DOI: 10.5862/JPM.230.15
УДК 539.12:537.63:537.868

Н.С. Акинцов, В.А. Исаев,
Г.Ф. Копытов, А.А. Мартынов

Кубанский государственный университет, г. Краснодар

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ И ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В работе проведен анализ задачи о движении заряженной частицы во внешнем поле частотно-модулированной электромагнитной волны и в постоянном магнитном поле и представлены точные решения соответствующих уравнений. Указанная задача важна при исследовании взаимодействия лазерных импульсов большой интенсивности с твердыми мишенями, а также в связи с практической разработкой многочастотных лазеров и развитием техники модуляции лазерного излучения. Получены формулы для средней кинетической энергии релятивистской частицы в зависимости от начальных условий, амплитуды электромагнитной волны, интенсивности волны и ее параметра поляризации. Исследованы различные случаи начальных условий движения заряженной частицы и поляризации волны. Полученные результаты могут использоваться в исследованиях высокотемпературной плазмы, образующейся на поверхности мишени, и при поисках новых режимов взаимодействия лазер-плазма.

ПЛОСКАЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА, ЗАРЯЖЕННАЯ ЧАСТИЦА, УЛЬТРАКОРОТКИЙ ЛАЗЕРНЫЙ ИМПУЛЬС.

Введение

Метод лазерного индуцированного ускорения заряженных частиц вызвал значительный интерес к пионерской работе Т. Таджима и Дж. Даусона [1] среди исследователей всего мира. В настоящее время представляется актуальной задача ускорения заряженных частиц плазмы ультракороткими лазерными импульсами большой интенсивности [2 – 5]. С развитием лазерных технологий стало возможным получение тераваттных и петаваттных лазерных импульсов [6 –10], которые можно использовать для исследования взаимодействия сильных остросфокусированных световых импульсов с заряженными частицами в плазме. Развитие таких физико-технических областей, как физика плазмы, астрофизика, мощная релятивистская СВЧ-электроника, ускорительная техника создают предпосылки для изучения взаимодействия заряженных частиц с частотно-модулированными электромагнитными волнами. Особая роль в таких взаимодействиях принадлежит релятивистским заряженным частицам в сильных электромагнитных полях. Знание энергетических характеристик заряженной частицы в поле частотно-модулированной электромагнитной волны необходимо в связи с практической разработкой многочастотных лазеров и развитием техники модуляции лазерного излучения.

В настоящей работе рассматривается динамика электрона в интенсивном частотно-модулированном электромагнитном поле эллиптической поляризации при наличии постоянного однородного магнитного поля. Изучение особенностей взаимодействия заряженных частиц со сверхкороткими лазерными импульсами фемтосекундной длительности и с излучениями интенсивностью до 10^{22} Вт/см^2 является одним из основных направлений лазерной физики в настоящее время.

Задача о движении заряженной частицы в поле плоской частотно-модулированной электромагнитной волны была сформулирована и решена для случая линейной и круговой поляризации в работе [11]. Однако авторы не провели усреднения скорости, импульса, кинетической энергии частицы по периоду колебаний в поле плоской частотно-модулированной электромагнитной волны при наличии постоянного однородного магнитного поля, что представляет несомненный научный и практический интерес.

Цель настоящей работы – анализ движения частицы во внешнем поле произвольно поляризованной частотно-модулированной электромагнитной волны большой интенсивности при наличии внешнего постоянного однородного магнитного поля. В частности, необходим также вывод формул для средней кинетической энергии частицы, усредненной по периоду ее колебаний.

Постановка задачи

Уравнение движения заряженной частицы с массой m и зарядом q в высокочастотном лазерном электромагнитном поле при наличии постоянного однородного магнитного поля $\mathbf{H}_0$ имеет следующий вид [9]:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}[\mathbf{V} \times \mathbf{H}_\Sigma], \tag{1}$$

где $\mathbf{p}$ – импульс заряженной частицы; $\mathbf{E}$ – напряженность электрического лазерного поля излучения; $\mathbf{H}_\Sigma = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}$ – напряженность суммарного магнитного поля, включающего однородное постоянное магнитное поле и магнитную составляющую поля лазерного излучения; q – заряд частицы.

Уравнение (1) дополняется начальными условиями для скорости и координат частицы:

$$\mathbf{V}(0) = \mathbf{V}_0, \ \ \mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0.$$

Импульс частицы и ее скорость связаны следующим равенством [9]:

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{V}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}. \tag{2}$$

Изменение энергии частицы

$$\varepsilon = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} \tag{3}$$

определяется уравнением

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = q\mathbf{E}\mathbf{V}. \tag{4}$$

Энергия, импульс и скорость частицы связаны соотношением

$$\mathbf{p} = \frac{\varepsilon\mathbf{V}}{c^2}. \tag{5}$$

В данной работе полагается, что фаза несущей электромагнитной волны модулирована по гармоническому закону:

$$\varphi = \mu \sin(\omega'\xi + \psi),$$

где $\mu = \Delta\omega / \omega'$ – индекс модуляции, равный отношению девиации частоты $\Delta\omega$ к частоте модулирующей волны ω'; ψ – постоянная фаза;

$$\xi = t - z / c.$$

Будем считать, что плоская частотно-модулированная электромагнитная волна распространяется вдоль оси z, а напряженность $\mathbf{H}_0 = \mathbf{k}H_0$ постоянного однородного магнитного поля также направлена по оси z ($\mathbf{k}$ – орт оси z). В этом случае компоненты векторов электрического ($\mathbf{E}$) и магнитного ($\mathbf{H}$) полей для плоской частотно-модулированной электромагнитной волны определяются выражениями [11]:

$$\begin{cases} E_x = H_y = b_x \exp(-i(\omega\xi + \alpha + \\ \quad + \mu\sin(\omega'\xi + \psi))), \\ E_y = -H_x = fb_y \exp(-i(\omega\xi + \alpha + \\ \quad + \mu\sin(\omega'\xi + \psi))), \\ E_z = H_z = 0, \end{cases} \tag{6}$$

где ω – частота несущей волны; α – постоянная фаза; оси x и y совпадают с направлением полуосей эллипса поляризации волны b_x и b_y, причем $b_x \geq b_y \geq 0$; $f = \pm 1$ – параметр поляризации, причем верхний знак для E_y соответствует правой поляризации, а нижний – левой [14, 15].

Если использовать преобразование Якоби – Ангера, то реальная часть выражений (6) принимает вид

$$\begin{cases} E_x = H_y = b_x \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\mu)\cos\Phi_n, \\ E_y = -H_x = fb_y \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\mu)\cos\Phi_n, \\ E_z = H_z = 0, \end{cases} \tag{7}$$

где $J_n(\mu)$ функция Бесселя n-го порядка;

$$\Phi_n = (\omega + n\omega')\xi + \alpha + n\psi.$$

Как видно из формул (7), спектр частотно-модулированной электромагнитной волны симметричен по частоте:

$$\omega_n = \omega + n\omega'$$

и при этом не ограничен. Однако при $n \gg \mu$ функции Бесселя становятся пренебрежимо малыми, и поэтому ширину спектра можно ограничить. Практическая ширина спектра определяется из выражения

$$\Delta\omega = 2(\mu + 1)\omega',$$

т. е. в разложениях (7) индекс n можно менять в пределах от $-N$ до N, где число $N \approx \mu + 1$. Так, при $\mu \gg 1$, $N = 1$, ширина спектра $\Delta\omega = 2\omega'$ совпадает с шириной спектра амплитудно-модулированной электромагнитной волны [11], т. е. частотно-модулированная электромагнитная волна в этом случае переходит в амплитудно-модулированную. При значении $\mu \gg 1$, $N = \mu$ ширина спектра равна удвоенному значению девиации частоты:

$$\Delta\omega = 2\Delta\omega_n.$$

Решение уравнения движения заряда

Решение уравнений (1) и (4) с **E** и **H** из выражений (7) имеет вид

$$\begin{aligned} p_x &= \frac{qb_x}{\omega}\sum_{n=-N}^{N}\frac{J_n(\mu)\sin\Phi_n}{(1+n\eta)} + \frac{q}{c}H_0 y + \chi_x, \\ p_y &= \frac{fqb_y}{\omega}\sum_{n=-N}^{N}\frac{J_n(\mu)\sin\Phi_n}{(1+n\eta)} - \frac{q}{c}H_0 x + \chi_y. \end{aligned} \tag{8}$$

где $\eta = \omega'/\omega$.

В уравнениях (8) перейдем к дифференцированию по ξ:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{qb_x c}{\omega\gamma}\sum_{n=-N}^{N}\frac{J_n(\mu)\sin\Phi_n}{(1+n\eta)} + \omega_c y + \frac{c}{\gamma}\chi_x, \\ \dot{y} &= \frac{fqb_y c}{\omega\gamma}\sum_{n=-N}^{N}\frac{J_n(\mu)\sin\Phi_n}{(1+n\eta)} - \omega_c x + \frac{c}{\gamma}\chi_y, \end{aligned} \tag{9}$$

где $\omega_c = qH_0/\gamma$ – циклотронная частота.

Постоянные χ_x, χ_y и γ в уравнениях (9) с учетом формул (3) и (7) определяются начальной фазой волны

$$\Phi_n(0) = \Phi_{n0} = -(1 + n\eta)kz_0 + \alpha + n\psi$$

(k – волновое число) и начальной скоростью частицы $\mathbf{V}_0 = 0$:

$$\begin{aligned} \chi_x &= \frac{mV_{x0}}{\sqrt{1-\frac{V_0^2}{c^2}}} - \\ &- \frac{qb_x}{\omega}\sum_{n=-N}^{N}\frac{J_n(\mu)\sin\Phi_{n0}}{(1+n\eta)} - \frac{q}{c}H_0 y_0, \\ \chi_y &= \frac{mV_{y0}}{\sqrt{1-\frac{V_0^2}{c^2}}} - \\ &- \frac{fqb_y}{\omega}\sum_{n=-N}^{N}\frac{J_n(\mu)\sin\Phi_{n0}}{(1+n\eta)} + \frac{q}{c}H_0 x_0, \\ \gamma &= \frac{mc\left(1-\frac{V_{z0}}{c}\right)}{\sqrt{1-\frac{V_0^2}{c^2}}}. \end{aligned} \tag{10}$$

Преобразуя систему дифференциальных уравнений (9), получаем следующий вид уравнений:

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \omega_c^2 x &= \frac{qcb_x}{\gamma}\sum_{n=-N}^{N}J_n(\mu)\cos\Phi_n + \\ &+ \frac{fq\omega_c b_y}{\gamma k}\sum_{n=-N}^{N}\frac{J_n(\mu)\sin\Phi_n}{(1+n\eta)} + \frac{\omega_c c}{\gamma}\chi_y, \\ \ddot{y} + \omega_c^2 y &= \frac{fqcb_y}{\gamma}\sum_{n=-N}^{N}J_n(\mu)\cos\Phi_n - \\ &- \frac{q\omega_c b_x}{\gamma k}\sum_{n=-N}^{N}\frac{J_n(\mu)\sin\Phi_n}{(1+n\eta)} - \frac{\omega_c c}{\gamma}\chi_x. \end{aligned} \tag{11}$$

Решение дифференциальных уравнений второго порядка (11) ищем в виде суммы решений однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения с учетом начальных условий. Для координат

x и y получаем следующее решения:

$$x = \left(\frac{qb_x \omega}{\gamma k} \sum_{n=-N}^{n=N} \mathrm{Z}_n + \frac{\omega \chi_y}{\omega_c \gamma k} \right) \cos \Phi_c + $$
$$+ \frac{fqb_y \omega}{\gamma k} \sum_{n=-N}^{n=N} \mathrm{Z}_n \sin \Phi_c - \frac{fqb_y \omega_c}{\gamma k} \times$$
$$\times \sum_{n=-N}^{n=N} \frac{\mathrm{Z}_n}{(1+n\eta)} \sin \Phi_n - \frac{qb_x \omega}{\gamma k} \times$$
$$\times \sum_{n=-N}^{n=N} \mathrm{Z}_n \cos \Phi_n + \frac{\omega \chi_y}{\omega_c \gamma k}; \tag{12}$$
$$y = \left(\frac{fqb_y \omega}{\gamma k} \sum_{n=-N}^{N} \mathrm{Z}_n + \frac{\omega \chi_x}{\omega_c \gamma k} \right) \cos \Phi_c -$$
$$- \frac{qb_x \omega}{\gamma k} \sum_{n=-N}^{N} \mathrm{Z}_n \sin \Phi_c - \frac{fqb_y \omega}{\gamma k} \sum_{n=-N}^{N} \mathrm{Z}_n \cos \Phi_n +$$
$$+ \frac{qb_x \omega_c}{\gamma k} \sum_{n=-N}^{N} \frac{\mathrm{Z}_n}{(1+n\eta)} \sin \Phi_n - \frac{\omega \chi_x}{\omega_c \gamma k},$$

где $k = \omega / c$; n — порядок функции Бесселя;

$$\Phi_c = \omega_c t; \ \ \mathrm{Z}_n = J_n(\mu) / (\omega^2 (1+n\eta)^2 - \omega_c^2).$$

Используя (8) и (12), получаем выражения для компонент p_x и p_y импульса частицы:

$$p_x = \sum_{n=-N}^{N} A_n \sin \Phi_n + B \cos \Phi_c +$$
$$+ C \sin \Phi_c + \sum_{n=-N}^{N} D_n \cos \Phi_n,$$
$$p_y = \sum_{n=-N}^{N} K_n \sin \Phi_n + F \cos \Phi_c + \tag{13}$$
$$+ G \sin \Phi_c + \sum_{n=-N}^{N} I_n \cos \Phi_n,$$

где

$$A_n = \frac{qb_x}{\omega} Z_n \omega^2 (1+n\eta);$$
$$B = fqb_y \omega_c \sum_{n=-N}^{N} Z_n + \chi_x;$$
$$C = -qb_x \omega_c \sum_{n=-N}^{N} Z_n; D_n = -fqb_y \omega_c Z_n; \tag{14}$$
$$K_n = \frac{fqb_y}{\omega} Z_n \omega^2 (1+n\eta);$$
$$F = \chi_y - qb_x \omega_c \sum_{n=-N}^{N} Z_n;$$
$$G = -fqb_y \omega_c \sum_{n=-N}^{n=N} Z_n; \ \ I_n = qb_x \omega_c Z_n.$$

Из формул (3) и (4) находим z-компоненту импульса частицы:

$$p_z = \gamma g, \tag{15}$$

где

$$g = h + \frac{1}{4\gamma^2} \times$$
$$\times \sum_{n=-N}^{N} (D_n^2 - A_n^2 + I_n^2 - K_n^2) \cos(2\Phi_n) +$$
$$+ \frac{1}{2\gamma^2} \sum_{\substack{n, n_B = -N \\ n \neq n_B}}^{N} (A_n A_{n_B} + K_n K_{n_B}) \sin \Phi_n \sin \Phi_{n_B} +$$
$$+ \frac{1}{\gamma^2} (B \cos \Phi_c + C \sin \Phi_c) \sum_{n=-N}^{N} A_n \sin \Phi_n +$$
$$+ \frac{1}{\gamma^2} (F \cos \Phi_c + G \sin \Phi_c) \sum_{n=-N}^{N} K_n \sin \Phi_n +$$
$$+ \frac{1}{2\gamma^2} \sum_{n=-N}^{N} (A_n D_n + I_n K_n) \sin(2\Phi_n) +$$
$$+ \frac{1}{\gamma^2} \sum_{\substack{n, n_B = -N \\ n \neq n_B}}^{N} (A_n D_{n_B} + K_n I_{n_B}) \sin \Phi_n \sin \Phi_{n_B} + \tag{16}$$
$$+ \frac{1}{4\gamma^2} (B^2 - C^2 + F^2 - G^2) \cos(2\Phi_c) +$$
$$+ \frac{1}{2\gamma^2} (BC + FG) \sin(2\Phi_c) +$$
$$+ \frac{1}{\gamma^2} (B \cos \Phi_c + C \sin \Phi_c) \sum_{n=-N}^{N} D_n \cos \Phi_n +$$
$$+ \frac{1}{\gamma^2} (F \cos \Phi_c + G \sin \Phi_c) \sum_{n=-N}^{N} I_n \cos \Phi_n +$$
$$+ \frac{1}{2\gamma^2} \sum_{\substack{n, n_B = -N \\ n \neq n_B}}^{N} (D_n D_l + I_n I_l) \cos \Phi_n \cos \Phi_{n_B},$$

при этом

$$h = \frac{1}{2} \left[\frac{m^2 c^2}{\gamma^2} - 1 + \frac{1}{2\gamma^2} \left(\sum_{n=-N}^{N} (A_n^2 + D_n^2 + \right.\right.$$
$$\left.\left. + K_n^2 + I_n^2) + B^2 + C^2 + F^2 + G^2 \right) \right], \tag{17}$$

где $\Phi_k = (\omega + n_B \omega')\xi + \alpha + n_B \psi$; n_B — порядок функции Бесселя.

С помощью формул (3) и (4) найдем выражение для энергии частицы:

$$\varepsilon = c\gamma(1+g). \tag{18}$$

Используя выражения (5), (13) и (15), получаем параметрическое представление скорости частицы по параметру ξ:

$$\begin{aligned} V_x &= \frac{dx}{dt} = \frac{c}{(1+g)\gamma}\left(\sum_{n=-N}^{N} A_n \sin\Phi_n + \right. \\ &\left. B\cos\Phi_c + C\sin\Phi_c + \sum_{n=-N}^{N} D_n \cos\Phi_n\right), \\ V_y &= \frac{dy}{dt} = \frac{c}{(1+g)\gamma}\left(\sum_{n=-N}^{N} E_n \sin\Phi_n + \right. \\ &\left. F\cos\Phi_c + G\sin\Phi_c + \sum_{n=-N}^{N} I_n \cos\Phi_n\right), \\ V_z &= \frac{dz}{dt} = \frac{cg}{1+g}. \end{aligned} \tag{19}$$

Из уравнений (11) и выражения (18) следует, что движение частицы во внешнем поле частотно-модулированной электромагнитной волны при наличии постоянного однородного магнитного поля, направленного вдоль оси z, представляет собой суперпозицию движения с некоторой постоянной скоростью V_z и колебательного движения с частотой

$$\tilde{\omega} = \omega(1+n\eta)\,/\,(1+h),$$

отличной от частоты поля ω, частоты модуляции ω' и циклотронной частоты ω_c.

Тогда, интегрируя равенство (15), получаем уравнение движения вдоль оси z:

$$z(t) = \tilde{z} + \tilde{V}_z t + \theta(t) + \eta(t), \tag{20}$$

где $\tilde{z}$, $\tilde{V}_z$ – постоянные;

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \sum_{n=-N}^{N} \theta_n(t), \quad \eta(t) = \sum_{n=-N}^{N} \eta_n(t), \\ \theta(t+\tilde{T}_n) &= \theta(t), \quad \eta(t+\tilde{T}_c) = \eta(t), \end{aligned} \tag{21}$$

причем $\theta(t)$, $\eta(t)$ – периодические функции с периодами

$$\tilde{T}_n = 2\pi\,/\,\tilde{\omega}_n, \quad \tilde{T}_c = 2\pi\,/\,\omega_c.$$

В формуле (20)

$$\tilde{V}_z = \frac{ch}{1+h}. \tag{22}$$

Из выражений (19) следует, что g является также суммой $2N+1$ периодических функций, с периодами $\tilde{T}_n$ и $\tilde{T}_c$. Период $\tilde{T}_n$ осцилляции частицы в поле плоской частотно-модулированной электромагнитной волны и период $\tilde{T}_c$ осцилляции частицы в магнитном поле определяются формулами

$$\Phi(t+\tilde{T}_n) = \Phi(t), \quad \Phi_c(t+\tilde{T}_c) = \Phi_c(t),$$

из которых, при учете выражений (6), (19) и уравнения (20), следует, что

$$\begin{aligned} \tilde{T}_n &= \frac{2\pi}{\omega}\frac{(1+h)}{(1+n\eta)} = T\frac{(1+h)}{(1+n\eta)}; \\ \tilde{T}_c &= \frac{2\pi}{\omega_c}. \end{aligned} \tag{23}$$

Таким образом, движение частицы представляет собой суперпозицию нескольких гармонических колебаний с разными периодами: $\tilde{T}_n$ и $\tilde{T}_c$. Когда частота модуляции ω' равна нулю, получаем периоды осцилляции частицы, выражения для которых были получены в работе [13].

Движение частицы, усредненное по периоду колебаний

В этом разделе мы приведем результаты усреднения импульса $\mathbf{p}$ и энергии ε частицы по периодам ее колебаний (23) в поле частотно-модулированной электромагнитной волны и постоянном однородном магнитном поле.

Далее вместо переменной времени t введем новые переменные: Φ'_n – полная фаза n-го гармонического колебания, Φ'_c – полная фаза циклотронного колебания;

$$\begin{aligned} \Phi'_n &= \Phi_n(t'); \\ dt' &= \frac{d\Phi'_n}{\omega(1+n\eta)}\frac{1}{1-V_z(t)/c} = \\ &= \frac{1+g}{\omega(1+n\eta)}d\Phi'_n; \\ \Phi'_c &= \Phi_c(t'); \quad dt' = \frac{d\Phi'_c}{\omega_c}. \end{aligned} \tag{24}$$

Так как движение частицы представляет собой суперпозицию гармонических колебаний с частотами ω_n и ω_c, усреднение будет производиться по формуле

$$\bar{f}(t) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{\Phi(t)}^{\Phi(\tilde{t})}\frac{1}{\tilde{T}_n}\int\limits_{\Phi_c(t)}^{\Phi_c(\tilde{t})} f(t')\times$$
$$\times\frac{1+g}{\omega(1+n\eta)}d\Phi'_n d\Phi'_c, \tag{25}$$

где $f(t')$ − произвольная функция.

Усредняя компоненты (18) скорости частицы, получаем:

$$\bar{V}_x = 0;\ \ \bar{V}_y = 0;\ \ \bar{V}_z = \frac{ch}{1+h}. \tag{26}$$

Как и следовало ожидать, скорость частицы $\bar{V}_z$ в выражениях (26) соответствует величине $\tilde{V}_z$, даваемой формулой (22).

Из формул (26) следует что, средние поперечные компоненты импульса частицы равны нулю. Для среднего значения продольной составляющей импульса частицы получаем выражение

$$\bar{p}_z = \frac{\gamma}{1+h}\left(h + h^2 + \right.$$
$$+\frac{1}{32\gamma^4}\sum_{n=-N}^{N}(D_n^2 - A_n^2 + I_n^2 - K_n^2)^2 +$$
$$+\frac{1}{16\gamma^4}\sum_{\substack{n,n_B=-N\\ n\neq n_B}}^{N}(A_nA_{n_B} + K_nK_{n_B})^2 +$$
$$+\frac{1}{4\gamma^4}(B^2+C^2)\sum_{n=-N}^{N}(A_n^2 + D_n^2) +$$
$$+\frac{1}{4\gamma^4}(F^2+G^2)\sum_{n=-N}^{N}(I_n^2 + K_n^2) +$$
$$+\frac{1}{8\gamma^4}\sum_{n=-N}^{N}\left(A_nD_n + I_nK_n\right)^2 + \tag{27}$$
$$+\frac{1}{4\gamma^4}\sum_{\substack{n,n_B=-N\\ n\neq n_B}}^{N}(A_nD_{n_B} + K_nI_{n_B})^2 +$$
$$+\frac{1}{32\gamma^4}(B^2 - C^2 + F^2 - G^2)^2 +$$
$$+\frac{1}{8\gamma^2}(BC + FG)^2 +$$
$$\left.+\frac{1}{16\gamma^4}\sum_{\substack{n,n_B=-N\\ n\neq n_B}}^{N}(D_nD_{n_B} + I_nI_{n_B})^2\right).$$

Средняя энергия $\bar{\varepsilon}$ частицы определяется формулой

$$\bar{\varepsilon} = \frac{c\gamma}{1+h}\left((1+h)^2 + \right.$$
$$+\frac{1}{32\gamma^4}\sum_{n=-N}^{N}(D_n^2 - A_n^2 + I_n^2 - K_n^2)^2 +$$
$$+\frac{1}{16\gamma^4}\sum_{\substack{n,n_B=-N\\ n\neq n_B}}^{N}(A_nA_{n_B} + K_nK_{n_B})^2 +$$
$$+\frac{1}{4\gamma^4}(B^2+C^2)\sum_{n=-N}^{N}(A_n^2 + D_n^2) +$$
$$+\frac{1}{4\gamma^4}(F^2+G^2)\sum_{n=-N}^{N}(I_n^2 + K_n^2) +$$
$$+\frac{1}{8\gamma^4}\sum_{n=-N}^{N}(A_nD_n + I_nK_n)^2 + \tag{28}$$
$$+\frac{1}{4\gamma^4}\sum_{\substack{n,n_B=-N\\ n\neq n_B}}^{N}(A_nD_{n_B} + K_nI_{n_B})^2 +$$
$$+\frac{1}{32\gamma^4}(B^2 - C^2 + F^2 - G^2)^2 +$$
$$+\frac{1}{8\gamma^2}(BC + FG)^2 +$$
$$\left.+\frac{1}{16\gamma^4}\sum_{\substack{n,n_B=-N\\ n\neq n_B}}^{N}(D_nD_{n_B} + I_nI_{n_B})^2\right).$$

Из этой формулы, с учетом выражения (14), видно, что $\bar{\varepsilon}$ зависит от интенсивности волны, ее начальной фазы и поляризации, частоты несущей волны ω, частоты модуляции ω', циклотронной частоты ω_c и начальной скорости частицы.

Случай произвольной поляризации волны при отсутствии у частицы начальной скорости

В этом разделе рассмотрим случай, когда частица в начальный момент времени покоилась ($\mathbf{V}_0 = 0$) и находилась в точке $(0, 0, z_0)$.

Из формулы (13) выразим постоянные χ_x, χ_y, γ, учитывая, что $\Phi_n(0) = \Phi_{n0} = -(1+n\eta)kz_0 + \alpha + n\psi$, $\Phi_c(0) = \Phi_{c0} = 0$:

$$\chi_x = -\sum_{n=-N}^{N} A_n \sin\Phi_{n0} + \tag{29}$$

$$+\sum_{n=-N}^{N} D_n(1-\cos\Phi_{n0}),$$

$$\chi_y = -\sum_{n=-N}^{N} K_n \sin\Phi_{n0} + \sum_{n=-N}^{N} I_n(1-\cos\Phi_{n0}). \quad (29)$$

Для волны с произвольной поляризацией имеем следующее равенство[14]:

$$b_x^2 \pm b_y^2 = \rho^2 b^2, \quad (30)$$

где ρ – параметр эллиптичности ($\rho = \pm 1$ соответствует линейной поляризации, $\rho = \pm 1/\sqrt{2}$ – круговой, в остальных случаях $(0 \le \rho \le 1)$ – эллиптической).

Из выражения (17) получаем значение h в начальный момент времени:

$$h = \frac{q^2\rho^2 b^2}{4m^2c^2}\left[\sum_{n=-N}^{N} Z_n^2((\omega^2(1+n\eta)^2-\omega_c^2)\times \sin^2\Phi_{n0} + (\omega^2(1+n\eta)^2+3\omega_c^2)\right]. \quad (31)$$

Пусть

$$\omega_c = \delta\omega, \quad (32)$$

где δ – отношение частот ω_c и ω, причем $\delta \in [0;1) \cup (1;+\infty)$.

Поскольку в данной задаче рассматривается ускорение заряженной частицы в высокочастотном лазерном поле при наличии постоянного однородного магнитного поля, но без учета радиационного трения частицы, энергия частицы должна становиться бесконечно большой вследствие того, что при $\delta = 1$ выполняется условие циклотронного авторезонанса. Однако бесконечно большое значение энергии невозможно в реальных условиях, поэтому указанный случай исключается из рассмотрения.

Подставляя соотношение (32) в выражение (31), получаем, что

$$h = \frac{\sigma}{4}\sum_{n=-N}^{N}[J_n(\mu)\tilde{Z}_n \sin^2\Phi_{n0} + \tilde{Z}_n^2 T_n], \quad (33)$$

где

$$\tilde{Z}_n = J_n(\mu)/((1+n\eta)^2-\delta^2);$$

$$T_n = (1+n\eta)^2 + 3\delta^2;$$

$$\sigma = \frac{q^2\rho^2 b^2}{m^2c^2\omega^2} = \frac{2q^2}{\pi m^2 c^5} I\lambda^2, \quad (34)$$

при этом $I = c\rho^2 b^2/4\pi$ – интенсивность эллиптически поляризованной электромагнитной волны, $\lambda = 2\pi c/\omega$ – длина волны.

Подставляя выражения (29) – (34) в формулу (28), получаем среднюю энергию первоначально покоящейся частицы в волне эллиптической поляризации:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{c\gamma}{32(1+h)}\Bigg(32(1+h)^2 + \sigma^2\sum_{n=-N}^{N}\tilde{Z}_n^4(S_n^2+8\delta^2N_n) + 4\sigma^2\sum_{n=-N}^{N}\tilde{Z}_n^4(Q_n+2S_nN_n)\sin^2\Phi_{n0} + \sigma^2\sum_{n=-N}^{N}\tilde{Z}_n^4 S_n^2\sin^4\Phi_{n0}\Bigg). \quad (35)$$

Как видно из этого выражения, средняя энергия частицы зависит от начальных фаз, амплитуды, интенсивности и поляризации электромагнитной волны, от частот несущей волны, модуляции и циклотронной частоты.

Усредненная дополнительно по начальной фазе Φ_{n0}, энергия $\langle\bar{\varepsilon}\rangle$ заряженной частицы в поле плоской частотно-модулированной электромагнитной волны и постоянном однородном магнитном поле определяется выражением

$$\langle\bar{\varepsilon}\rangle - mc^2 = mc^2\left(\frac{\sigma}{8}P_n + 4R_n \times \left(\sqrt{\frac{R_n}{\mathrm{M}_n}} + \frac{\sigma J_n(\mu)\tilde{Z}_n}{2R_n} - 1\right) + \frac{\sigma^2\tilde{Z}_n^4 G_n}{8\sqrt{R_n\mathrm{M}_n}} + \frac{\sigma\tilde{Z}_n^3 H_n}{2J_n(\mu)}\left(1-\sqrt{\frac{R_n}{\mathrm{M}_n}}\right)\right), \quad (36)$$

где

$$\mathrm{M}_n = \sigma J_n(\mu)\tilde{Z}_n + \sigma\tilde{Z}_n^2 T_n + 4,$$

$$R_n = \sigma\tilde{Z}_n^2 T_n + 4, \quad P_n = \tilde{Z}_n(J_n(\mu) + 2\tilde{Z}_n T_n),$$

$$G_n = S_n^2 + 8\delta^2 N_n, \quad H_n = Q_n + 2S_nN_n.$$

Полученные формулы (28), (29), (33), (35) и (36) для средней кинетической энергии частицы содержат явную зависимость от начальной скорости частицы, амплитуды электромагнитной волны, индекса частотной модуляции, частот несущей волны и модуляции, циклотронной частоты, интенсивности и ее поляризации. Следовательно, они позволяют сделать практические вычисления. Когда $\mu \ll 1$, $N = 1$, формулы (28), (29), (33), (35) и (36) принимают вид, который был получен в работе [13].

Заключение

В работе приведено точное аналитическое решение уравнений движения заряженной частицы во внешнем поле частотно-модулированной электромагнитной волны и постоянном однородном магнитном поле. Приведена формула зависимости скорости заряженной частицы от интенсивности плоской частотно-модулированной электромагнитной волны произвольной поляризации. Указанная скорость зависит от амплитуды и параметра поляризации электромагнитной волны, несущей частоты, частоты модуляции и циклотронной частоты.

В частотно-модулированной электромагнитной волне (7) поля **E** и **H** являются периодическими и их среднее значение равно нулю. Можно было бы предположить, что частотно-модулированная электромагнитная волна и постоянное однородное магнитное поле оказывают знакопеременное воздействие на заряженную частицу и среднее отклонение, вызванное этим воздействием на частицу, тоже равно нулю. Однако это предположение оказывается неверным. В частности, в поле плоской частотно-модулированной электромагнитной волны частица совершает систематический дрейф по направлению распространения электромагнитного поля. Это подтверждено аналитическим расчетом компонент скорости и импульса, а также средней кинетической энергии частицы.

При увеличении интенсивности поля, согласно формуле (23), частота колебательного движения частицы, частота модуляции и циклотронная частота стремятся к нулю. Показано, что усредненное по периодам колебаний $\tilde{T}_n$ и $\tilde{T}_c$ перемещение частицы представляет собой суперпозицию движения с постоянной скоростью и колебательного движения с несущей частотой, циклотронной частотой и n-го колебательного движения с частотой ω_n. При отсутствии частотной модуляции все формулы переходят в соответствующие формулы, которые представлены в работе [13]. Решения получены в явной зависимости от начальных данных, амплитуды электромагнитной волны, частоты несущей волны, частоты модуляции, циклотронной частоты, интенсивности волны и ее поляризационного параметра, что позволяет применять полученные решения в практических расчетах.

Практическая значимость проведенного исследования заключается в том, что полученные результаты можно использовать для разработки устройств релятивистской электроники. Кроме того, они могут представлять интерес для астрофизических исследований. Приведенные результаты также могут использоваться для интерпретации экспериментов с плазмой, помещенной во внешнее частотно-модулированное электромагнитное поле, когда имеется однородное магнитное поле.

Работа выполнена при финансовой поддержке государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 1269).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] **Tajima T., Dawson J.M.** Laser electron accelerator // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 43. No. 4. Pp. 267–269.

[2] **d'Humieres E., Lefebvre E., Gremillet L., Malka V**. Proton acceleration in high-intensity laser interaction with thin foils // Phys. Plasmas. 2005. Vol. 12. No. 9. P. 099902.

[3] **Mora P.** Thin-foil expansion into a vacuum

// Phys. Rev. E. 2005. Vol. 72. No. 5. P. 056401.

[4] **Oishi Y., Nayuki T., Fujii T., et al.** Dependence on laser intensity and pulse duration in proton acceleration by irradiation ultrashort laser pulses on a Cu foil target // Phys. Plasmas. 2005. Vol. 12. No. 7. P. 073102.

[5] **Pukhov A., Gordienko S., Kiselev S.** The bubble regime of laser-plasma acceleration: monoenergetic electrons and scalability // Rep. Prog. Phys. 2004. No. 46. Pp. 179–186.

[6] **Mourou G., Tajima T., Bulanov S.V.** Optics in the relativistic regime // Rev. Mod. Phys. 2006. Vol. 78. No. 2. Pp. 309–372.

[7] **Sentoku Y., Cowan T.E., Kemp A., Ruhl H.** High energy proton acceleration in interaction of short pulse with dense plasma target // Phys. Plasmas, 2003. Vol.10. No. 5. P. 2009.

[8] **Umstadter D.J.** Relativistic laser – plasma interactions // Phys. D: Appl. Phys. 2003. Vol. 36. No. 8. P. R151.

[9] **Wilks S.C., Kruer W.L., Tabak M., Langdon A.B.** Absorption of ultra-intense laser pulses // Phys. Rev. Lett. 1992. Vol. 69. No. 9. Pp. 1383–1386.

[10] **Wilks S.C., Langdon A.B., Cowan T.E., et al.** Energetic proton generation in ultra-intense laser-solid interactions // Phys. Plasmas. 2001. Vol. 8. No. 2. P. 542.

[11] **Копытов Г.Ф., Оксузян С.С., Тлячев В.Б.** К вопросу о характеристиках излучения электрона в модулированном электромагнитном поле // Известия вузов. Физика. 1987. 15 с. Деп. в ВИНИТИ 14.09.85. № 7353.

[12] **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** Теория поля. 8-е изд., стер. М.: Физматлит, 2012. 536 с.

[13] **Копытов Г.Ф., Мартынов А.А., Акинцов Н.С.** The motion of a charged particle in the field of an electromagnetic wave and the constant magnetic field // St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 2014. No. 4 (206). Pp. 55–63.

[14] **Аззам Р., Башара Н.** Эллипсометрия и поляризованный свет. М.: Мир, 1981. 583 с.

[15] **Ньютон Р.** Теория рассеяния волн и частиц. М.: Мир, 1969. 607 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

АКИНЦОВ Николай Сергеевич – *преподаватель кафедры радиофизики и нанотехнологий Кубанского государственного университета.*

350040, Российская Федерация, г. Краснодар, Ставропольская ул., 149
akintsov777@mail.ru

ИСАЕВ ВЛАДИСЛАВ АНДРЕЕВИЧ – *доктор физико-математических наук, профессор кафедры радиофизики и нанотехнологий Кубанского государственного университета.*

350040, Российская Федерация, г. Краснодар, Ставропольская ул., 149
vlisaev@rambler

КОПЫТОВ Геннадий Филиппович – *доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой радиофизики и нанотехнологий Кубанского государственного университета.*

350040, Российская Федерация, г. Краснодар, Ставропольская ул., 149
g137@mail.ru

МАРТЫНОВ Александр Алексеевич – *кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики и компьютерных технологий Кубанского государственного университета.*

350040, Российская Федерация, г. Краснодар, Ставропольская ул., 149
martynov159@yandex.ru

Akintsov N.S., Isaev V.A., Kopytov G.F., Martynov A.A. THE MOTION OF A CHARGED PARTICLE IN THE FIELD OF A FREQUENCY-MODULATED ELECTROMAGNETIC WAVE AND IN THE CONSTANT MAGNETIC FIELD.

In this article the problem on the motion of a charged particle in the field of frequency-modulated electromagnetic wave and in the external uniform static magnetic field has been analyzed; the exact solutions of the corresponding equations have been presented. This problem is of great importance to study the interaction of high-intensity laser pulses with solid targets and to develop practically multifrequency lasers and the laser-modulation emission technology. The formulae for the mean kinetic energy of a relativistic charged particle as a function of initial conditions, electromagnetic wave amplitude, wave intensity and its polarization parameter were obtained. The different cases of initial conditions of a charged particle motion and of a wave polarization were investigated. The obtained results can be put to use when studying the high-temperature plasma formed on the surface of the target and when searching for new modes of laser-plasma interaction.

PLANE ELECTROMAGNETIC WAVE, CHARGED PARTICLE, ULTRASHORT LASER PULSE.

REFERENCES

[1] **T. Tajima, J.M. Dawson,** Laser electron accelerator, Phys. Rev. Lett. 43 (4) (1979) 267–269.

[2] **E. d'Humieres, E. Lefebvre, L. Gremillet, V. Malka,** Proton acceleration in high-intensity laser interaction with thin foils, Phys. Plasmas. 12 (2005) 9902.

[3] **P. Mora,** Thin-foil expansion into a vacuum, Phys. Rev. E. 72 (5) (2005) 056401.

[4] **Y. Oishi, T. Nayuki, T. Fujii,** Measurement of source profile of proton beams generated by ultraintense laser pulses using a Thomson mass spectrometer, Phys. Plasmas, 12 (2005) 073102.

[5] **A. Pukhov, S. Gordienko, S. Kiselev,** The bubble regime of laser –plasma acceleration: monoenergetic electrons and scalability, Rep. Prog. Phys. 46 () (2004) 179–186.

[6] **G. Mourou, T. Tajima, S.V. Bulanov,** Optics in the relativistic regime, Rev. Mod.Phys.78(2) (2006) 309–372.

[7] **Y. Sentoku, T. E. Cowan, A. Kemp, H. Ruhl,** High energy proton acceleration in interaction of short pulse with dense plasma target, Phys. Plasmas. 10(5) (2003) 2009.

[8] **D.J. Umstadter,** Relativistic laser – plasma interactions, Phys. D: Appl. Phys. 36(8) (2003) R152.

[9] **S.C. Wilks, W.L. Kruer, M. Tabak, A.B. Langdon,** Absorption of ultra-intense laser pulses, Phys. Rev. Lett. 69(9) (1992) 1383–1386.

[10] **S.C. Wilks, A.B. Landon, T.E. Cowan,** Energetic proton generation in ultra-intense laser-solid interactions, Phys. Plasmas. 8 ()(2001) 542.

[11] **G.F. Kopytov, S.S. Oksuzyan, V.B. Tlyachev,** K voprosu o harakteristikah izlucheniya elektrona v modulirovannom elektromagnitnom pole, Izvestiya Vuzov. Fizika (1987)15 p. Dep. VINITI 14.09.85, No. 7353.

[12] **L.D. Landau, E.M. Lifshits,** Teoriya polya **[**The Field Theory], Moscow, Nauka, 2004.

[13] **G.F. Kopytov, A.A. Martynov, N.S. Akintsov,** The motion of a charged particle in the field of an electromagnetic wave and the constant magnetic field, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. No. 4 (206) (2014) 55–63.

[14] **R.M. Azzam, N.M. Bashara,** Ellipsometriya i polyarizovannyi svet [Ellipsometry and polarized light], Moscow, Mir, 1981.

[15] **R. Newton,** Scattering Theory of Waves and Particles. Moscow, Mir, 1967.

THE AUTHORS

AKINTSOV Nikolay S.
Kuban State University
149 Stavropolskaya St., Krasnodar, 350040, Russian Federation
akintsov777@mail.ru

ISAEV Vladislav A.
Kuban State University
149 Stavropolskaya St., Krasnodar, 350040, Russian Federation
vlisaev@rambler.ru

KOPYTOV Gennadii F.
Kuban State University
149 Stavropolskaya St., Krasnodar, 350040, Russian Federation
g137@mail.ru

MARTYNOV Alexander A.
Kuban State University
149 Stavropolskaya St., Krasnodar, 350040, Russian Federation
martynov159@yandex.ru