

УДК 539.1.01

А.В. Пашковский¹, В.И. Пашковский²

¹Северо-Кавказский федеральный университет, Россия

²Компьютерная лаборатория сверхсложных прикладных задач (BNAMapI), Израиль

ФАНОВЫЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НУКЛОНОВ И ЭЛЕКТРОНОВ

В статье строятся модели, описывающие потенциал распределенных электрических зарядов с помощью вырождающихся уравнений с частными производными. Доказано, что потенциал облака электрона в атоме водорода в основном состоянии и сам атом водорода могут быть описаны такими уравнениями. Представленное описание освобождает от необходимости использовать понятие точечного заряда; ответственность за свойства среды возлагается на коэффициенты уравнений (обращаются в бесконечность), а также на выбор решения из определенного класса функций.

ФАН, ФАНОВАЯ МОДЕЛЬ, НУКЛОН, ЭЛЕКТРОН, АТОМ ВОДОРОДА, ТОЧЕЧНЫЙ ЗАРЯД, РАСПРЕДЕЛЕННЫЙ ЗАРЯД, ПОТЕНЦИАЛ, ВЫРОЖДАЮЩЕЕСЯ УРАВНЕНИЕ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ, КОЛЛОИДНЫЙ РАСТВОР, СУПРАХИМИЯ.

Введение

Современные задачи нанотехнологии, биомедицины, прогнозирования свойств новых материалов требуют расчета локальных электромагнитных полей в особых неоднородных средах, содержащих, в частности, наночастицы, квантовые точки, кластеры молекул. Во многих случаях применение квантовой механики для расчета локальных полей в таких средах оказывается невозможным ввиду огромного объема вычислений. В связи с этим задача построения новых физико-математических моделей подобных сред и физических явлений в таких объектах весьма актуальна.

Необходимо отметить, что в настоящей статье не рассматриваются какие-либо новации квантовой механики. Предметом исследования является лишь электростатическое поле с точки зрения разрабатываемой фановой теории.

В работе [1] нами был рассмотрен пример использования вырождающихся уравнений с частными производными для опи-

сания электрического поля протона. При этом было показано, что одно и то же явление можно адекватно описать различными моделями. В частности, потенциал поля внутри протона можно сопоставить с потенциалом поля некоторого «фана» (название произведено от слова «фантом» (phantom)); подробности описаны в работе [1]).

Естественно, для развития теории фанов было бы желательно найти и другие примеры частиц и их совокупностей, электростатические поля которых описываются с помощью фановой теории. Однако чтобы быть ближе к известным распределениям электростатических полей реальных частиц, нами были рассмотрены распределения электростатических полей как облака электрона атома водорода, так и самого атома водорода, находящегося в основном состоянии. Это позволило проиллюстрировать использование теории фанов для описания электростатических полей рассмотренных частиц, включающих и одноименные, и противоположные по знаку заряды.

Понятие «фана» было введено в работе [2], а затем использовано в работах [3 – 5] как объекта, потенциал u которого удовлетворяет уравнению

$$\operatorname{div}(\varepsilon \operatorname{grad} u) = q_1 q_2 (1 - \beta) \delta(0) \quad (1)$$

при условии, что в окрестности нуля функция u и коэффициент ε ведут себя следующим образом:

$$\varepsilon|_{r \rightarrow 0} \sim q_1 r^{-\beta}; \quad (2)$$

$$u|_{r \rightarrow 0} \sim \frac{q_2}{4\pi} r^{\beta-1} + c, \quad (3)$$

где q_1, q_2, β, c – постоянные; δ – дельта-функция; константа $\beta = \beta_p = 3$ для протона.

Такое определение рассматривало единственный фан, у которого фановая проницаемость ε имела особенность только в одной точке. Затем это определение было расширено на систему точечных зарядов на основе использования уравнения

$$\operatorname{div} \left(\left(\sum_i \frac{\pm 1}{r_i^{\beta_i}} + \varepsilon_1 \right) \operatorname{grad} u \right) = \mp 4\pi \sum_i (\beta_i - 1) \delta(r_i), \quad (4)$$

где r_i обращаются в нуль в точках расположения заряда; ε_1 – некоторая гладкая функция; поведение потенциала фана u в каждой точке r_i согласовывается с особенностями ε , в соответствии с формулами (2) и (3).

Цель данной статьи – показать, что при распределении зарядов на поверхностях фановая проницаемость может иметь особенности и на этих поверхностях.

Основные определения

Под «фаном» будем понимать объект, который описывает электрические или гравитационные поля. Его свойства должны определяться уравнениями типа Максвелла или Шредингера с коэффициентами, принимающими произвольные значения, в том числе нулевые или обращающиеся в бесконечность в некоторых точках или поверхностях в пространстве.

Вполне вероятно, что в процессе развития фановой теории и ее применения в различных областях это определение будет претерпевать видоизменения.

Коэффициент ε , используемый в задачах, решения которых описывают электрические поля, будем называть «электрической фановой проницаемостью». Поскольку вырождающиеся уравнения могут аналогично описывать и гравитационные поля, позволяя плотности пространства иметь особенности, коэффициент ε в соответствующих задачах мы будем рассматривать как «гравитационную фановую проницаемость».

Разумеется, не следует формально воспринимать вышеприведенные понятия как изменение классических представлений о диэлектрической и магнитной проницаемости, о плотности материи или воспринимать их как новые требования к прежним фундаментальным основам теории электромагнитного поля. «Фановые проницаемости» ε – это коэффициенты в уравнениях типа (1), позволяющие строить новые модели сред и объектов, которым во многих задачах можно придать определенный физический смысл.

Например, в центрально-симметричных случаях, в области, где отсутствуют особенности коэффициента ε , уравнение (1) становится однородным и имеет вид

$$\frac{1}{r^2} (\varepsilon r^2 u_r)_r = 0. \quad (5)$$

Отсюда следует, что

$$\varepsilon = \frac{c}{r^2 u_r}, \quad (6)$$

где c – постоянная.

Преимущества и недостатки фановых моделей

Формула (6) позволяет определять ε экспериментально, для чего необходимо измерять силу, действующую на пробный заряд, так как сила связана с градиентом потенциала, который в этом случае выражается через u_r .

Использование в фановых моделях вырождающихся уравнений типа (5) позволяет отказаться в некоторых задачах от решения уравнения Пуассона. Для этого необходимо допустить, что коэффициенты вырожденных уравнений, представляющие такие параметры среды, как электрическая и/или

магнитная фановая проницаемость, а также фановая плотность материи могут обращаться в нуль или бесконечность.

Однако в фановых моделях отсутствует свойство суперпозиции. Это означает, что если два заряда созданы с помощью фановых проницаемостей ε_1 и ε_2 , то при этом вовсе не подразумевается, что сумма их потенциалов будет обеспечиваться сложением величин ε_1 и ε_2 .

Действительно, пусть потенциал u_1 в стационарном центрально-симметричном случае удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{r^2} (\varepsilon_1 r^2 u_{1r})_r = 0, \quad (7)$$

где ε_1 имеет особенность в точке $r = 0$.

Пусть аналогично потенциал u_2 удовлетворяет уравнению

$$\frac{1}{r^2} (\varepsilon_2 r^2 u_{2r})_r = 0, \quad (8)$$

где ε_2 также имеет особенность в точке $r = 0$.

Найдем фановую проницаемость ε_3 , при которой создается суммарный потенциал u_3 , равный

$$u_3 = u_1 + u_2.$$

Для этого необходимо, чтобы выполнялось равенство

$$\frac{1}{r^2} (\varepsilon_3 r^2 u_{3r})_r = \delta(0), \quad (9)$$

или

$$\frac{1}{r^2} (\varepsilon_3 r^2 (u_{1r} + u_{2r}))_r = \delta(0).$$

Из уравнений (7) и (8) следует, что

$$u_{1r} = \frac{c_1}{\varepsilon_1 r^2}; \quad u_{2r} = \frac{c_2}{\varepsilon_2 r^2}.$$

В силу равенства (9) получим следующее соотношение:

$$\frac{1}{r^2} \left(\varepsilon_3 \left(\frac{c_1}{\varepsilon_1} + \frac{c_2}{\varepsilon_2} \right) \right)_r = \delta(0).$$

Тогда выражение для величины ε_3 принимает такой окончательный вид:

$$\varepsilon_3 = \int r^2 \delta(0) dr \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{c_1 \varepsilon_2 + c_2 \varepsilon_1}.$$

Здесь интересно отметить, что величина

ε_3 вне точки $r = 0$ может быть представлена в виде

$$\varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{c_1 \varepsilon_2 + c_2 \varepsilon_1}.$$

Полученное выражение, несомненно, напоминает формулу

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{y_1 \varepsilon_1 + y_2 \varepsilon_2},$$

которую обычно используют для вычисления эффективной диэлектрической проницаемости последовательно соединенных диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями ε_1 , ε_2 и долями объемного содержания (объемные концентрации) первого и второго компонента y_1 , y_2 в плоском конденсаторе.

Следует отметить, что все аналитические результаты в этой работе получены для центрально-симметричного случая. При расчетах электростатических полей в расчетных областях более сложной формы необходимо применять численные методы. Так, в работе [1] был приведен пример, показывающий, что задача численного расчета полей в наносредах неустойчива и что для подобных сред необходимо применять только блочные численно-аналитические методы (BNAM) [5]. Указанные методы основаны на значительном использовании аналитических приемов, обладают повышенной точностью и позволяют численно решать краевые задачи в средах, где потенциал резко меняется как по величине, так и по форме.

Следует отметить, что фаны обладают значительной гибкостью за счет возможности выбора различных порядков обращения в бесконечность коэффициентов как в точках, так и на поверхностях, а также возможностью почти произвольного выбора значений функции ε в местах, где нет особенностей. Это позволяет моделировать такие сложные среды, как биологические, как растворы, как материалы с наночастицами. Особую пользу эти модели могут принести в супраимии, где известно пространственное расположение зарядов и необходимо найти их силовое взаимодействие с учетом перекрытия электронных оболочек.

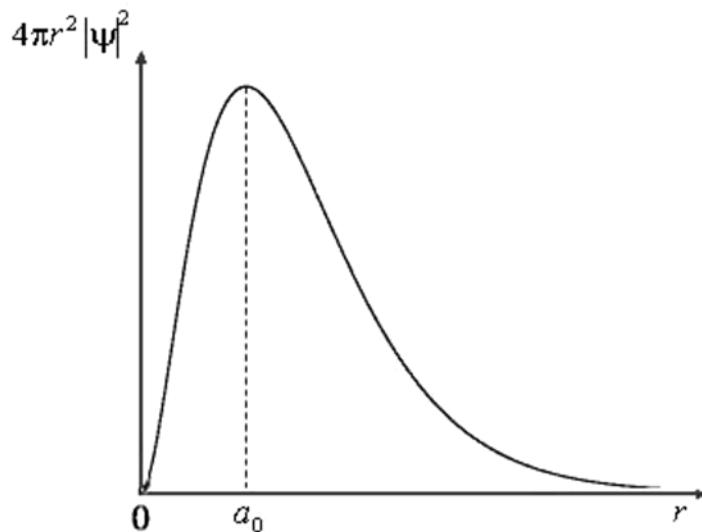


Рис. 1. График функции плотности электронного облака в атоме водорода; a_0 – радиус первой боровской орбиты

Фановая модель облака электронов

Для построения фана, соответствующего облаку электрона в атоме водорода в основном состоянии, рассмотрим плотность распределения электронов в атоме водорода, которая представляется функцией $D = 4\pi r^2 |\Psi|^2$ (рис. 1), а также потенциал u в облаке, который удовлетворяет уравнению

$$\Delta u = -\frac{4\pi \cdot q_e}{\epsilon_0} r^2 e^{-r/b}, \quad (10)$$

где q_e – заряд электрона.

Найдем значение ϵ_e , при котором потенциал u удовлетворяет уравнению

$$\text{div}(\epsilon_e \text{grad } u) = q_1 q_2 (1 - \beta) \delta(0).$$

В силу центральной симметрии уравнение (10) можно записать в виде

$$\frac{1}{r^2} (r^2 u_r)_r = -\frac{4\pi \cdot q_e}{\epsilon_0} r^2 e^{-r/b},$$

откуда следует, что

$$u = -\frac{4\pi b^2 q_e}{\epsilon_0 r} (r^3 + 6br^2 + 18b^2 r + 24b^3) e^{-r/b} + \frac{c_1}{r} + c_2,$$

где c_1, c_2 – постоянные.

Выберем значения c_1 и c_2 такими, чтобы потенциал в начале координат был конеч-

ным. Для этого воспользуемся разложением

$$e^{-r/b} = 1 - \frac{r}{b} + \frac{r^2}{2b^2} - \frac{r^3}{6b^3} + \dots$$

Тогда для потенциала u получим следующее представление:

$$u = \frac{\pi q_e}{\epsilon_0} (-96 \cdot b^5 \frac{1}{r} + 24b^4 + 4br^3 + 2r^4 + \dots) + \frac{c_1}{r} + c_2.$$

Если положить, что постоянные c_1 и c_2 следуют выражениям

$$c_1 = \frac{96\pi b^5 q_e}{\epsilon_0};$$

$$c_2 = -\frac{24\pi b^4 q_e}{\epsilon_0} + c_3,$$

где c_3 – произвольная константа, то получим для потенциала u представление (11) и его значение в начале координат (12):

$$u = -\frac{4\pi b^2 q_e}{\epsilon_0 r} (r^3 + 6br^2 + 18b^2 r + 24b^3) e^{-r/b} + \frac{96\pi a_1 b^5 q_e}{\epsilon_0} \frac{1}{r} - \frac{24\pi a_1 b^4 q_e}{\epsilon_0} + c_3, \quad (11)$$

$$u = \frac{\pi q_e}{\epsilon_0} (4br^3 + 2r^4 + \dots) + c_3. \quad (12)$$

Отметим, что в силу выражения (12) по-

тенциал u_r в начале координат имеет нуль второго порядка. Вне начала координат уравнение (1) однородно и из него следует, что

$$\varepsilon_e = \frac{c_4}{r^2 u_r} \quad (13)$$

и, следовательно, ε_e будет иметь особенность четвертого порядка.

Таким образом, для потенциала u и ε_e выполнены условия (2), (3) при $\beta = 4$, а сам потенциал удовлетворяет уравнению (1). При этом ε_e определяется по формуле (13), а u_r — по следующей формуле:

$$u_r = -\frac{4\pi b q_e}{\varepsilon_0 r} e^{-r/b} \left(r^3 + 4br^2 + 12b^2 r + 24b^3 + \left(24b^4 - \frac{96\pi a_1 b^5}{\varepsilon_0} \frac{1}{r} \right) \right).$$

Можно заключить, что облако электронов в атоме водорода, в основном своем состоянии, также является фаном и для его описания может быть использована фановая математическая модель.

Фановая модель системы зарядов различных знаков в точках и на поверхностях

В моделях, использующих фаны, нет понятия точечного заряда, а наличие заряда обуславливается присутствием особенностей определенного порядка у функции ε в

вырождающемся уравнении. Способ находить величину ε при наличии особенностей в точках, мы уже показали на предыдущих примерах.

Рассмотрим теперь методику нахождения величины ε для случая, когда ее особенности находятся как в точке, так и на поверхности. Для этого рассмотрим потенциал, удовлетворяющий уравнению

$$\Delta u = -\frac{4\pi q_e}{\varepsilon_0} r^2 (r_1 - r) e^{-r/b}. \quad (14)$$

В правой части этого уравнения стоит функция, изменяющая знак при переходе через значение $r = r_1$, то есть заряд имеет положительное значение при $r < r_1$ и отрицательное при $r > r_1$. Такое распределение имеет место, например в нейтроне (рис. 2) или в атоме водорода.

Найдем ε_n такое, чтобы оно имело особенности различного знака в начале координат и на сфере при $r = r_1$. При этом особенности у ε_n должны быть такого типа, чтобы оператор

$$\operatorname{div}(\varepsilon_n \operatorname{grad} \bullet),$$

вычисленный от потенциала u , выбрасывал δ -функции, сосредоточенные в начале координат и на сфере $r = r_1$.

В силу центральной симметрии можно записать:

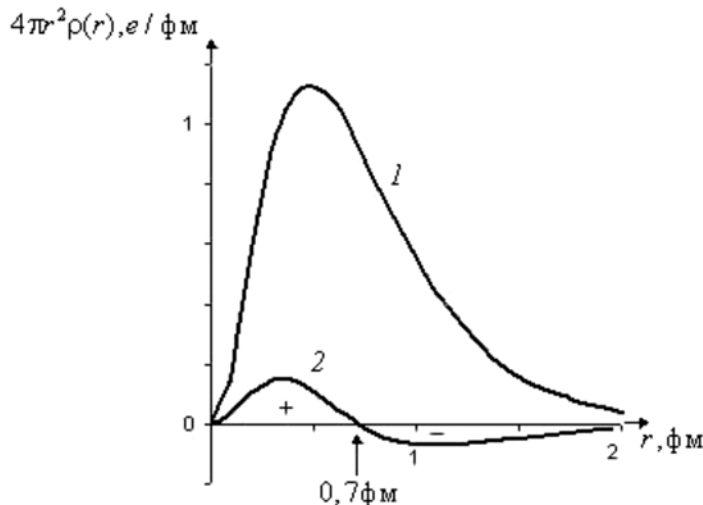


Рис. 2. Радиальные распределения плотности зарядов в протоне (1) и нейтроне (2); $\rho(r)$ — функция плотности заряда

$$(r^2 u_r)_r = -\frac{4\pi q_e}{\varepsilon_0} r^4 (r_1 - r) e^{-r/b},$$

откуда следует, что

$$u_r = -\frac{4\pi q_e}{\varepsilon_0} \left(r^{-2} \int r^4 (r_1 - r) e^{-r/b} dr - \frac{c_2}{r^2} \right).$$

Для исследования поведения u_r в начале координат, заменим под интегралом функцию $e^{-r/b}$ ее разложением в ряд Маклорена:

$$\int r^4 (r_1 - r) e^{-r/b} dr = -\frac{1}{6b^2} r^8 + \left(\frac{r_1}{6b^2} - \frac{1}{3b} \right) r^7 + \left(\frac{r_1}{6b} - \frac{11}{6} \right) r^6 + (-4b + r_1) r^5 + (-5b^2 + r_1 b) r^4 + 120b^6 - 24r_1 b^5 + \dots$$

Тогда справедливо выражение

$$u_r = -\frac{4\pi q_e}{\varepsilon_0} \left(-\frac{r^6}{6b^2} + \left(\frac{r_1}{6b^2} - \frac{1}{3b} \right) r^5 + \left(\frac{r_1}{6b} - \frac{11}{6} \right) r^4 + (-4b + r_1) r^3 + (-5b^2 + r_1 b) r^2 + \frac{120b^6 - 24r_1 b^5}{r^2} - \frac{c_2}{r^2} \right).$$

Если положить

$$c_2 = 120b^6 - 24r_1 b^5,$$

то имеем:

$$u_r = -\frac{4\pi q_e}{\varepsilon_0} r^2 \left(-\frac{r^4}{6b^2} + \left(\frac{r_1}{6b^2} - \frac{1}{3b} \right) r^3 + \left(\frac{r_1}{6b} - \frac{11}{6} \right) r^2 + (-4b + r_1) r + (-5b^2 + r_1 b) \right);$$

$$u = -\frac{4\pi q_e}{\varepsilon_0} \left(-\frac{r^7}{42b^2} + \left(\frac{r_1}{36b^2} - \frac{1}{18b} \right) r^6 + \left(\frac{r_1}{30b} - \frac{11}{30} \right) 4r^5 + 3 \cdot \left(-b + \frac{r_1}{4} \right) r^4 + \frac{-5b^2 + r_1 b}{3} r^3 \right) + c.$$

Таким образом, потенциал u_r имеет нуль второго порядка в начале координат, а для потенциала u будет характерно поведение вида (3) при $\beta = 4$.

Действительно, в точке начала координат имеем:

$$u \Big|_{r \rightarrow 0} \sim -\frac{4\pi(-5b^2 + r_1 b)q_e}{3\varepsilon_0} r^3 + c; \tag{15}$$

$$u_r \Big|_{r \rightarrow 0} \sim -\frac{4\pi(-5b^2 + r_1 b)q_e}{\varepsilon_0} r^2.$$

Теперь рассмотрим уравнение

$$\operatorname{div}(\varepsilon_n \operatorname{grad} u) = 0 \tag{16}$$

вне начала координат и вне точки $r = r_1$. Найдем также функцию ε_n , при которой функция u удовлетворяет уравнению (16).

В силу центральной симметрии из уравнения (16) следует, что

$$\varepsilon_n = \frac{c_4}{r^2 u_r}$$

и, следовательно, в силу выражения (15) функция ε_n будет иметь особенность четвертого порядка в начале координат. Действительно,

$$\varepsilon_n \Big|_{r \rightarrow 0} = -\frac{c_4 \varepsilon_0}{4\pi(-5b^2 + r_1 b)} \cdot \frac{1}{r^4}.$$

Таким образом, величины ε и u будут удовлетворять условиям (2), (3) при $\beta = 4$, и, следовательно, будут давать вклад в правую часть уравнения, равный

$$4\pi \cdot c_4 \delta(0).$$

Рассмотрим теперь вклад в правую часть уравнения, определяемый поведением функции u при $r = r_1$. Поскольку уравнение (16) однородно, выберем ε_n следующим образом:

$$\varepsilon_n = \begin{cases} \frac{c_4}{r^2 u_r}, & r < r_1, \\ -\frac{c_4}{r^2 u_r}, & r > r_1. \end{cases} \tag{17}$$

Это естественно, так как ε_n отражает свойства пространства, обеспечивающие величину заряда, а условия склейки определяются на основе физической постановки задачи.

Воспользуемся определением оператора Лапласа в терминах пространств Соболева и обобщенных функций. Тогда, если ϕ — финитная функция на промежутке $[0, \infty]$, то имеем:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int \nabla(\varepsilon_n \nabla \phi) u dv = 4\pi \int_0^{r_1 - \varepsilon_2} (r^2 \varepsilon_n \phi \cdot r)_r u dr + \\
 &+ 4\pi \int_{r_1 + \varepsilon_2}^{\infty} (r^2 \varepsilon_n \phi \cdot r)_r u dr = 4\pi \int_0^{r_1 - \varepsilon_2} (r^2 \varepsilon_n \phi_r u)_r dr - \\
 &- 4\pi \int_0^{r_1 - \varepsilon_2} (r^2 \varepsilon_n u_r \phi)_r dr + 4\pi \int_0^{r_1 - \varepsilon_2} (r^2 \varepsilon_n u_r)_r dr + \\
 &+ 4\pi \int_{r_1 + \varepsilon_2}^{\infty} (r^2 \varepsilon_n \phi_r u)_r dr - 4\pi \int_{r_1 + \varepsilon_2}^{\infty} (r^2 \varepsilon_n u_r \phi)_r dr + \\
 &+ 4\pi \int_{r_1 + \varepsilon_2}^{\infty} (r^2 \varepsilon_n u_r)_r dr.
 \end{aligned}$$

Ввиду того, что функция u удовлетворяет уравнению (16), третий и шестой интегралы представления I_1 будут равны нулю. В этом случае

$$\begin{aligned}
 I_1 &= 4\pi \int_0^{r_1 - \varepsilon_2} (r^2 \varepsilon_n \phi_r u)_r dr - 4\pi \int_0^{r_1 - \varepsilon_2} (r^2 \varepsilon_n u_r \phi)_r dr + \\
 &+ 4\pi \int_{r_1 + \varepsilon_2}^{\infty} (r^2 \varepsilon_n \phi_r u)_r dr - 4\pi \int_{r_1 + \varepsilon_2}^{\infty} (r^2 \varepsilon_n u_r \phi)_r dr.
 \end{aligned}$$

В силу финитности функции ϕ выражение принимает вид

$$I_1 = 4\pi(r^2 \varepsilon_n \phi_r u - r^2 \varepsilon_n u_r \phi) \Big|_{r_1 + \varepsilon_2}^{r_1 - \varepsilon_2}.$$

С учетом (17) можем записать I_1 как

$$\begin{aligned}
 I_1 &= 4\pi(c_4 \phi_r \frac{u}{u_r} - c_4 \phi) \Big|_{r=r_1 - \varepsilon_2} + \\
 &+ 4\pi(c_4 \phi_r \frac{u}{u_r} - c_4 \phi) \Big|_{r=r_1 + \varepsilon_2}.
 \end{aligned}$$

Налагаем условие, согласно которому

$$u \Big|_{r=r_1} = 0.$$

Поскольку нуль в точке r_1 у функции u будет более высокого порядка, чем у функции u_r , справедливо равенство

$$\frac{u}{u_r} \Big|_{r=r_1} = 0.$$

Следовательно, переходя к пределу при $\varepsilon_2 \rightarrow 0$, получим:

$$I_1 = -8\pi \cdot c_4 \phi(r_1).$$

Таким образом, интеграл I_1 выбросил значение ϕ в точке r_1 , а это значит, что оператор будет выражаться как

$$\nabla(\varepsilon_n \nabla u) \Big|_{r=r_1} = 8\pi \cdot c_4 \delta(r_1).$$

Учитывая приведенные выше выкладки, получим следующее равенство:

$$\text{div}(\varepsilon_n \text{grad} u) = 4\pi c_4^+ \delta(0) - 8\pi c_4^- \delta(r_1).$$

Заключение

Сравнение результатов, полученных в данной статье, с представленными ранее и основанными на формуле (4), показывает, что в итоге проведенного исследования появляются новые возможности использования фановой модели. Так, можно дополнительно строить фановые модели облаков зарядов, расположенных в различных областях сред и объектов:

в сферическом слое;

в шаре с одним знаком заряда и с окружающим его сферическим слоем зарядов противоположного знака.

Во втором случае необходимо задавать особенности функции ε как в центре шара, так и на его поверхности.

Кроме того, важно отметить, что «электрическая фановая проницаемость» ε может быть функцией, зависящей от времени. В предлагаемой статье зависимость ε от времени не рассматривалась, однако авторами уже получена фановая модель квантовой точки, излучающей на частоте, зависящей от размеров квантовой точки и от материала, в котором она создана. Результаты расчетов совпадают с известными экспериментальными данными. Все это подтверждает необходимость дальнейшего расширения понятия фана.

Следует повториться, что при более сложных расчетных областях необходимо применять блочные численно-аналитические методы (BNAM), использующие в значительной степени аналитические выкладки и позволяющие численно-аналитически решать краевые задачи в наносредах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пашковский А.В., Пашковский В.И. Блочные численно-аналитические методы и новые математические модели в расчете силовых взаимодействий наночастиц // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2012. № 4 (158). С. 39–44.
2. Пашковский В.И. Фаны в атомном и наном мире, численно-аналитический метод СЭМ в расчетах полевых задач нанотехнологий // Творческие поиски ученых Израиля сегодня. Ежегодник. Ашкелон: Международный центр научных исследований и практики творчества, 2009. № 13. С. 92–95.
3. Pashkovsky V. Method of standard elements (SEM) in nanomaterials designing, measurements and nanobiological models. *ECASIA'09 book of abstracts. 13-th European Conference on Applications of Surface and Interface Analysis*. 18.10. 2009. Antalya, Turkey, pp. 55-56.
4. Пашковский В.И. Создание антител методами нанотехнологии // Творческие поиски ученых Израиля сегодня. Ежегодник. Ашкелон: Международный центр научных исследований и практики творчества, 2010. № 14. С. 91–93.
5. Пашковский В.И. ВНАМ-блочные численно-аналитические методы [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://sites.google.com/site/bnamapl/home> (дата обращения: 15.06.13).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ПАШКОВСКИЙ Александр Владимирович – кандидат технических наук, доцент кафедры информационных систем, электропривода и автоматики Невинномысского технологического института (филиал ФГБОУ ВПО Северо-Кавказского федерального университета), Россия. 357108, Россия, Ставропольский край, г. Невинномысск, ул. Гагарина, 1
alecsandr_607@rambler.ru

ПАШКОВСКИЙ Владимир Изефович – кандидат физико-математических наук, президент компьютерной лаборатории сверхсложных прикладных задач (ВНАМАpl), г. Ашдод, Израиль. 77336, Израиль, г. Ашдод, ул. Эвен Гвируль, 7
pp-vladimir@013.net.il

Pashkovsky A.V., Pashkovsky V.I. PHAN MODELS OF ELECTRIC FIELD OF NUCLEONS AND ELECTRONS.

In this article, we construct a model which describes the potential of electric charges distribution using degenerate partial differential equations. It has been proved that the potential of the electron cloud in the hydrogen atom being in the ground state and a hydrogen atom itself can be described by such equations. This description obviates the need to use the notion of a point charge. The medium properties are modeled by the equation coefficients, which can turn into infinity, solutions being sought in a certain class of functions. We name the constructed models “phan models”. We put forward a construction technique of phan models for different media containing divided charges, such as colloids and biological media. The models may be used in suprachemistry to calculate force interactions between the particles. Phan models are close to the Maxwell ones. Their applications are promising for cases when the quantum-mechanical calculations are too complex and conventional electromechanical models are not able to reflect accurately the medium properties. The examples given show the possibilities for the further development of phan theory.

PHAN, PHAN MODEL, NUCLEON, ELECTRON, HYDROGEN ATOM, POINT CHARGE, POTENTIAL, DEGENERATE PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION, COLLOIDAL SOLUTION, SUPRACHEMISTRY.

REFERENCES

1. Pashkovsky A.V., Pashkovsky V.I. Blochnye chislenno-analiticheskie metody i novye matematicheskie modeli v raschete silovykh vzaimodeystvij nanochastits. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics*, 2012, No. 4 (158), pp. 39-44. (rus)
2. Pashkovsky V.I. Fany v atomnom i nanomire, chislenno-analiticheskij metod SEM v raschetakh polevykh zadach nanotekhnologij. *Tvorcheskie poiski uchenykh Izrailya segodnya*, Ezhegodnik. Ashkelon, Mezhdunarodnyj tsentr nauchnykh issledovaniy i praktiki tvorchestva, 2009, № 13, pp. 92-95. (rus)
3. Pashkovsky V. Method of standard elements (SEM) in nanomaterials designing, measurements and nanobiological models. *ECASIA'09 book of*

abstracts. 13-th European Conference on Applications of Surface and Interface Analysis. 18.10.2009. Antalya-Turkey, 2009, pp.55- 56.

4. **Pashkovsky V.I.** Sozdanie antitel metodami nanotekhnologii. *Tvorcheskie poiski uchenykh Izrailya segodnya*. Ezhegodnik, Ashkelon, Mezhdunarodnyj

tsentr nauchnykh issledovanij i praktiki tvorchestva, 2010. No. 14, pp. 91-93. (rus)

5. **Pashkovsky V.I.** BNAM-blochnye chislenno-analiticheskie metody. Available at: <http://sites.google.com/site/bnamapl/home> (dataobrashcheniya: 15.06.13). (rus)

THE AUTHORS

PASHKOVSKY Alexander V.

Nevinnomyssk Institute of Technology (branch of North-Caucasus Federal University)

1 Gagarina St., Nevinnomyssk, 357108, Russia

alecsandr_607@rambler.ru

PASHKOVSKY Vladimir I.

Computing laboratory of super-difficult applied problems

7 Even Gvirol St., Ashdod, 77336, Israel

pp-vladimir@013.net.il