующих прохождение акустических волн, данный подход не удается реализовать в используемой системе КЭ-анализа по двум причинам. Во-первых, необходимо моделировать волны деформаций; во-вторых, в дальнейшем необходимо учитывать наведенное напряженно-деформированное состояние конструкции.

Свойства стали, задаваемые линейным законом деформирования, которые использовались в расчете, характеризовались следующими значениями параметров:

- модуль Юнга $E = 200$ ГПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$;
- плотность $\rho = 7700$ кг/м³.

Схема кинематических граничных условий также приведена на рис. 2. Внешняя грань слоя закреплена. К верхней поверхности пьезоэлемента прикладывается нестационарная разность потенциалов $U(t)$, имеющая в соответствии с инструкцией [7], пилообразную форму. Частота воздействия $f_d = 5$ МГц.

Начальными условиями являются нулевая разность потенциалов на электродах

Таблица

Физические и электрофизические характеристики пьезокерамического материала ЦТС-19

Плотность, кг/м ³	7400
<i>Упругие константы, Н/м²</i>	
S_{11}	$13,2 \cdot 10^{10}$
S_{12}	$6,2 \cdot 10^{10}$
S_{13}	$6,9 \cdot 10^{10}$
S_{33}	$10,4 \cdot 10^{10}$
S_{44}	$2,8 \cdot 10^{10}$
<i>Пьезоэлектрические константы, Кл/м²</i>	
D_{31}	-3,7
D_{33}	11,5
D_{15}	10,3
<i>Диэлектрические константы</i>	
ϵ_{11}	913
ϵ_{33}	873

пьезоэлемента, а также отсутствие перемещений, скоростей и механических напряжений как в упругом слое, так и в пьезодатчике.

Как было указано выше, область пьезоматериала была разбита 8-узловыми элементами Plane223. Каждый узел этого элемента имел три степени свободы: u_x – перемещение вдоль оси OX, u_y – перемещение вдоль оси OY и электрический потенциал U , обеспечивающий возможность решения уравнений электропроводности.

Свойства материала пьезоэлектропреобразователя (ПЭП) – пьезокерамики ЦТС-19 приведены в таблице [13].

Определяющие соотношения пьезоматериала

Уравнения состояния пьезоэлектрической среды при изотермических условиях имеют следующий вид [14]:

$$\begin{cases} S_i = s_{ij}^E T_j + d_{mi} E_m; \\ D_m = d_{mi} T_i + e_{mk}^T E_k, \end{cases} \quad (3)$$

где \mathbf{T} – шестимерный вектор напряжений; \mathbf{S} – шестимерный вектор деформаций; E_m , E_k – компоненты вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} ; D_m – компоненты вектора индукции \mathbf{D} ; s_{ij} – упругие константы; e_{mk} – диэлектрические константы; d_{ij} – пьезоэлектрические константы.

В общем виде пьезоэлектрические уравнения могут быть представлены следующей системой:

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \cdot \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (4)$$

где \mathbf{M} – упругопьезодиэлектрическая матрица.

Такая форма записи матриц соответствует направлению оси поляризации OZ и изотропии пьезокерамики в плоскости,

перпендикулярной этой оси.

Матрица \mathbf{M} имеет вид

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}^E & \mathbf{e} \\ \mathbf{e}^T & \boldsymbol{\varepsilon}^s \end{pmatrix},$$

где

$$\mathbf{C}^E = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{22} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{s_{11} - s_{12}}{2} \end{pmatrix}$$

— симметричная матрица упругих модулей.

Далее, матрица пьезоконстант имеет вид

$$\mathbf{e} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

а тензор диэлектрической проницаемости —

$$\boldsymbol{\varepsilon}^s = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}.$$

Метод Ньюмарка

Рассматриваемый нестационарный процесс упругого деформирования тела при распространении упругой волны описывается следующей системой уравнений:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}, \quad (5)$$

где \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} — матрицы масс, демпфирования и жесткости, соответственно; \mathbf{F} — вектор внешних сил; \mathbf{u} — вектор узловых перемещений.

Особенностью задачи является использование неявного метода решения, несмотря на то, что, как правило, при моделировании процессов с длительностью порядка 10^{-5} с используются явные методы.

Из-за ограниченной области устойчивости для применения явного метода необходим очень малый шаг интегрирования.

Поскольку размер стороны элемента должен быть меньше длины продольной волны в материале, которая следует выражению

$$\lambda = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \frac{1}{f},$$

то размер шага интегрирования по критерию Кранка — Николсона будет иметь порядок 10^{-8} с.

С учетом того, что на следующем этапе исследования планируется дополнить расчетную модель наличием дефектов, при построении сетки КЭ-элементов могут возникнуть ситуации, в которых размер стороны элемента будет значительно меньше λ , что сделает шаг интегрирования неприемлемо малым для практических расчетов. Кроме того, явный метод вносит положительное демпфирование [14], что может приводить к некорректному моделированию колебательного процесса.

В используемой программной системе интегрирование уравнения (5) осуществляется методом Ньюмарка [15], по неявной схеме. При реализации метода используется следующее представление для векторов узловых перемещений скоростей для временного интервала Δt :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{u}}_{n+1} &= \dot{\mathbf{u}}_n + [(1-\delta) \cdot \ddot{\mathbf{u}}_n + \delta \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}] \cdot \Delta t \\ \mathbf{u}_{n+1} &= \mathbf{u}_n + \dot{\mathbf{u}}_n \cdot \Delta t + \\ &+ \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \cdot \ddot{\mathbf{u}}_n + \alpha \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{n+1} \right] \cdot \Delta t^2, \end{aligned} \quad (6)$$

где \mathbf{u}_n , $\dot{\mathbf{u}}_n$, $\ddot{\mathbf{u}}_n$ — векторы узловых перемещений, скоростей и ускорений в момент времени t_n ; \mathbf{u}_{n+1} , $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}$, $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}$ — те же векторы в момент времени t_{n+1} ; $\Delta t = t_{n+1} - t_n$; α , δ — параметры Ньюмарка, выбираемые из условия оптимальной устойчивости и точности.

Ньюмарк предложил в качестве безусловно устойчивой схемы метод постоянного среднего ускорения, для которого $\delta = 0,5$, $\alpha = 0,25$.

Поскольку основной целью является

вычисление перемещений \mathbf{u}_{n+1} , уравнение движения (5) рассматривается в момент времени t_{n+1} :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{K}\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{F}^a, \quad (7)$$

а перемещения \mathbf{u}_{n+1} в момент времени t_{n+1} вычисляются по следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{u}}_{n+1} &= a_0 \cdot (\mathbf{u}_{n+1} - \mathbf{u}_n) - a_2 \cdot \dot{\mathbf{u}}_n - a_3 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_n; \\ \dot{\mathbf{u}}_{n+1} &= \dot{\mathbf{u}}_n + a_6 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_n + a_7 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $a_0 = 1/\alpha\Delta t^2$, $a_2 = 1/\alpha\Delta t$, $a_3 = 1/2\alpha - 1$, $a_6 = \Delta t \cdot (1 - \delta)$, $a_7 = \Delta t\delta$.

С учетом уравнений для вычисления перемещений (8) уравнение движения можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} (a_0 \cdot \mathbf{M} + a_1 \cdot \mathbf{C} + \mathbf{K}) \cdot \mathbf{u}_{n+1} &= \\ = \mathbf{F}^a + \mathbf{M} \cdot (a_0 \cdot \mathbf{u}_n + a_2 \cdot \dot{\mathbf{u}}_n + a_3 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_n) + & (9) \\ + \mathbf{C} \cdot (a_4 \cdot \mathbf{u}_n + a_4 \cdot \dot{\mathbf{u}}_n + a_5 \cdot \ddot{\mathbf{u}}_n), \end{aligned}$$

где $a_1 = \delta/\alpha\Delta t^2$, $a_4 = \delta/\alpha - 1$, $a_5 = 0,5\Delta t \times (\delta/\alpha\Delta t - 2)$.

Метод является безусловно устойчивым при следующих условиях, накладываемых на α и β :

$$\begin{aligned} \alpha &> 0,25 (\beta + 0,5)^2, \\ \beta &> 0,5. \end{aligned}$$

Для удобства оценки степени внесенного в систему демпфирования введем параметр γ – коэффициент амплитудного демп-

фирования. Тогда параметры Ньюмарка будем представлять в следующем виде [16]:

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,25 (1 + \gamma)^2, \\ \beta &= 0,5 + \gamma. \end{aligned} \quad (10)$$

Чтобы изучить влияние численного демпфирования на результат, были выполнены расчеты при $\gamma = 0$ и $0,005$. Они выполнялись на одинаковых КЭ-разбиениях и с одинаковым шагом интегрирования. Полученная временная зависимость для разности потенциалов на пьезоэлементе приведена на рис. 3. Из представленного графика видно, что при отсутствии численного демпфирования, т. е. при $\gamma = 0$, в системе возникают высокочастотные колебания. В обоих расчетных случаях качественно одинаково описывается колебательный процесс на «резонансной» частоте, т. е. близкой к частоте собственных колебаний пьезопластины, при этом при $\gamma = 0,005$ наблюдается незначительное уменьшение амплитуды. Дальнейшие расчеты проводились при малом численном демпфировании ($\gamma = 0,005$).

Исследование сходимости и результаты расчетов

Для корректного выбора размера конечных элементов и шага интегрирования была исследована сходимость результа-

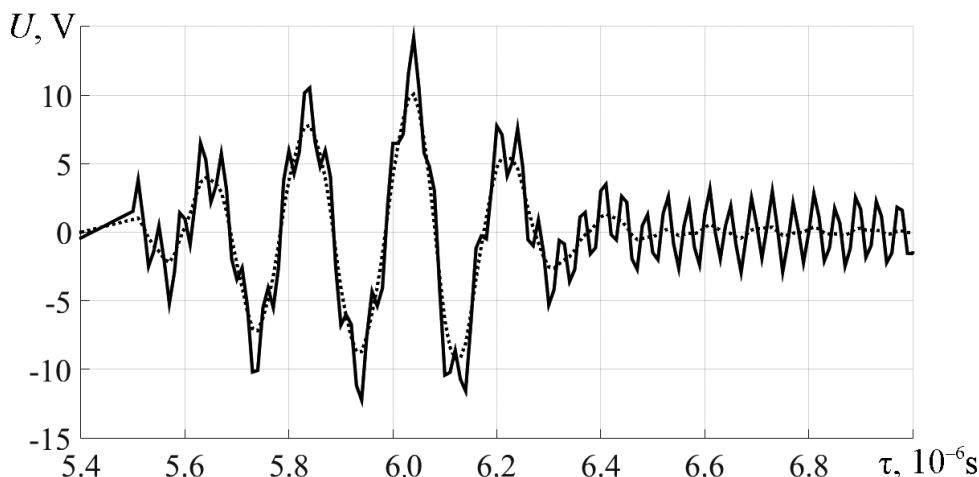


Рис. 3. Расчетные виды сигнала для двух различных вариантов коэффициента демпфирования: $\gamma = 0,005$ (сплошная линия) и $\gamma = 0$ (точечная линия)

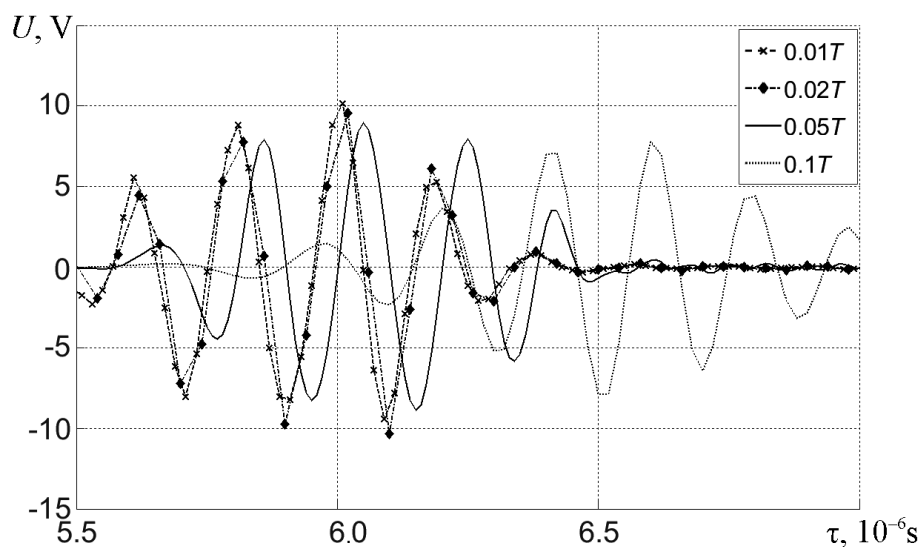


Рис. 4. Расчетный вид сигналов, генерируемых пьезоэлементом при приеме отраженной волны, для различных значений шага интегрирования $(0,01 - 0,10)T$

тов в зависимости от этих параметров. С учетом физической сути моделируемого процесса, а именно колебательного, — размерность сетки и шаг интегрирования будут зависеть от длины продольной волны λ в материале и периода колебаний $T = 1/f$.

При исследовании сходимости результатов от размерности КЭ-модели была вы-

полнена серия расчетов, в которых шаг интегрирования по времени был принят равным $0,1T$. Характерный размер стороны элемента варьировался в пределах 5 — 33 % от длины упругой продольной волны λ . Из анализа полученных решений было установлено, что они мало зависят от размера элемента и что при стороне элемента, меньшей 25 % от длины волны,

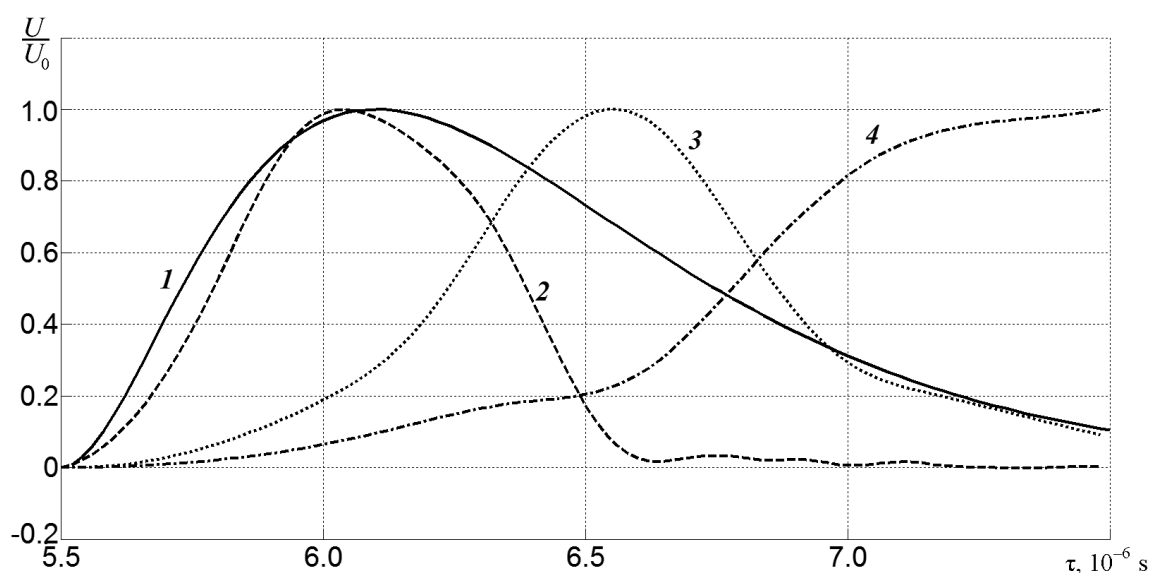


Рис. 5. Экспериментальная (1) и расчетные (2 — 4) огибающие сигналов, генерируемых пьезоэлементом при различных вариантах шага интегрирования: $0,05T(2)$, $0,10T(3)$, $0,15T(4)$

дальнейшее уменьшение размера элемента практически не влияет на результат.

Исследование зависимости результатов расчета от шага интегрирования проводилось при его варьировании в пределах от 1 до 15 % от периода колебаний. Сигнал, генерируемый пьезоэлементом при приеме отраженной волны, при различных значениях шага интегрирования приведен на рис. 4. Видно, что решение в высокой степени чувствительно к значению указанного шага. Качественное соответствие между результатами достигается только при шаге интегрирования, меньшем 5 % от периода колебаний.

Вместе с тем, форма огибающей сигнала, полученная при моделировании с малыми шагами по времени, существенно отличается от наблюдаемой в эксперименте. Происходит «сужение» волнового пакета, которое неминуемо должно приводить к искажениям в величине акустической анизотропии (рис. 5).

Для более детального анализа полученных результатов был построен график зависимости задержки переднего фронта среднего импульса пакета (в соответствии с методикой работы измерительного прибора) от шага интегрирования по времени (рис. 6). Сходимость на графике не про-

слеживается. Уменьшение шага приводит к практически линейному уменьшению времени задержки. Таким образом, для получения хорошего согласия с экспериментальными данными необходимо фиксировать шаг интегрирования и учитывать возникшую задержку, специально добавляя ее в результаты модельных «измерений».

Полученное нами «сужение» волнового пакета является проявлением нелинейности системы. В самой модели отсутствуют нелинейные составляющие, такое сужение также не наблюдается экспериментально. Вероятнее всего, этот расчетный результат проистекает от влияния схемы интегрирования по времени.

Влияние неявного метода интегрирования на решение задачи можно исключить с помощью явного метода интегрирования. Но, как известно, из-за ограниченной области устойчивости, применение явных методов требует очень малого шага интегрирования по времени. Данное обстоятельство существенно увеличивает время решения задачи и сильно ограничивает ее размерность, а значит возможность ее решения в удовлетворительные сроки. При этом оказывается практически невозможным перейти в дальнейшем к решению

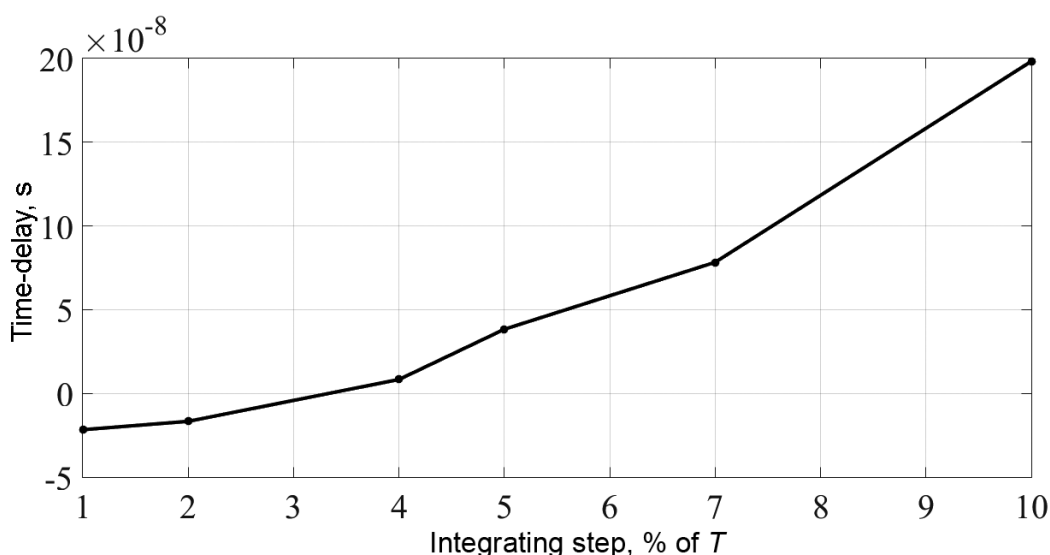


Рис. 6. Расчетная зависимость временной задержки отраженного импульса от шага интегрирования по времени



трехмерных задач (или, по крайней мере, очень сложно). Поэтому в данной работе явные схемы интегрирования не применялись.

Заключение

В ходе проведенного нами исследования разработана численная модель, описывающая высокочастотный колебательный процесс в системе «пьезоэлемент – упругое тело». Промоделирован процесс прохождения продольной волны в осесимметричной постановке. Входным параметром модели являлась зондирующая разность потенциалов на пьезоэлементе, а выходным – разность потенциалов между электродами пьезоэлемента при приеме отраженной волны. Модель реализована в системе конечно-элементного анализа ANSYS.

Интегрирование уравнений динамики осуществлялось с использованием неявного метода. Проанализированы зависимости результатов от размерности конечно-элементной модели и шага интегрирования.

Впервые предложенную и опробованную нами модель можно использовать для имитационного моделирования работы пьезодатчика прибора ИН-5101А, который применяется для измерения скорости рас-

пространения ультразвуковых волн в упругом теле. Разработанная модель описывает следующие основные физические процессы, возникающие при работе датчика:

иницирование колебаний в упругом теле пьезоэлементом, при приложении к нему зондирующего импульса, генерируемого прибором;

прохождение упругой волны в теле и ее отражение от свободной поверхности;

возникновение колебаний в пьезопластине при приеме отраженной волны и генерация в этой пластине разности потенциалов.

Было обнаружено значительное влияние шага интегрирования по времени на результат. При этом была построена зависимость дополнительной задержки отраженного импульса от шага интегрирования, которая позволяет нивелировать погрешности расчета за счет вычитания временной задержки, связанной с шагом интегрирования, из задержки отраженного импульса.

Вместе с тем данная проблема требует дополнительного исследования с применением теории распространения солитонов.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект №15-19-00091).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] ГОСТ Р 52890-2007. Контроль неразрушающий. Акустический метод контроля напряжений в материале трубопроводов. Общие требования. М: Стандартинформ, 2009.

[2] Hughes D.S., Kelly J.L. Second-order elastic deformation of solids // Phys. Rev. 1953. Vol. 92. No. 5. Pp. 1145 – 1149.

[3] Беляев А.К., Лобачев А.М., Модестов В.С. и др. Оценка величины пластической деформации с использованием акустической анизотропии // Механика твердого тела. 2016. № 5. С. 124–131.

[4] Hirao M., Pao Y.H. Dependence of acoustoelastic birefringence on plastic strains in a beam // J. Acoust. Soc. Am. 1985. Vol. 77. No. 5. Pp. 1659–1664.

[5] Rienstra S.W., Hirschberg A. An introduction to acoustics. Eindhoven University of Technology, 2016.

[6] Numerical Modeling of Seismic Wave Propagation // SEG Geophysics Reprint Series: 2012. No. 28.

[7] Прибор для измерения механических напряжений ИН-5101А. Руководство по эксплуатации. Н. Новгород: Издание ООО «ИНКО-ТЕС», 2012.

[8] Tjiptoprodjo R.C. On a finite element approach to modeling of piezoelectric element driven compliant mechanisms. Canada: Department of Mechanical Engineering University of Saskatchewan, 2005.

[9] Kocbach J. Finite element modeling of ultrasonic piezoelectric transducers influence of geometry and material parameters on vibration, response functions and radiated field. Bergen: University of Bergen. Department of Physics, 2000.

[10] Никитина Н.Е. Акустоупругость. Опыт

практического применения. Н. Новгород: ТА-ЛАМ, 2005. 208 с.

[11] ГОСТ Р 53168-2008. Система радионавигационная «Чайка». Сигналы передающих станций. Технические требования. Стандартинформ, 2009.

[12] Упругость и неупругость. Материалы Международного научного симпозиума по проблемам механики деформируемых тел, посвященного 100-летию со дня рождения А.А. Ильюшина. М.: Изд-во МГУ, 2011.

[13] Митько В.Н. Колебания пьезоэлектрических тел конечных размеров. Учебное посо-

бие. Ростов-на-Дону: Изд. Южного федерального университета, 2009.

[14] Ганопольский В.В., Касаткин Б.А., Легуша Ф.Ф., Прудько Н.И., Пугачев С.И. Пьезоэлектрические преобразователи. Справочник. Ленинград: Судостроение, 1984. 256 с.

[15] Захаров М.Г., Исполлов Ю.Г., Полянский В.А. и др. Моделирование и оптимизация динамических систем. Учебное пособие. Под общ. ред. В.А. Полянского. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. 204 с.

[16] ANSYS. Theory Reference. Rel. 7.0. Ed. P. Kohnke. ANSYS, Inc. Houston. 2003.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ПИВКОВ Андрей Валентинович – аспирант кафедры «Прикладная математика» Санкт-Петербургского государственного университета гражданской авиации.

196210, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. Пилотов, 38.

apivkov@gmail.com

ЛОБАЧЕВ Александр Михайлович – ассистент кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

lobachev_am@spbstu.ru

ПОЛЯНСКИЙ Владимир Анатольевич – доктор технических наук, профессор кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

vapol@mail.ru

МОДЕСТОВ Виктор Сергеевич – ведущий инженер кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого,

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

vmodestov@spbstu.ru

Pivkov A.V., Lobachev A.M., Polyanskiy V.A., Modestov V.S. NUMERICAL SIMULATION OF ULTRASONIC WAVES IN THE ISOTROPIC ELASTIC LAYER WITH THE PIEZOELECTRIC ACTUATOR.

This paper is devoted to the finite-element modeling (FEM) of elastic waves caused by the work of a piezoactuator. For this purpose, a mathematical model of the ‘elastic layer – piezoelectric element’ system has been developed. In the terms of the model, the simultaneous solution of the piezoelectricity and the solid-mechanics equations was employed. This model allowed us to describe the propagation process of high-frequency mechanical vibrations, caused by the application of the probing electrical pulse to the electrodes of the piezoelectric element (the vibrations occur in the elastic layer) and to reproduce the potential difference arising in the reception of the reflected wave. The influence of t -parameters of the FEM and numerical integration scheme on the calculation results was investigated. The essential sensitivity of the reflected-wave’s delay-time to the integrating time-step was found.

NUMERICAL MODELING, FINITE ELEMENT, PIEZOACTUATOR, PIEZOELASTICITY, ACOUSTIC WAVE.

REFERENCES

- [1] GOST R 52890-2007. Kontrol nerazrushayushchiy. Akusticheskiy metod kontrolya napryazheniy v materiale truboprovodov. Obshchiye trebovaniya.
- [2] D.S. Hughes, J.L. Kelly, Second-order elastic deformation of solids, *Phys. Rev.* 92 (5) (1953) 1145–1149.
- [3] A.K. Belyayev, Lobachev A.M., Modestov V.S., et al., Otsenka velichiny plasticheskoy deformatsii s ispolzovaniyem akusticheskoy anizotropii [The estimation of elastic deformation quantity using the acoustic anisotropy], *Mekhanika tverdogo tela.* (5) (2016) 124 – 131.
- [4] M. Hirao, Y.H. Pao, Dependence of acoustoelastic birefringence on plastic strains in a beam, *J. Acoust. Soc. Am.* 77 (5) (1985) 1659–1664.
- [5] S.W. Rienstra, A. Hirschberg, An introduction to acoustics, Eindhoven University of Technology (2016).
- [6] Numerical Modeling of Seismic Wave Propagation, SEG Geophysics Reprint Series. No. 28 (2012).
- [7] Pribor dlya izmereniya mekhanicheskikh napryazheniy IN-5101A Rukovodstvo po ekspluatatsii, [The IN-5101A device for mechanical stress measurement, User manual], Nizhniy Novgorod, 2012.
- [8] R.C. Tjiptoprodjo, On a finite element approach to modeling of piezoelectric element driven compliant mechanisms, Department of Mechanical Engineering University of Saskatchewan, Canada, 2005.
- [9] J. Kocbach, Finite element modeling of ultrasonic piezoelectric transducers influence of geometry and material parameters on vibration, response functions and radiated field, University of Bergen, Department of Physics, 2000.
- [10] N.E. Nikitina, Akustouprugost. Opyt prakticheskogo primeneniya [Acoustoelasticity, A practical implementation experience], Nizhniy Novgorod, TALAM, 2005.
- [11] GOST R 53168-2008. Sistema radionavigatsionnaya “Chayka”, Signaly peredayushchikhstantsiy. Tekhnicheskoye trebovaniya [Radio navigation system “Chayka”. Signals of transmitting stations. Technical requirements], Standartinform, 2009.
- [12] Uprugost i neuprugost [Elasticity and nonelasticity], Materialy Mezhdunarodnogo nauchnogo simpoziuma po problemam mekhaniki deformiruyemykh tel, posvyashchennogo 100-letiyu so dnya rozhdeniya A.A. Ilyushina, Moscow, Izdatelstvo Moskovskogo Universiteta (2011).
- [13] V.N. Mitko, Kolebaniyapiezoelektricheskikh tel konechnykh razmerov [The vibrations of the piezoelectric bodies of finite size], Uchebnoye posobiye, Rostov-na-Donu (2009).
- [14] V.V. Ganopolskiy, B.A. Kasatkin, F.F. Legusha, et al., Pyezokeramicheskiye preobrazovateli: spravochnik [The piezoceramic transducers: the handbook], Leningrad, Sudostroyeniye, 1984.
- [15] M.G. Zakharov, Yu.G. Ispolov, V.A. Polyanskiy, et al., Modelirovaniye i optimizatsiya dinamicheskikh sistem: uchebnoye posobiye [Modelling and optimization of dynamic systems], Ed. V.A. Polyanskiy, SPb.: Izd-vo Politekhn. Un-ta, 2010.
- [16] ANSYS. Theory Reference. Rel. 7.0, Ed. P. Kohnke, ANSYS, Inc. Houston, 2003.

THE AUTHORS

PIVKOV Andrey V.

St. Petersburg State University of Civil Aviation
38 Pilotov St., St. Petersburg, 196210, Russian Federation
apivkov@gmail.com

LOBACHEV Aleksandr M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
lobachev_am@spbstu.ru

POLYANSKIY Vladimir A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
vapol@mail.ru

MODESTOV Viktor S.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

vmodestov@spbstu.ru