



## ГЕНЕЗИС ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ СТРУКТУР ДЛЯ ЭЛЕКТРОННОЙ СПЕКТРОГРАФИИ

В работе предлагается алгоритм синтеза потенциальных структур, пространственно разделяющих поток заряженных частиц на изоэнергетические пучки. Потенциальные аналитические структуры выбираются из класса обобщенно-однородных полей, где специальный механический принцип подобия выполняется приближенно в замкнутой области пространства. Демонстрируются эквивалентные портреты этих полей и обсуждаются перспективы.

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЙ СПЕКТРОГРАФ, СПЕЦИАЛЬНЫЙ ПРИНЦИП ПОДОБИЯ, ОДНОРОДНАЯ ПО ЭЙЛЕРУ ФУНКЦИЯ, ОБОБЩЕННО-ОДНОРОДНАЯ СТРУКТУРА, УРАВНЕНИЕ ЛАПЛАСА, ЭЛЕКТРОННАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ, ПОЗИЦИОННО-ЧУВСТВИТЕЛЬНЫЙ ДЕТЕКТОР.

### Введение

Методы электронной спектроскопии и масс-спектрометрии являются наиболее востребованными техниками для получения информации об элементном и количественном составе, структуре изучаемого объекта. Разнообразие исследуемых материалов предполагает и наличие обширного арсенала аналитических приборов для проведения такого анализа. Комбинация методов или их совмещение в одном экспериментальном блоке значительно обогащает проводимое исследование [1 – 5], но в то же время это и повышает требования к используемым приборам с точки зрения их совместимости и размещения в целом.

Основным элементом энергоанализа является электронный спектрометр. Но использование электростатических спектрографов расширяет функциональные возможности традиционных методов. Так, например, с помощью спектрографов удастся проследить динамику различных процессов на поверхности изучаемых объектов в режиме реального времени.

В спектрографе поток частиц с целым набором энергий, вырезаемый входной диафрагмой в виде конуса, полем разделяется на изоэнергетические пучки, где каждый фокусируется по углу в точку или малую область. Если расположить позиционно-

чувствительный детектор вдоль линии фокусов, то фиксируется целый энергетический спектр или его часть.

Первые спектрографы заряженных частиц появились в масс-спектрометрии и реализовывались на основе магнитных полей. Сама природа магнитных полей «созвучна» с особенностями спектрографического режима. В случае электростатических полей ситуация осложняется тем, что не каждое поле может обеспечить должное разделение потока заряженных частиц с сохранением условий фокусировки или условий ввода-вывода пучка.

Производство спектрографов еще не вошло в серию, и предлагаемые конструкции скорее являются экспериментальными макетами [2, 4, 5, 6].

В нашей лаборатории корпускулярной оптики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета разработана теория синтеза полей, где осуществляется спектрографический режим. Эти поля в силу своего уникального свойства мы назвали «спектрографическими средами». Применение строгих математических методов и приемов позволило нам определить семейства полевых структур в классе планарных, осесимметричных и сугубо трехмерных полей, нами предложены различные методы генерации новых струк-

тур и выстроена их определенная иерархия [7 – 11].

### Обобщенно-однородные потенциалы

Согласно теории, потенциальные структуры спектрографических сред должны быть функциями, однородными по Эйлера. В таких полях выполняется специальный принцип механического подобия, а, значит, существуют подобные траектории, обеспечивающие спектрографический режим. Свойство однородности структуры  $\varphi(x, y, z)$  выражается в виде следующего тождества ([12]):

$$\varphi(kx, ky, kz) = k^n \varphi(x, y, z), \quad (1)$$

где  $n$  – степень однородности (в самом общем случае – вещественная постоянная),  $k$  – произвольная функция.

Если функция дифференцируема, то свойство однородности можно записать в дифференциальной форме:

$$x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi}{\partial z} = n\varphi(x, y, z). \quad (2)$$

Изучение электронно-оптических свойств различных спектрографических сред показало, что требование для потенциальных структур быть и гармоническими, и однородными является довольно жестким условием; существуют структуры, где траектории заряженных частиц почти подобны, но при этом они не являются строго однородными функциями. Это второй класс структур, названных обобщенно-однородными, и аналитически они представляется в виде

$$\varphi(x, y, z) = P(x, y, z) \ln S(x, y, z) + Q(x, y, z), \quad (3)$$

где  $P, Q$  – однородные функции степени  $n$ ,  $S$  – однородная функция степени  $m$ .

В полях этого класса подобие траекторий искажается, и, безусловно, эффективность и качество разделения потока заряженных частиц зависит от степени искажения.

Для оценки мы выработали критерий, определяющий меру искажения.

Допустим, что функция  $\varphi(x, y, z)$  принадлежит к классу (3), т. е. не является

строго однородной, но достаточно близка к таковой. Составим новую функцию  $K(x, y, z)$ :

$$K(x, y, z) = \ln \varphi(x, y, z). \quad (4)$$

Через оператор  $\hat{J}$  обозначим

$$\hat{J} = x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y} + z \frac{\partial}{\partial z}. \quad (5)$$

Теперь воспользуемся дифференциальным признаком однородности (2) и перепишем его для функции  $K(x, y, z)$  (4):

$$\hat{J}K = x \frac{\partial K}{\partial x} + y \frac{\partial K}{\partial y} + z \frac{\partial K}{\partial z} = n(x, y, z). \quad (6)$$

Правая часть данного тождества – это, в самом общем случае, функция, которую можно представить как сумму вещественной постоянной и функции-остатка:

$$n(x, y, z) = n_0 + \delta(x, y, z). \quad (7)$$

Если оценивать функцию  $\delta(x, y, z)$ , то можно судить о мере искажения траекторий, а также определить ту область, где искажение траекторного каркаса будет наименьшим.

### Примеры действия критерия

Продемонстрируем действие данного критерия на нескольких примерах.

**Пример 1.**  $\varphi(x, y) = x^3 + y^2$ .

Составляем функцию

$$K(x, y) = \ln(x^3 + y^2),$$

а затем применяем оператор  $\hat{J}$ :

$$\hat{J}K = \frac{3x^3}{x^3 + y^2} + \frac{2y^2}{x^3 + y^2} = 3 - \frac{y^2}{x^3 + y^2}.$$

Функция  $\varphi(x, y)$  близка к однородной степени 3, и остаток

$$\delta(x, y) = \frac{y^2}{x^3 + y^2}$$

при любых  $x$  и  $y > 0$  составляет менее 0,3 от  $n_0 = 3$ .

**Пример 2.** Осесимметричный вариант,

$$\varphi(r, z) = z \ln r.$$

Для функции  $K(r, z) = \ln(z \ln r)$  запишем дифференциальный критерий

$$\hat{J}K = \frac{\hat{J}(z \ln r)}{z \ln r}.$$

Учитывая, что

$$\hat{J} \ln r = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{r^2} = 1,$$

получим:

$$n(r, z) = 1 + \frac{1}{\ln r}.$$

Функция-остаток  $\delta = 1 / \ln r$  оказывается меньше единицы, если  $r \geq 3$ . Но поскольку логарифмическая функция растет медленно с ростом аргумента, то  $\delta$  снижается до 0,5 при значении  $r \approx 7,39$ . По-видимому, только если  $r \geq 10$ , можно ожидать существование подобных траекторий. Но численное моделирование продемонстрировало, что спектрографический режим реализуется вполне успешно и при выборе области  $\{r > 3, z > 0\}$ .

**Пример 3.** Потенциал класса (3),

$$\varphi(x, y, z) = P(x, y, z) \ln \rho + Q(x, y, z),$$

где  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ;  $P, Q$  – однородные функции степени  $n$ .

Составим функцию  $K(x, y, z) = \ln(P \ln \rho + Q)$  и применим оператор  $\hat{J}$ :

$$\hat{J}K = \frac{\hat{J}(P \ln \rho + Q)}{P \ln \rho + Q}.$$

Поскольку в силу определения

$$\hat{J}P = nP \text{ и } \hat{J}Q = nQ,$$

а также  $\hat{J} \ln \rho = 1$ , имеем:

$$\hat{J}K = n + \frac{1}{\ln \rho + \frac{Q}{P}}.$$

Мера искажения подобных траекторий будет определяться отношением  $Q / P$ . Но в любом случае функция-остаток  $\delta(x, y, z)$  гораздо меньше, по сравнению с величиной  $n$ , даже при значениях  $\rho \approx 1$ .

Теперь рассмотрим вопрос о создании новых потенциальных структур, опираясь на задачу Коши.

### Алгоритм синтеза спектрографических структур

Сформулируем для гармонической функции  $\varphi(x, y, z)$  задачу Коши следующе-

го типа:

$$\begin{cases} \varphi(x, y, z) = \varphi(x, y, -z), & (8) \\ \varphi|_{z=0} = g(x, y). & (9) \end{cases}$$

Решение ищем в виде четного ряда по степеням  $z$ :

$$\varphi = C_0(x, y) + C_2(x, y) z^2 + C_4(x, y) z^4 + \dots \quad (10)$$

Подстановка решения (10) в уравнение Лапласа дает уравнение

$$\Delta C_0 + \Delta C_2 z^2 + \Delta C_4 z^4 + \Delta C_6 z^6 + \dots + 2C_2 + 12C_4 z^2 + 30C_6 z^4 + 56C_8 z^6 + \dots = 0. \quad (11)$$

Отсюда следует стандартная цепочка рекуррентных равенств, из которых искомые коэффициенты  $C_n$  можно вычислить один за другим по простой процедуре дифференцирования:

$$\begin{cases} 2C_2 + \Delta C_0 = 0, \\ 12C_4 + \Delta C_2 = 0, \\ 30C_6 + \Delta C_4 = 0, \\ 56C_8 + \Delta C_6 = 0, \\ \dots \end{cases} \quad (12)$$

Но из равенств (10) и (9) следует, что  $C_0 = g(x, y)$ , и далее

$$\begin{cases} C_2 = -\frac{1}{2} \Delta g, \\ C_4 = \frac{1}{24} \Delta(\Delta g), \\ C_6 = -\frac{1}{24 \cdot 30} \Delta^3 g, \\ C_8 = \frac{1}{24 \cdot 30 \cdot 56} \Delta^4 g, \\ \dots, \\ \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \end{cases} \quad (13)$$

Искомое решение (10) принимает вид

$$\varphi = g(x, y) - \frac{\Delta g}{2} \cdot z^2 + \frac{1}{24} \Delta^2 g \cdot z^4 - \frac{1}{720} \Delta^3 g \cdot z^6 + \dots \quad (14)$$

Вполне очевидно, что этот ряд на каком-то шаге оборвется: если  $g(x, y)$  – однородный полином по обоим переменным, то оператор  $\Delta$  дает новый полином, порядок которого на две единицы ниже,

и тоже однородный, и так, раз за разом, коэффициенты – полиномы  $C_2, C_4, C_6, C_8, \dots$  будут снижать свою степень, а множители  $z^2, z^4, z^6, \dots$  будут восстанавливать кратность каждого члена ряда (14) до кратности выбранного стартового полинома  $g(x, y)$ . Данные рассуждения можно сформулировать в виде леммы, не требующей дополнительного доказательства.

**Лемма 1.** *Формула (14) позволяет построить все без исключения гармонические однородные полиномы, если  $g(x, y)$  перебирать в классе однородных полиномов по переменным  $x, y$ . Эти трехмерные полиномы будут четными по переменной  $z$ , но по  $x, y$  они могут быть и нечетными, в зависимости от четности или нечетности стартового полинома  $g(x, y)$ .*

Дополним наши построения другим аналитическим приемом. Будем рассматривать комплексные функции

$$g = g_1(x, y) + ig_2(x, y)$$

в качестве стартового полинома, и при этом введем обозначение  $\Omega$  вместо  $\Phi$ :

$$\Omega = g(x, y) - \frac{\Delta g}{2} \cdot z^2 + \frac{1}{24} \Delta^2 g \cdot z^4 - \frac{1}{720} \Delta^3 g \cdot z^6 + \dots \quad (15)$$

**Лемма 2.** *Ряд (15) обрывается, если*

$$g(x, y) = P_k(x, y) \cdot S(x, y),$$

где  $P_k(x, y)$  – полином конечной степени  $k$ , а  $S(x, y)$  – произвольная гармоническая функция,  $\Delta S = 0$ .

Для spectroграфических сред нам нужны однородные по Эйлеру полиномы, а они представляются суммой членов вида  $x^m y^n$ ,  $m + n = k$ . Положим

$$g = x^m y^n \cdot S(x, y) \quad (16)$$

и вычислим  $\Delta g$ :

$$\Delta g = [m(m-1)x^{m-2}y^n + n(n-1)x^m y^{n-2}] \times S(x, y) + 2mx^{m-1}y^n S_x + 2nx^m y^{n-1} S_y. \quad (17)$$

Легко видеть, что перед  $S$  стоит полином степени  $(k-2)$ , а перед  $S_x$  и  $S_y$  – полиномы степени  $(k-1)$ . Поскольку  $S_x, S_y$  – тоже гармонические функции, то при вычислении  $\Delta^2 g$  часть членов исчезнет, и по-

рядок старших полиномов понизится еще на единицу. Далее эта тенденция будет сохраняться, и на  $k$ -ом шаге вычисления лапласианов останутся только гармонические функции, которые являются старшими производными по  $x, y$  от  $S$ . В результате оказывается, что

$$\Delta^{k+1} g = 0 \quad (18)$$

и, следовательно, ряд (15) автоматически оборвется.

Лемма 2 доказана.

**Лемма 3.** *Если взять*

$$g = P_k(x, y) \cdot \ln(x^2 + y^2)$$

либо

$$g = P_k(x, y) \cdot \ln(x + iy),$$

где  $P_k$  – однородный полином, то обрывающийся ряд (15) дает обобщенно-однородные гармонические потенциалы с логарифмической особенностью.

Эта лемма есть прямое следствие леммы 2 и особого доказательства не требует.

Приведем несколько примеров синтеза spectroграфических структур, пользуясь представлением функции, определяемой леммой 3.

**Пример 4.**  $g = x \ln(x^2 + y^2)$ .

$$\Delta g = \frac{4x}{x^2 + y^2}; \Delta^2 g = 0; \quad (19)$$

$$\Omega = x \ln(x^2 + y^2) - \frac{2xz^2}{x^2 + y^2}. \quad (20)$$

**Пример 5.**  $g = x^2 \ln(x^2 + y^2)$ .

$$\Delta g = 2 \ln(x^2 + y^2) + \frac{8x^2}{x^2 + y^2}; \quad (21)$$

$$\Delta^2 g = 16 \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2}; \Delta^3 g = 0; \quad (22)$$

$$\Omega = (x^2 - z^2) \ln(x^2 + y^2) - \frac{4x^2 z^2}{x^2 + y^2} + \frac{2}{3} \frac{(y^2 - x^2)z^4}{(x^2 + y^2)^2}. \quad (23)$$

**Пример 6.**  $g = xy \ln(x^2 + y^2)$ .

$$\Delta g = \frac{8xy}{x^2 + y^2}; \quad (24)$$

$$\Delta^2 g = -32 \frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}; \Delta^3 g = 0; \quad (25)$$

$$\Omega = xy \ln(x^2 + y^2) - \frac{4xyz^2}{x^2 + y^2} - \frac{4}{3} \frac{xyz^4}{(x^2 + y^2)^2}. \quad (26)$$

**Пример 7.**  $g = xy^2 \ln(x^2 + y^2)$ .

$$\Delta g = 2x \ln(x^2 + y^2) + \frac{12xy^2}{x^2 + y^2}; \quad (27)$$

$$\Delta^2 g = \frac{32(x^3 - 2xy^2)}{(x^2 + y^2)^2}; \quad (28)$$

$$\Delta^3 g = -\frac{192(x^3 - 3xy^2)}{(x^2 + y^2)^3}; \Delta^4 g = 0,$$

$$\Omega = x(y^2 - z^2) \ln(x^2 + y^2) - \frac{6xy^2z^2}{x^2 + y^2} + \frac{4}{3} \frac{(x^3 - 2xy^2)z^4}{(x^2 + y^2)^2} + \frac{4}{15} \frac{(x^3 - 3xy^2)z^6}{(x^2 + y^2)^3}. \quad (29)$$

**Пример 8.**  $g = x^2y^2 \ln(x^2 + y^2)$ .

$$\Delta g = 2(x^2 + y^2) \ln(x^2 + y^2) + \frac{16x^2y^2}{x^2 + y^2}; \quad (30)$$

$$\Delta^2 g = \frac{48(x^2 - y^2)^2}{(x^2 + y^2)^2} + 8 \ln(x^2 + y^2); \quad (31)$$

$$\Delta^3 g = -\frac{384(x^4 - 6x^2y^2 + y^4)}{(x^2 + y^2)^3};$$

$$\Delta^4 g = \frac{4608(x^4 - 6x^2y^2 + y^4)}{(x^2 + y^2)^4}; \Delta^5 g = 0; \quad (32)$$

$$\Omega = x^2(y^2 - z^2) \ln(x^2 + y^2) - z^2 \left( y^3 - \frac{1}{3} z^2 \right) \ln(x^2 + y^2) - \frac{8x^2y^2z^2}{x^2 + y^2} + \frac{2(x^2 - y^2)^2z^4}{(x^2 + y^2)^2} + \frac{8}{15} \frac{(x^4 - 6x^2y^2 + y^4)z^6}{(x^2 + y^2)^3} + \frac{4}{35} \frac{(x^4 - 6x^2y^2 + y^4)z^8}{(x^2 + y^2)^4}. \quad (33)$$

На рис. 1 представлены нулевые эквипотенциальные поверхности аналитических структур (20), (23), (26), (29) и (33). Особенностью всех этих структур является наличие седловых точек, разделяющих пространство на отдельные области. Эквипотенциальные поверхности структур, для аналитического представления которых используются однородные полиномы  $P_k(x, y)$  более высо-

ких порядков (сравним, например, рис. 1,  $a$  и  $d$ ), становятся более сложными, сочетая в себе как конические, так и гиперболические поверхности различных сечений.

Таких вещественных структур можно построить достаточно много, и с каждой можно ассоциировать какую-нибудь специальную спектрографическую среду, но судить заранее, насколько она перспективна при создании реальных спектрографов, мы не можем. Ценность этого алгоритма в его аналитической простоте и прозрачности. Он является прямым обобщением нашего метода синтеза осесимметричных структур с логарифмической особенностью [8].

Рассмотрим несколько примеров с комплексными величинами  $g(x, y)$ .

**Пример 9.**  $g = (x + iy) \ln(x + iy)$ .

Здесь мы имеем уже знакомый вариант планарных гармонических полей и  $\Delta g = 0$ , так что

$$\Omega = (x + iy) \ln(x + iy) = \varphi_1 + i\varphi_2,$$

$$1. \varphi_1 = x \ln \sqrt{x^2 + y^2} - y \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, \quad (34)$$

$$2. \varphi_2 = y \ln \sqrt{x^2 + y^2} + x \operatorname{arctg} \frac{y}{x}.$$

Получили двумерную спектрографическую среду с логарифмической особенностью.

**Пример 10.**  $g = (x - iy) \ln(x + iy)$ .

$$\Delta g = 2\nabla(x - iy) \cdot \nabla \ln(x + iy) = \frac{4}{x + iy}; \quad (35)$$

$$\Delta^2 g = 0;$$

$$\Omega = (x - iy) \ln(x + iy) - \frac{2z^2}{x + iy} = \varphi_1 + i\varphi_2,$$

$$1. \varphi_1 = x \ln \sqrt{x^2 + y^2} + \quad (36)$$

$$+ y \cdot \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - \frac{2z^2x}{x^2 + y^2},$$

$$2. \varphi_2 = -y \ln \sqrt{x^2 + y^2} + x \cdot \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \frac{2z^2y}{x^2 + y^2}.$$

Замена  $(x + iy) \rightarrow (x - iy)$  перед  $\ln(x + iy)$  сразу же сделала потенциал трехмерным.

Эквипотенциальные поверхности структур (34.2) и (36.1) приведены на рис. 2.

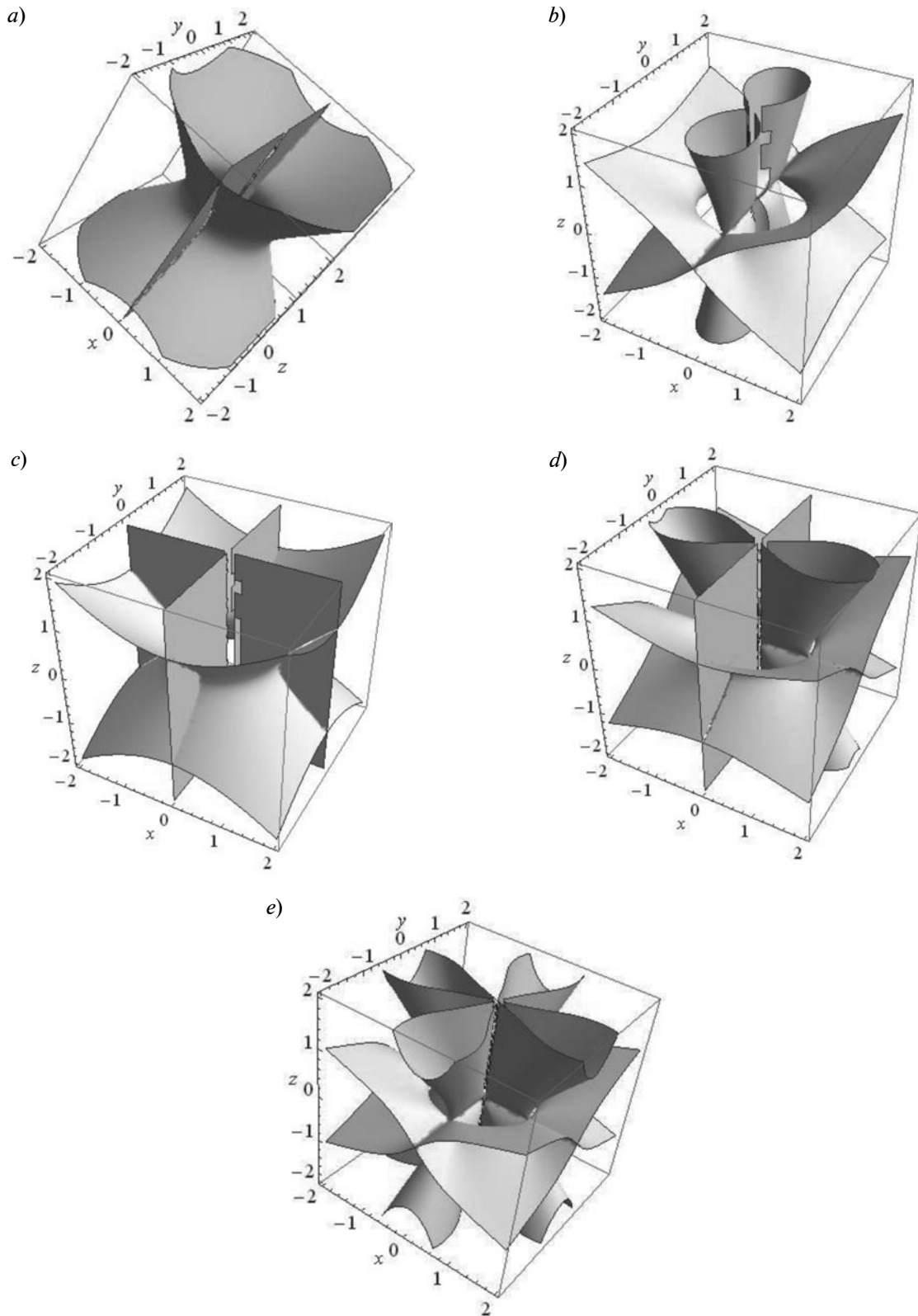


Рис. 1. 3D-представление поверхностей равного потенциала ( $\varphi = 0$ ) полей, задаваемых аналитически формулами (20) (a), (23) (b), (26) (c), (29) (d), (33) (e)

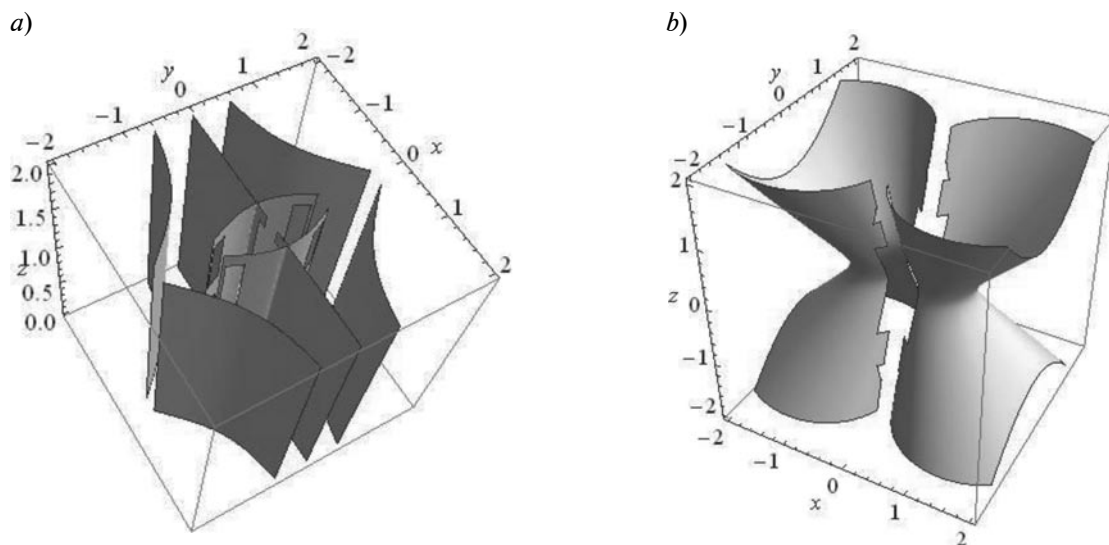


Рис. 2. Эквипотенциальные поверхности полевых структур ( $\varphi = 0$ ), задаваемые аналитически формулами (34.2) (a), (36.1) (b)

### Заключение

В статье представлен один из методов синтеза потенциальных структур, который может послужить основой для создания электрических спектрографов. Класс спектрографических сред с логарифмической особенностью является весьма перспективным, поскольку дает большое разнообразие, по сравнению с обычными трехмерными гармоническими полиномами; при этом

сохраняется необходимый признак спектрографической среды – пространственное разделение потока заряженных частиц на моноэнергетические пучки, сфокусированные по углу. Придавая электродам форму эквипотенциальных поверхностей и тем самым обеспечивая нужное распределение поля в пространстве, можно подобрать удобный и эффективный режим работы прибора, управляющего потоком заряженных частиц.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Read F.H., Cubric D., Kumashiro S., Walker A. The parallel cylindrical mirror analyzer: axis-to-axis configuration // Nuclear Instr. and Meth. A. 2004. Vol. 519. No. 1-2. Pp. 338–344.

[2] Khursheed A. Design of a parallel magnetic box energy analyzer attachment for electron microscopes // J. of Electron Spectr. and Rel. Phenomena. 2011. Vol. 184. Pp. 57–61.

[3] Cubric D., De Fanis A., Konishi I., Kumashiro S. Parallel acquisition electrostatic electron energy analyzers for high throughput nano-analysis // Nuclear Instr. and Meth. A. 2011. Vol. 645. Pp. 227–233.

[4] Khursheed A., Hoang H.Q., Srinivasan A. Wide-range parallel radial mirror analyzer for scanning electron/ion microscopes // J. of Electron Spectr. and Rel. Phenomena. 2012. Vol. 184. No. 11–12. Pp. 525–532.

[5] Cizmar P., Müllerová I., Jacka M., Pratt A.

New multichannel electron energy analyzer with cylindrically symmetrical electrostatic field // Rev. Sci. Instrum. 2007. No. 78. P. 053714.

[6] Баранова Л.А. Электронный спектрограф на основе гиперболического электростатического поля // ЖТФ. 2012. Т. 82. № 2. С. 85–89.

[7] Голиков Ю.К., Краснова Н.К. Теория синтеза электростатических энергоанализаторов: монография. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. 409 с.

[8] Краснова Н.К. Теория и синтез диспергирующих и фокусирующих электронно-оптических сред: дисс. ...д-ра физ.-мат. наук: 01.04.04. СПб, 2014. 259 с.

[9] Голиков Ю.К., Краснова Н.К. Обобщенный принцип подобия и его применение в электронной спектрографии // Прикладная физика. 2007. № 2. С. 5–11.

[10] Голиков Ю.К., Краснова Н.К. Элек-

трические поля, однородные по Л. Эйлеру, для электронной спектрографии // ЖТФ. 2011. Т. 81. № 2. С. 9–15.

[11] **Краснова Н.К.** Идеальная фокусировка

в теории электростатических спектрографов // ЖТФ. 2012. Т. 82. № 8. С. 105–109.

[12] **Кельман В.М., Явор С.Я.** Электронная оптика. Л.: Наука, 1968. 487 с.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**КРАСНОВА Надежда Константиновна** — доктор физико-математических наук, доцент кафедры физической электроники Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

n.k.krasnova@mail.ru

#### *Krasnova N.K.* GENESIS OF POTENTIAL STRUCTURES FOR ELECTRON SPECTROGRAPHY.

The article focuses on studies of spectrographic structures being useful for energy analysis of charged particles. These structures are electrostatic fields which possess a main feature of spatial separation of a secondary charged particles flow being analyzed, into some monoenergetic beams. The availability of similar charged particle trajectories in electrostatic fields is a necessary condition for realization of spectrographic mode. Such flow separation is typical not only for electrostatic fields with potentials being homogeneous functions in Euler sense, but also for other structures. A class of general homogeneous functions with logarithmical singularity has been considered. In these fields a similarity concept is obeyed approximately. A general analytical expression for the potential structures is given, and an evaluation criterion for breaking similar tracks is formulated. A technique for creating potential structures is presented; it allows building effective electrostatic spectrographs. The surfaces of equal potentials of some concrete realizations are presented. An outlook for the spectrographs use is discussed.

ELECTRON ENERGY ANALYZER, ELECTROSTATIC SPECTROGRAPH, SIMILARITY CONCEPT, HOMOGENEOUS FUNCTION IN EULER SENSE, GENERAL HOMOGENEOUS STRUCTURE, ELECTRON SPECTROSCOPY, LOGARITHMICAL SINGULARITY.

#### REFERENCES

[1] **F.H. Read, D. Cubric, S. Kumashiro, A. Walker**, The parallel cylindrical mirror analyzer: axis-to-axis configuration, Nuclear Instr. and Meth. A. 519 (1-2) (2004) 338–344.

[2] **A. Khurshed**, Design of a parallel magnetic box energy analyzer attachment for electron microscopes, J. of Electron Spectr. and Rel. Phenomena. 184 (2011) 57–61.

[3] **D. Cubric, A. De Fanis, I. Konishi, S. Kumashiro**, Parallel acquisition electrostatic electron energy analyzers for high throughput nano-analysis, Nuclear Instr. and Meth. A. 645 (2011) 227–233.

[4] **A. Khurshed, H.Q. Hoang, A. Srinivasan**, Wide-range parallel radial mirror analyzer for scanning electron/ion microscopes, J. of Electron Spectr. and Rel. Phenomena. 184 (11–12) (2012) 525–532.

[5] **P. Cizmar, M. Мyllerovb, I. Jacka, A. Pratt**, New multichannel electron energy analyzer with cylindrically symmetrical electrostatic field, Rev. Sci. Instrum. 78 (2007) 053714.

[6] **L.A. Varanova**, Electron spectrograph with a

hyperbolic electrostatic field, Technical Physics. 82 (2) (2012) 85–89.

[7] **Yu.K. Golikov, N.K. Krasnova**, Teoriya sinteza elektrostatičeskikh energoanalizatorov [Theory of Synthesis of Electrostatic Energy Analyzers]. Polytechnical University Publishing House, St. Petersburg, 2010.

[8] **N.K. Krasnova**, Teoriya i sintez dispergiruyushchikh i fokusiruyushchikh elektronno-optičeskikh sred: diss. ...d-ra fiz.-mat. nauk: 01. 04. 04. [Theory and synthesis of dispersive and focusing optoelectronic media. Cand. phys. and math. sci. diss.], St. Petersburg, 2014.

[9] **Yu.K. Golikov, N.K. Krasnova**, Obobshchyonnyj printsip podobiya i ego primenenie v elektronnoj spektrografii [Generalized principle of similarity in electron spectrography], Prikladnaya fizika. 2 (2007) 5–11.

[10] **Yu.K. Golikov, N.K. Krasnova**, Elektricheskie polya, odnorodnye po L. Ejleru, dlya elektronnoj spektrografii [Application of electric fields uniform in the Euler sense in electron spectrography],





Technical Physics. 81 (2) (2011) 9–15.

[11] **N.K. Krasnova**, Ideal'naya fokusirovka v teorii elektrosticheskikh spektrografov [Ideal Focusing in the Theory of Electrostatic

Spectrographs], Technical Physics. 82 (8) (2012) 105–109.

[12] **V.M. Kel'man, S.Ya. Yavor**, Elektronnaya optika [Electron Optics]. Nauka, Leningrad, 1968.

#### THE AUTHOR

**KRASNOVA Nadezhda K.**

*St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politekhnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

n.k.krasnova@mail.ru