DOI: 10.5862/JPM.242.6
УДК: 537.533.3:537.291

В.В. Павлов, Н.К. Краснова

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ПОСТРОЕНИЕ ПОЛЕВЫХ СТРУКТУР ДЛЯ ТРАНСПОРТИРОВКИ ПОТОКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

В работе освещается подход к построению корпускулярно-оптических систем, способных осуществлять транспортировку и преобразование потоков заряженных частиц. В его основе лежит обратная задача, сформулированная на базе уравнения Гамильтона – Якоби. Исследуется движение в плоскости симметрии трехмерного поля. Представленный алгоритм, основанный на аналитических методах, позволяет определять электрические поля, которые обеспечивают движение заряженных частиц по интересующим нас траекториям. Ключом к этому алгоритму служит понятие конформного преобразования из теории функций комплексного переменного. Методика проиллюстрирована примерами. Показаны функции конформного преобразования, порождающие из квадратичного потенциала полевые структуры, которые обеспечивают поворот сфокусированного потока частиц на произвольный угол, трансформацию расходящегося потока в параллельный. Полученные двумерные потенциалы восстанавливались в пространство путем разложения в ряд по поперечной координате. На основе рассчитанных полевых структур обсуждаются возможные варианты реализации приборов.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДИНАМИКИ, ОПТИКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ, КОНФОРМНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ, ИДЕАЛЬНАЯ ФОКУСИРОВКА.

Введение

Электронная спектроскопия и масс-спектрометрия являются на сегодняшний день основными инструментами для анализа веществ и материалов. Они играют важную роль не только в научных исследованиях, но и имеют обширное производственно-прикладное применение. Независимо от вида исследования и типа изучаемого объекта анализу подвергается поток заряженных частиц. Для эффективности работы анализируемые пучки должны быть сформированы сообразно геометрии и конфигурации энерго- и масс-анализаторов [1 – 3]. Кроме того, поскольку именно заряженные частицы несут всю информацию об исследуемом образце, требуется свести к минимуму потери электронов или ионов на всех этапах, предшествующих непосредственно их анализу. Здесь и возникает задача создания корпускулярно-оптического согласующего элемента, способного обеспечить максимальный сбор заряженных частиц у источника и их передачу с минимальными потерями на вход анализатора. Отчасти эту задачу решают электростатические и магнитные линзы [4], но их использование предполагает построение прямолинейного тракта, что в свою очередь ведет к увеличению общих габаритов системы. Применение зеркал или различных отклоняющих систем не является вполне удовлетворительным, поскольку не всегда удается обеспечить требуемую конфигурацию потока частиц.

Настоящая работа демонстрирует под-

ход для синтеза устройств, которые выполняют функции одновременно и поворотных устройств, и линз, фокусирующих и транспортирующих пучок. Успешный поиск таких систем осуществляется на идеологии обратных задач динамики, аналитическая теория которых разработана профессором Санкт-Петербургского политехнического университета Ю.К. Голиковым и нашла свое практическое воплощение при конструировании приборов с рекордными характеристиками и уникальными свойствами [5].

Постановка задачи

Создание спектрометра состоит в построении ионно- или электронно-оптического тракта определенным образом. При этом требуется, чтобы все входящие в него элементы (источник, анализатор и другие) работали в своем оптимальном режиме; здесь важна роль сопрягающих элементов. Задача синтеза таких устройств и есть предмет настоящей работы.

В самом общем виде задача формулируется как необходимость доставки пучка анализируемых частиц из точки *A* в точку *B*. Кроме того, могут быть выдвинуты и особые требования по организации пакета частиц на входе в анализатор, например с фиксированным разбросом по углам.

Предлагаемая стратегия синтеза таких устройств состоит в том, чтобы найти новые электрические поля, обеспечивающие нужную трансформацию потока, – чтобы весь поток, выходящий из одной точки, фокусировался бы также в одну другую точку. Положение обеих точек задается расположением элементов спектрометра – источником и анализатором. Пусть искомое поле обладает плоскостью симметрии и идеальная фокусировка частиц осуществляется в этой плоскости.

Наша стратегия синтеза предполагает выбор исходного поля, потенциал которого задан аналитически и в котором идеальная фокусировка имеет место хотя бы в плоскости симметрии. И теперь, применяя аналитические методы преобразования (большей частью из теории функций комплексного переменного), мы хотим получить новые потенциальные структуры, где бы идеальная фокусировка потока сохранялась. Наше исследование построено на методе, связанном с использованием конформных преобразований координат, поэтому обсудим данный вопрос подробнее.

Конформное преобразование координат

Идеология принципа конформного преобразования координат в уравнении Гамильтона – Якоби и его применение для синтеза электростатических полей, сочетающих идеальную фокусировку в плоскости симметрии и энергетические дисперсионные свойства, излагались в работе [6]. Впервые этот алгоритм преобразования потенциальных структур предложил, а в дальнейшем и ввел в практику синтеза корпускулярно-оптических систем Ю.К. Голиков [5]. Представим основные положения этого метода и дадим необходимые комментарии к используемым терминам и уравнениям.

Исторически механика развивалась по двум основным направлениям. Одна ветвь, которую принято называть классической механикой, исходит непосредственно из ньютоновских законов движения. Задача заключается в определении поведения заряженной частицы, если действующие силы известны в каждый момент времени, и имеет однозначное решение. Согласно второму подходу, обычно называемому аналитической механикой [7], изучение равновесия и движения исходит из двух основных величин: кинетической энергии и силовой функции; при этом последняя часто заменяется потенциальной энергией. Эти два фундаментальных скаляра содержат в себе полную динамику наиболее сложных материальных систем, однако при условии, что эти скаляры кладутся в основу некоторого принципа, а не просто уравнения.

Пусть в моменты времени t_1 и t_2 частица занимает определенные положения, характеризуемые двумя наборами значений координат P_1 и P_2. Тогда между этими точками частица движется таким образом, чтобы интеграл по времени от разности между кинетической и потенциальной энергиями имел наименьшее возможное значе-

ние. Подынтегральная функция называется функцией Лагранжа данной системы, а интеграл – действием. Принцип наименьшего действия утверждает:

Действительным движением, реализующимся в природе, является то, для которого действие принимает наименьшее значение.

Математическая задача минимизации некоторого интеграла связана с особой ветвью математики, называемой вариационным исчислением. Векторная и вариационная механики – это два различных математических описания одной и той же совокупности явлений природы. Теория Ньютона базируется на двух основных векторах: на импульсе и силе; вариационная теория на двух скалярных величинах: на кинетической энергии и силовой функции. Помимо математической целесообразности возникает вопрос об эквивалентности этих двух теорий. В случае свободных частиц, движение которых не ограничено заданными связями, эти два способа описания приводят к аналогичным результатам. Однако для систем со связями аналитический подход оказывается более экономичным и простым. Заданные связи учитываются здесь естественным путем, так как рассматриваются движения системы лишь вдоль таких траекторий, которые не противоречат связям. При векторном подходе нужно учитывать силы, поддерживающие связи, а потому приходится вводить различные гипотезы относительно этих сил.

В своем исследовании мы работаем в рамках вариационной механики, поскольку для аналитического подхода синтеза новых корпускулярно-оптических систем более органично использовать именно эту идеологию.

Кроме того, необходимо отметить, что все расчеты ведутся с безразмерными величинами. Целесообразность и разный характер вводимых безразмерных величин в зависимости от типа задачи обстоятельно освещается в монографиях [5, 8]. Мы же рассмотрим частный случай, имеющий непосредственное отношение к нашим исследованиям, когда в задаче фигурирует только электростатическое поле.

Реальное движение частицы, происходящее в евклидовом пространстве с декартовыми координатами X, Y, Z и в текущем времени t, зависит от ее заряда, массы, действующих электрических полей и начальных условий. Все это выражается размерными величинами и в совокупности составляет физическую модель корпускулярно-оптической системы. Между тем, расчеты и восприятие результатов легко упростить за счет отказа от стандартных физических единиц измерения и введения новых специальных единиц, унифицирующих все соотношения и делающих их сугубо безразмерными. Переход к безразмерным величинам заменит реальную физическую задачу более простой математической моделью движения и позволит вести исследования с максимально возможной общностью. Каждой физической траектории $X(t)$, $Y(t)$, $Z(t)$ ставится в соответствие безразмерная кривая $x(\tau)$, $y(\tau)$, $z(\tau)$. Чтобы найти по безразмерной кривой истинную размерную траекторию, нужно всего лишь умножить функции $x(\tau)$, $y(\tau)$, $z(\tau)$ на заданный линейный масштаб l. Покажем переход к безразмерной модели движения для нашей задачи.

Запишем уравнение Гамильтона – Якоби для движения частицы с зарядом q и массой m в электростатическом поле с потенциалом $\Phi(x, y)$ в плоскости (x, y):

$$\frac{1}{2m}\left[\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)^2\right] + q \cdot \Phi(x, y) = E, \quad (1)$$

где E – полная энергия частицы, S – действие (скалярная величина).

Учитывая, что частные производные от действия по координатам равны соответствующим импульсам

$$\frac{\partial S}{\partial x} = p_x, \ \frac{\partial S}{\partial y} = p_y, \quad (2)$$

уравнение (1) можно переписать в виде

$$\frac{m}{2}\left[\left(\frac{dX}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dY}{dt}\right)^2\right] + q \cdot \Phi(x, y) = E. \quad (3)$$

Введем размерную величину l, которая будет неким характерным габаритом прибора, и используем ее как связь между раз-

мерными декартовыми координатами X, Y и безразмерными числами x, y:

$$X = l \cdot x;\ Y = l \cdot y. \quad (4)$$

Помимо l зададим характерное значение потенциала Φ_0, например максимальный по модулю потенциал на границе системы:

$$\Phi = \Phi_0 \cdot \varphi(x, y). \quad (5)$$

Безразмерное время τ и безразмерную полную энергию h введем по формулам

$$t = T \cdot \tau;\ E = H_0 \cdot h, \quad (6)$$

где T – некое характерное время (пока не определенное нами), H_0 – полная энергия частицы.

Тогда уравнение (3) можно переписать в следующей форме, заменив при этом точкой дифференцирование по безразмерному времени:

$$\frac{ml^2}{T^2} \cdot \frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}{2} + q \cdot \Phi_0 \cdot \varphi(x, y) = H_0 \cdot h. \quad (7)$$

В силу произвольности параметра T зададим следующую связь между появившимися множителями:

$$\frac{ml^2}{T^2} = H_0 = |q\Phi_0|; \quad (8)$$

тем самым обеспечивается выделение общего множителя в уравнении (7), который можно опустить.

Уравнение Гамильтона в безразмерных величинах примет вид

$$\frac{S_x^2 + S_y^2}{2} + \varphi(x, y) = h. \quad (9)$$

Предлагаемая методика синтеза новых потенциальных структур с полезными свойствами (идеальная фокусировка по углу в выбранной плоскости) представляется алгоритмом со следующими шагами.

1. Выбор исходного потенциала $\varphi(x, y)$.

2. Задание комплексной функции преобразования $z(\omega)$.

3. Вычисление потенциальной структуры согласно выражениям

$$2\frac{\partial S}{\partial \omega} = \frac{S_u^2 + S_v^2}{2} = -\varphi^{**}(u, v) = -\left|\frac{dz}{d\omega}\right|^2 \cdot (\varphi^*(z, \bar{z}) - h) \quad (10)$$

(вывод этой формулы можно найти в работе [6]).

4. Определение пространственного распределения поля.

5. Анализ поведения электронных потоков и выбор оптимального режима работы согласующего устройства.

Уравнение Гамильтона – Якоби для действия, которое можно определить как укороченное, поскольку оно зависит только от координат, но не от времени, в случае плоского движения (9) преобразуется к конформным координатам u и v посредством аналитической функции от комплексной переменной ω:

$$z = z(\omega),\ \omega = u + i \cdot v. \quad (11)$$

Таким образом, старые координаты x, y есть функции новых – u и v. Уравнение (10) можно трактовать физически как реальное уравнение Гамильтона – Якоби в новых координатах u, v, описывающее движение в плоскости, происходящее под действием поля с потенциалом $\varphi^{**}(u, v)$ при нулевой полной энергии $h^* = 0$.

Все траектории на плоскости (x, y) фиксированной энергии h при этом преобразовании трансформируются в траектории с нулевой полной энергией на плоскости (u, v). Для определения этих траекторий достаточно воспользоваться формулами преобразования

$$u = u(x, y),\ v = v(x, y), \quad (12)$$

подставив в них выражения траекторий $x(t)$, $y(t)$ на плоскости (x, y). Семейства изоэнергетических траекторий деформируются в зависимости от $z(\omega)$, но некоторые их свойства сохраняются.

Конформные отображения, как известно, сохраняют углы пересечения кривых и сокращают (либо увеличивают) малые отрезки в зависимости от величины модуля производной аналитической функции в месте расположения отрезка [9].

Отсюда следуют два важных физических вывода. Во-первых, пучок траекторий, выходящий из точки, отображается на плоскость (u, v) в другой пучок, выходящий из точки и имеющий такую же угловую ширину, как и первоначальный. Во-вторых, если

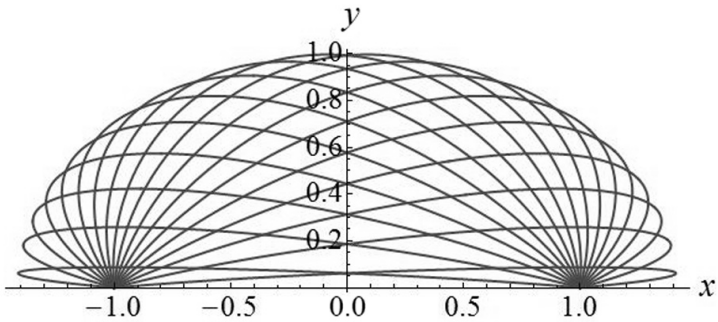

Рис. 1. Траектории частиц в гармоническом поле $\Phi = x^2 + y^2 - 2z^2$

пучок на плоскости (x, y) был сфокусирован на малый отрезок, то преобразованный пучок будет сфокусирован в плоскости (u, v) на другой малый отрезок, уменьшенный (либо увеличенный) с коэффициентом, равным модулю производной отображающей функции $z(\omega)$.

В тех случаях, когда плоскости (x, y) и (u,v) рассматриваются как плоскости симметрии двух различных трехмерных гармонических полей, а функции $\varphi(x, y)$ и $\varphi^{**}(u, v)$ — как распределение потенциалов в этих плоскостях, указанный способ преобразования одних полей в другие позволяет очень гибко перестраивать структуру поля в окрестности плоскости симметрии. Проиллюстрируем это утверждение примерами.

Примеры преобразования полей

Выберем в качестве исходного потенциала двумерную функцию

$$\varphi(x, y) = x^2 + y^2. \tag{13}$$

В реальности такое распределение получится для гармонического поля гиперболоидов вращения $\Phi = x^2 + y^2 - 2z^2$ в плоскости симметрии $\varphi = \Phi|_{z=0}$.

Несложно убедиться, что частицы, вылетевшие под разными углами из точки (x_0, y_0), попадут в симметричную относительно начала координат точку $(-x_0, -y_0)$ через время $t = \pi / \sqrt{2}$. Например, если взять в качестве старта точку (1, 0), то через указанный промежуток времени все частицы сфокусируются в точке (−1, 0). Траектории частиц, рассчитанные в программе Mathematica [10], представлены на рис. 1.

Рассмотрим изменения ансамбля траекторий частиц, используя различные конформные преобразования.

Вариант 1. Преобразуем потенциал (13) логарифмической функцией

$$\omega = \ln(z + 1) \tag{14}$$

по формуле (10). Положив полную энергию $h = 1$ и принимая во внимание, что $\varphi = z\bar{z}$, получим:

$$\varphi^{**}(u,v) = \exp(4u) - 2\cdot\exp(3u)\times \\ \times\cos(v) - \exp(2u). \tag{15}$$

Определить траектории в новом потенциале можно как по формулам преобразования (12), так и интегрируя уравнения движения. Траектории частиц показаны на рис. 2. Видно, что конформное преобразование (14) превращает расходящийся поток частиц в параллельный.

В настоящей работе рассматривались потоки заряженных частиц в малой окрестности плоскости симметрии, что позволило

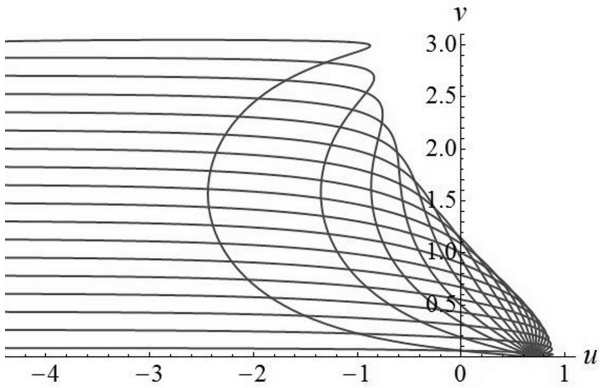

Рис. 2. Траектории частиц, рассчитанные в поле с потенциалом (15)

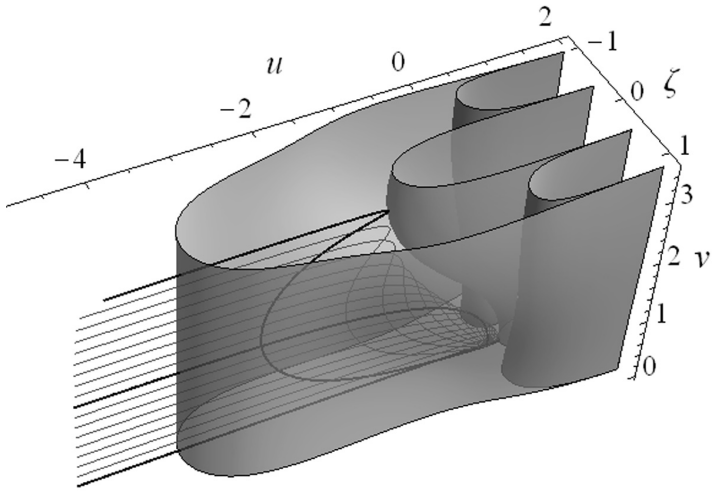

Рис. 3. Электроды, задающие поле системы, и ансамбль траекторий в этой системе

применить приближенный расчет распределения полевой структуры в пространстве; при этом использовалось хорошо известное разложение в ряд по степеням малой величины z:

$$\varphi(x,y,z)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k)!}\Delta_{xy}^{k}\varphi(x,y)\cdot z^{2k}; \quad (16)$$

$$\Delta_{xy}=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Исследование степени точности трехмерных потенциалов, полученных по формуле (16), и их применимости для расчета потоков заряженных частиц вблизи плоскости симметрии при различном числе членов ряда было проведено ранее, и результаты опубликованы в статье [11]. Ошибка в задании трехмерного потенциала несколькими членами ряда разложения (16) вместо бесконечного их числа укладывается в пределы точности, требуемой и реализуемой при изготовлении электродов системы сложной формы. Мы проводили расчеты полей в приближении до членов шестой степени по z включительно.

Для практической реализации рассчитанной системы желательно выбрать эквипотенциальные поверхности, образующие замкнутую область. На роль таковых подходят эквипотенциали со значениями $\varphi^{**}=-0{,}001$ и $\varphi^{**}=-10$. На рис. 3 представлены полезадающие электроды системы и ансамбль траекторий в ней.

Вариант 2. Пусть преобразование выражается формулой

$$\omega=\sqrt{z}. \quad (17)$$

Применяя формулу (10) к потенциалу (13) при $h=1$, получим:

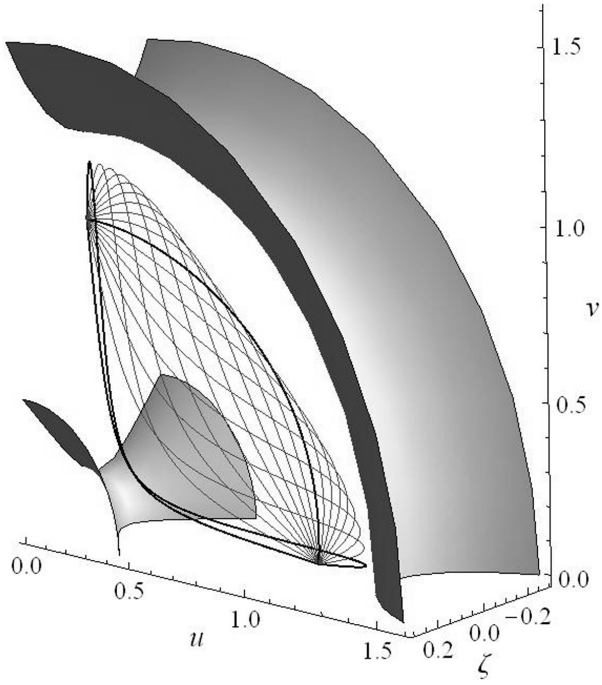

Рис. 4. Траектории частиц в электростатическом поле, выраженном формулой (18)

$$\varphi^{**}(u,v) = 4((u^2+v^2)^3 - 2(u^2+v^2)). \quad (18)$$

Траектории частиц в таком поле показаны на рис. 4.

Вариант 3. В самом общем виде преобразование (17) может быть представлено как

$$\omega = z^{\gamma}. \quad (19)$$

Выберем $\gamma = 3/4$ и применим конформное преобразование к потенциалу (13), тогда

$$\varphi^{**}(u,v) = \frac{16}{9}(u^2+v^2)^{\frac{1}{3}} \cdot \left((u^2+v^2)^{\frac{4}{3}} - 2 \right). \quad (20)$$

Поток заряженных частиц в поле (20) приобретает конфигурацию, представленную на рис. 5.

Расходящийся пучок переводится в точку, при этом точка фокусировки повернута на 3/4 полуокружности относительно позиции старта.

Вопросы практической реализации

Для того чтобы реализовать одну из полученных структур, необходимо выбрать пару эквипотенциальных поверхностей, между которыми проходит поток заряженных частиц. Затем произвести обратное масштабирование в какую-либо размерную систему единиц и воспроизвести форму эквипотенциалей металлическими электродами. Подавая на эти электроды соответствующие потенциалы и направляя поток частиц в область поля, удастся обеспечить движение заряженных частиц по рассчитанным траекториям.

Продемонстрированные конфигурации пока являются лишь примерами применения методики, основанной на конформном преобразовании координат. Для испытания экспериментальных макетов, выполненных на основе этих конфигураций, необходимо провести оптимизацию режимов и конструкции.

Для потенциалов, синтезированных в плоскости симметрии, не гарантируется устойчивость траекторий вне центральной плоскости. Исследование этого вопроса должно проводиться отдельно для каждой полученной полевой структуры. Решением здесь может быть замена рассчитанного потенциала на близкий по своей структуре потенциал, который бы обеспечивал устойчивость траекторий относительно поперечной координаты ценой снижения

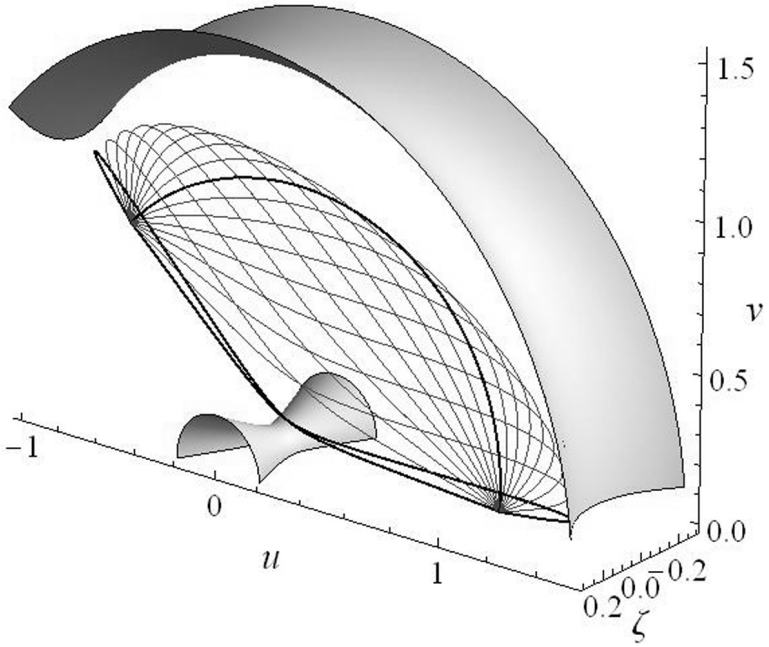

Рис. 5. Конфигурация потока заряженных частиц в поле, выраженном формулой (20)

качества фокусировки или небольшого изменения конфигурации потока в центральной плоскости. В качестве альтернативного варианта можно предложить подбор такой преобразующей функции, которая бы порождала полевую структуру, удовлетворяющую достаточному критерию устойчивости траекторий в средней плоскости [12], или применение дополнительного конформного преобразования, превращающего неустойчивые решения в устойчивые.

Рассмотренный метод синтеза оперирует с моноэнергетическими потоками, поэтому устройства, созданные на его основе, будут осуществлять монохроматизацию пучка частиц. Для количественной оценки указанной особенности требуется изучение диспергирующих свойств по энергии. Поскольку диспергирующим элементом предлагаемых устройств являются электростатические поля, то траектории для заряженных частиц разной массы будут одинаковыми. В отношении масс-спектрометрии подобные устройства могут найти свое применение в совокупности с масс-анализаторами без фокусировки по энергии.

Немаловажным является и вопрос об оптических свойствах приборов и влиянии на них малых вариаций исходных данных: угловой расходимости пучка относительно центральной плоскости, разброса заряженных частиц по энергии и величине заряда, неточности изготовления электродов. Оценка влияния первеанса пучка на конфигурацию траекторий позволит сделать заключение о применимости таких систем для сильноточных потоков заряженных частиц.

Возможен также и другой подход для практического воплощения предлагаемых систем. Поверхности полезадающих электродов «заменяются» геометрическими фигурами с более простыми по форме поверхностями – шарами, кубами, торами и т. п. В этом случае нарушается режим идеальной фокусировки в плоскости симметрии, но появляется возможность упростить конструкцию, чтобы ее было легче изготовить. Такой подход является сам по себе сложной задачей, ее решение требует дополнительного времени и разработки эвристических методов и подходов, большей частью аналитических, и выходит за рамки настоящей статьи.

Заключение

В статье изложен подход к построению транспортирующих корпускулярно-оптических систем. При рассмотрении электростатических полей с плоскостью симметрии в основе такого подхода лежит обратная задача, сформулированная на базе уравнения Гамильтона – Якоби.

Для нахождения электрических полей, обеспечивающих движение заряженных частиц по необходимым нам траекториям, применен алгоритм, использующий приемы теории функций комплексного переменного, а именно – конформное преобразование. Исходный потенциал после применения преобразующей функции трансформируется в новую полевую структуру. Соответствующим образом изменяются и траектории, причем между ними существует связь, выражаемая в аналитической форме. Путем правильного подбора преобразующей функции можно обеспечить трансформацию потока, необходимую в рамках той или иной задачи.

Описанный алгоритм проиллюстрирован на примере трех функций преобразования: логарифмической и двух степенных с разными рациональными показателями степени. Конформное преобразование посредством логарифмической функции переводит расходящийся поток частиц в параллельный.

Полученные двумерные потенциалы, являющиеся распределением в плоскости симметрии некого трехмерного гармонического поля, распространялись в пространство путем разложения в ряд по поперечной координате. На основе полученных структур представлены примеры возможной реализации корпускулярно-оптических приборов.

Применение описанных систем вместо традиционных сопрягающих элементов при построении как электронно-оптического тракта различного назначения, так и ионного для масс-спектрометрических исследований, дает целый ряд преимуществ. За-

мена нескольких согласующих электронных или магнитных линз на один из приборов, предложенных в работе, позволит упростить и удешевить конструкцию тракта, а также, учитывая возможности по трансформации и транспортировке потока заряженных частиц, уменьшить его размеры. Особо следует отметить значительное снижение трудоемкости по юстировке и настройке установки. Еще одним достоинством является понижение требований к электропитанию. Все вышеизложенное указывает на перспективность разработки подобных устройств и их применения для оптики заряженных частиц.

Благодарности

Исследования выполнены при финансовой поддержке Комитета по науке и высшей школе при правительстве Санкт-Петербурга (грант для студентов вузов, расположенных на территории Санкт-Петербурга, аспирантов вузов, отраслевых и академических институтов).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] **Афанасьев В.П., Явор С.Я.** Электростатические энергоанализаторы для пучков заряженных частиц. М.: Наука, 1978. 224 с.

[2] **Hoffmann E.D., Stroobant V.** Mass spectrometry: principles and applications (2nd ed.). Toronto: John Wiley & Sons, Ltd, 2001. 420 p.

[3] **Сысоев А.А., Чупахин М.С.** Введение в масс-спектрометрию. М.: Атомиздат, 1977. 304 с.

[4] **Кельман В.М., Явор С.Я.** Электронная оптика. Л.: Наука, 1968. 488 с.

[5] **Голиков Ю.К., Краснова Н.К.** Теория синтеза электростатических энергоанализаторов. СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2010. 409 с.

[6] **Павлов В.В.** Принцип конформного преобразования электростатических полей // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Сер. Физико-математические науки. 2011. № 4(134). С. 110–117.

[7] **Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.** Механика. М.: Наука, 1965. 204 с.

[8] **Голиков Ю.К., Уткин К.Г., Чепарухин В.В.** Расчет элементов электростатических электронно-оптических систем. Учеб. пос. Л.: Издательство ЛПИ, 1984. С. 5–15.

[9] **Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.** Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1958. 688 с.

[10] Wolfram Mathematica 9 [Электронный ресурс]. Режим доступа: www.wolfram.com.

[11] **Краснова Н.К., Павлов В.В., Соловьев К.В.** Об одном классе идеально фокусирующих систем для энергетического анализа заряженных частиц // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2015. № 1(213). С. 121–127.

[12] **Бердников А.С., Краснова Н.К.** Достаточный критерий устойчивости и компактности плоских ионных пучков в трехмерных электрических и магнитных полях с плоскостью симметрии // Научное приборостроение. 2015. Т. 25. № 2. С. 69–90.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ПАВЛОВ Владимир Владимирович – *аспирант кафедры физической электроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.*

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
vova-gt@yandex.ru

КРАСНОВА Надежда Константиновна – *доктор физико-математических. наук, доцент кафедры физической электроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.*

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
n.k.krasnova@mail.ru

Pavlov V.V., Krasnova N.K. SYNTHESIS OF ELECTROSTATIC FIELDS FOR TRANSPORTATION OF CHARGED PARTICLE BEAMS.

In the article, an approach to creation of corpuscular-optical devices for transportation and transformation of charged particle beams has been elucidated. These devices are able to optimize and create the most convenient configuration of ionic or electron path. The approach relies upon the inverse dynamics problem

formulated on a basis of the Hamilton-Jacobi equation. The motion in the symmetry plane of a three-dimensional (3D) field was considered. The problem was solved by analytical methods. An algorithm for construction electric fields providing the particle motion on the desired trajectories was described. A key to this algorithm lies with a concept of conformal transformation from complex variable theory. This procedure was illustrated by examples. Quadratic potential was chosen as a basis. Three functions of conformal transformation were considered, they providing the rotation of the focused charged particle beam at fixed angle, the transformation of divergent flow to parallel one. The calculated two-dimensional potentials were extended into 3D-space by power series expansion on transverse coordinate. Device embodiments were suggested on a basis of the calculated field structures.

INVERSE DYNAMICS PROBLEM, CHARGED PARTICLE OPTICS, CONFORMAL TRANSFORMATION, IDEAL FOCUSING.

REFERENCES

[1] **V.P. Afanasyev, S.Ya. Yavor,** Elektrostaticheskiye energoanalizatory dlya puchkov zaryazhennykh chastits [Electrostatic energy analyzers for charged particle beams], Moscow, Nauka, 1978.

[2] E.**D. Hoffmann, V. Stroobant,** Mass spectrometry: principles and applications (2nd ed.). Toronto: John Wiley & Sons, Ltd, 2001.

[3] **A.A. Sysoyev, M.S. Chupakhin,** Vvedeniye v mass-spektrometriyu [Introduction to mass spectrometry]. Moscow, Atomizdat, 1977.

[4] **V.M. Kelman, S.Ya. Yavor,** Elektronnaya optika [Electronic optics]. Leningrad, Nauka, 1968.

[5] **Yu.K. Golikov, N.K. Krasnova,** Teoriya sinteza elektrostaticheskikh energoanalizatorov [Theory of synthesis of electrostatic energy analyzers], SPb.: Izdatelstvo Politekhnicheskogo Universiteta, 2010.

[6] **V.V. Pavlov,** A principle of the conformal transformation of electrostatic fields, St. Petersburg State Polytechnical University Journal, Physics and Mathematics. No. 4(134) (2011) 110–117.

[7] **L.D. Landau, E.M. Livshits,** Mekhanika. [Mechanics], Moscow, Nauka, 1965.

[8] **Yu.K. Golikov, K.G. Utkin, V.V. Cheparukhin,** Raschet elementov elektrostaticheskikh elektronno-opticheskikh sistem [The calculation of elements of electrostatic electronic and optical systems], uchebnoye posobiye, Leningrad, Izdatelstvo LPI, 1984. P. 5–15.

[9] **M.A. Lavrentyev, B.V. Shabat,** Metody teorii funktsiy kompleksnogo peremennogo [Methods of complex variable theory], Moscow, Fizmatgiz, 1958.

[10] Wolfram Mathematica 9 [Elektronnyy resurs]. Rezhim dostupa: www.wolfram.com.

[11] **N.K. Krasnova, V.V. Pavlov, K.V. Solovyev,** On a class of ideal focusing systems for energy analysis, St. Petersburg State Polytechnical University Journal, Physics and Mathematics. No. 1(213) (2015) 121–127.

[12] **A.S. Berdnikov, N.K. Krasnova,** Dostatochnyy kriteriy ustoychivosti i kompaktnosti ploskikh ionnykh puchkov v trekhmernykh elektricheskikh i magnitnykh polyakh s ploskostyu simmetrii [Sufficient buckling and compactness criterion for flat ionic beams in the 3D electrostatic and magnetic fields with symmetry plane], Nauchnoye priborostroyeniye. 25 (2) (2015) 69–90.

THE AUTHORS

PAVLOV Vladimir V.
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
vova-gt@yandex.ru

KRASNOVA Nadezhda K.
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
n.k.krasnova@mail.ru

© Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2016