

УДК 621.373.826

О.Л. Головков, Г.А. Купцова, В.А. Степанов

Рязанский государственный университет

УЧЕТ СКОРОСТИ РЕЛАКСАЦИОННЫХ ПЕРЕХОДОВ МЕЖДУ ПОДУРОВНЯМИ МУЛЬТИПЛЕТА В СПЕКТРЕ ГЕНЕРАЦИИ YAG:Nd-ЛАЗЕРА

В работе приведено два варианта записи системы уравнений Танга – Статца – Демарса. Рассчитаны спектры многомодовой генерации YAG:Nd³⁺-лазера для случая постоянного распределения Больцмана по подуровням мультиплета ${}^4F_{3/2}$ и для случая определенной скорости кросс-релаксационных переходов между указанными подуровнями. Полученные результаты сопоставлены с экспериментальными данными.

YAG:Nd-ЛАЗЕР, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БОЛЬЦМАНА, СПЕКТР ГЕНЕРАЦИИ, СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ТАНГА – СТАТЦА–ДЕМАРСА, ПОДУРОВНИ МУЛЬТИПЛЕТА.

Введение

С целью исследования спектра генерации YAG:Nd³⁺-лазера авторы научной статьи [1] использовали систему уравнений Танга – Статца – Демарса (ТСД) и ввели параметры w_{AB} и w_{BA} – скорости релаксационных переходов между рабочими подуровнями А (11507 см⁻¹) и В (11423 см⁻¹) мультиплета ${}^4F_{3/2}$, причем для температуры 300 К приняли значения $w_{AB} = 0,3$ и $w_{BA} = 0,2$. Отношение $w_{BA}/w_{AB} = 0,66$ соответствует распределению Больцмана. Введение указанных параметров для однородной инверсии подуровней говорит о том, что при индуцированном излучении с одного подуровня через определенное время произойдет выравнивание населенностей подуровней в соответствии с распределением Больцмана. Введение же скоростей релаксационных переходов w_{AB} и w_{BA} для решеток инверсии не обосновано, так как эти решетки при генерации разных длин волн пространственно не совпадают.

В противоположность утверждению, сделанному в работе [1], в статье [2] высказано мнение о необоснованности введения скоростных параметров, так как «время жизни» мультиплета ${}^4F_{3/2}$ ($2,5 \cdot 10^{-4}$ с) намного превосходит время релаксационных переходов между его подуровнями (10^{-7} с), а распределение населенностей подуровней всегда соответствует распределению Больцмана.

Цель настоящего исследования – со-

поставить два предложенных вида системы уравнений ТСД и развить высказанное ранее мнение; показать, что распределение однородной инверсии населенности между подуровнями мультиплета ${}^4F_{3/2}$ всегда соответствует распределению Больцмана. Что же касается распределения населенности решеток инверсии населенности между подуровнями мультиплета ${}^4F_{3/2}$, то оно не подчиняется этому распределению.

Теоретическая часть

Известно, что на спектр генерации YAG:Nd³⁺-лазера (далее YAG-лазер) влияют три линии усиления: $\lambda_1 = 1064,15$ нм (сечение перехода $\sigma_1 = 7,1 \cdot 10^{-19}$ см²), $\lambda_3 = 1064,40$ нм (сечение перехода $\sigma_3 = 1,9 \times 10^{-19}$ см²) и $\lambda_2 = 1061,50$ нм (сечение перехода $\sigma_2 = 4,7 \cdot 10^{-19}$ см²). При этом генерация YAG-лазера на длине волны 1064,15 нм идет с более высокого подуровня (11507 см⁻¹), чем генерация на длинах волн 1064,40 и 1061,50 нм – с подуровня 11423 см⁻¹ [4]. Так как сечение перехода σ_1 на длине волны 1064,15 нм максимальное, то эту линию усиления называют сильным переходом.

Как уже указывалось, для описания многомодовой генерации YAG-лазера обычно используют систему уравнений ТСД [3].

Запишем систему уравнений, как в это было сделано в работе [1], исправив явные неточности и преобразовав использованные авторами переменные к общепринятым [3]:

$$\begin{aligned} \frac{dm_k}{d\tau} &= Gm_k [L_k^{(1)}(n_0 + n_k) + \\ &+ (L_k^{(2)} + L_k^{(3)})(n'_0 + n'_k) - 1 - \beta_k]; \\ \frac{dn_0}{d\tau} &= A - n_0 \left(1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m \right) - \\ &- \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m n_m - w_{AB} n_0 + w_{BA} n'_0; \\ \frac{dn_k}{d\tau} &= -n_k \left(1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m \right) - \\ &- \frac{1}{2} L_k^{(1)} m_k n_0 - w_{AB} n_k + w_{BA} n'_k; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dn'_0}{d\tau} &= A' - n'_0 \left(1 + \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)}) m_m \right) - \\ &- \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)}) m_m n'_m + w_{AB} n_0 - w_{BA} n'_0; \\ \frac{dn'_k}{d\tau} &= -n'_k \left(1 + \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)}) m_m \right) - \\ &- \frac{1}{2} (L_k^{(2)} + L_k^{(3)}) m_k n'_0 + w_{AB} n_k - w_{BA} n'_k, \end{aligned}$$

где m_k – интенсивность генерируемых аксиальных мод; n_0, n_k – пространственно-однородная инверсия и ее решетки на переходе с верхним рабочим подуровнем А (11507 см⁻¹); n'_0, n'_k – то же для верхнего рабочего подуровня В (11423 см⁻¹); M – число аксиальных мод; $G = 2k / \gamma_{\parallel}$, $\tau = t / \gamma_{\parallel}$ (γ_{\parallel} – скорость релаксации инверсии населенности); β_k – потери k -й аксиальной моды; A, A' – параметры накачки на верхние рабочие подуровни А и В; w_{AB}, w_{BA} – скорости релаксационных переходов между рабочими подуровнями А и В мультиплета ${}^4F_{3/2}$; $L_k^{(i)}$ – лоренцевы формы линий усиления i -й компоненты, нормированные к сечению сильного перехода (1064,15 нм), которые выражаются как

$$\begin{aligned} L_k^{(1)} &= [1 + ((p - k)\Delta_0)^2]^{-1}; \\ L_k^{(2)} &= \frac{\sigma_2}{\sigma_1} [1 + ((p - k)\Delta_0 + \Delta_2)^2]^{-1}; \\ L_k^{(3)} &= \frac{\sigma_3}{\sigma_1} [1 + ((p - k)\Delta_0 + \Delta_3)^2]^{-1}; \\ \Delta_2 &= \frac{\omega_0^{(2)} - \omega_0^{(1)}}{\gamma_{\perp}}; \quad \Delta_3 = \frac{\omega_0^{(3)} - \omega_0^{(1)}}{\gamma_{\perp}}, \end{aligned}$$

где $\omega_0^{(1)}, \omega_0^{(2)}, \omega_0^{(3)}$ – центры линий усиления на длинах волн $\lambda = 1064,15, 1061,50$ и $1064,4$ нм; Δ_0 – межмодовый интервал, задаваемый длиной резонатора; γ_{\perp} – скорость релаксации поляризации, равная полуширине однородной линии усиления.

Для стационарной генерации $d/d\tau = 0$. При условии $\tau \rightarrow \infty$ распределение населенностей подуровней мультиплета ${}^4F_{3/2}$ соответствует распределению Больцмана. Тогда, в результате преобразования системы уравнений (1), получаются следующие выражения:

$$n_0 + n'_0 = A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m; \quad (2)$$

$$n'_0 = \frac{1}{1 + w} \left(A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right) - w_{BA} n'_0 + w_{AB} n_0; \quad (3a)$$

$$n_0 = \frac{w}{1 + w} \left(A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right) - w_{AB} n_0 + w_{BA} n'_0; \quad (3b)$$

где

$$w = \frac{n_0}{n'_0} = \exp\left(\frac{E_B - E_A}{k_B T}\right);$$

E_A, E_B – энергии подуровней; k_B – постоянная Больцмана.

В результате преобразований выражений (3) получаем равенства:

$$n'_0 = \frac{F_1}{(1 + w)(1 + w_{BA})F_2} \left(1 + \frac{w_{AB}w}{1 + w_{BA}} \right); \quad (4a)$$

$$n_0 = \frac{F_1}{(1 + w)(1 + w_{AB})F_2} \left(w + \frac{w_{BA}}{1 + w_{BA}} \right), \quad (4b)$$

где

$$\begin{aligned} F_1 &= A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m; \\ F_2 &= \left[1 - \frac{w_{AB}w_{BA}}{(1 + w_{BA})(1 + w_{AB})} \right]. \end{aligned}$$

Проведенный анализ показал, что уравнения (4a) и (4b) тождественны выражениям, впервые представленным в статье [2] и полученным из условия, что однородные населенности подуровней мультиплета ${}^4F_{3/2}$ в любой момент времени подчиняются

распределению Больцмана, независимо от условий лазерной генерации. Они имеют вид

$$n'_0 = \frac{1}{1+w} \left(A + A' - (1+\beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right); \quad (5a)$$

$$n_0 = \frac{w}{1+w} \left(A + A' - (1+\beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right). \quad (5b)$$

Дальнейшее преобразование системы уравнений (1) позволило получить выражения:

$$n'_k = \frac{n_k F_3 n'_0 - w_{BA} n'_k (L_k^{(2)} + L_m^{(3)}) n'_0}{L_k^{(1)} n_0 F_4 - w_{AB} L_k^{(1)} n_0 n_k}; \quad (6a)$$

$$n_k = \frac{(1+\beta_k) - (L_k^{(2)} + L_k^{(3)})(n'_0 + n'_k)}{L_k^{(1)}} - n_0; \quad (6b)$$

$$m_k = \frac{n_k \left(1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m \right) + w_{AB} n_k - w_{BA} n'_k}{0,5 L_k^{(1)} n_0}, \quad (6b)$$

где

$$F_3 = \left(1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m + w_{AB} \right) (L_k^{(2)} + L_m^{(3)});$$

$$F_4 = \left(1 + \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)}) m_m + w_{BA} n'_k \right).$$

Выражение (6a) не имеет аналитического решения, поэтому для его решения использовался метод последовательных приближений.

На рис. 1, а приведены результаты расчетов с использованием уравнений (5) и (6), описывающие спектр генерации YAG-лазера при следующих условиях: темпера-

тура 300 К, $w_{AB} = 0,3$, $w_{BA} = 0,2$ (как это было принято в работе [1]); параметр накачки $A = 10$; внутрирезонаторные потери $\beta_k = 0,15$.

С учетом межмодового интервала $\Delta_0 = 0,05$ присвоим произвольным образом номер 70 моде, соответствующей максимуму усиления на длине волны 1064,15 нм. Тогда мода, соответствующая максимуму усиления на длине волны 1064,4 нм, получит номер 56, а мода, соответствующая максимуму усиления на длине волны 1061,5 нм, — номер 222. Согласно расчетам, генерация на длине волны 1061,5 нм отсутствует, поэтому графически модовый состав спектра не показан.

На рис. 1, б приведены расчетные данные для спектра генерации YAG-лазера в соответствии с полученными в работе [2] (300 К) и условиях: населенности подуровней мультиплета $^4F_{3/2}$ в любой момент времени подчиняются распределению Больцмана ($w_{AB} = w_{BA} = 0$, $w = 0,66$), параметр накачки $A = 10$, внутрирезонаторные потери $\beta_k = 0,15$. Согласно расчетам, и в этом случае генерация на длине волны 1061,5 нм отсутствует, поэтому графически модовый состав спектра также не показан.

При сравнении рис. 1, а и б видно, что при температуре 300 К генерация на длине волны 1064,2 нм возникает в обоих случаях, но при этом максимумы спектров излучения не совпадают (на рис. 1, а $k = 67$, а на рис. 1, б $k = 66$).

На рис. 2, а, б приведен результат расчета спектра генерации YAG-лазера по

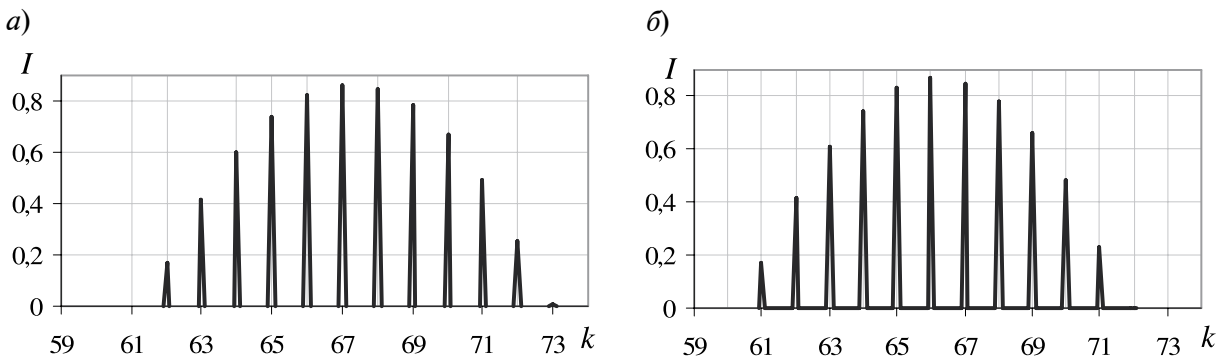


Рис. 1. Результаты расчета модового состава генерации YAG-лазера для длины волны 1064,2 нм при параметрах, использованных в работе [1] (а) и работе [2] (б); $T = 300$ К. В обоих случаях, согласно расчетам, генерация на длине волны 1061,5 нм отсутствует

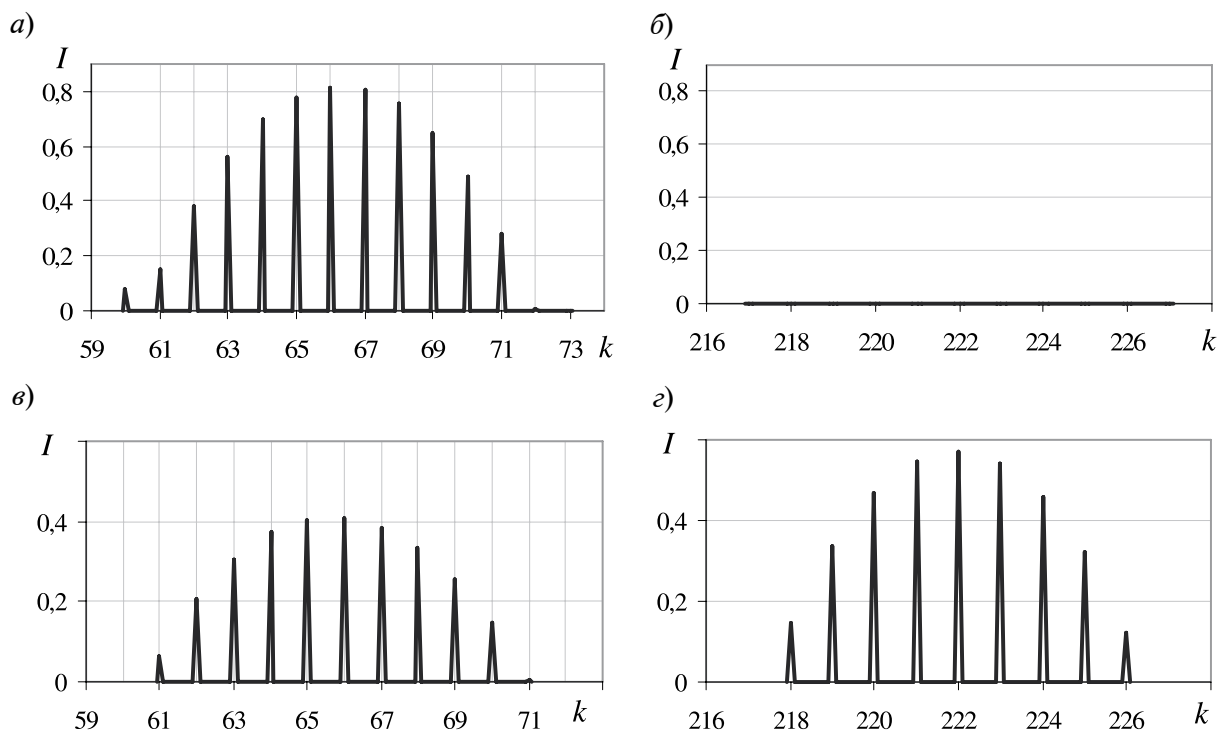


Рис. 2. Результаты расчета модового состава генерации YAG-лазера для длин волн 1064,2 нм (а, в) и 1061,5 нм (б, з) при условиях, принятых в работе [1] (а, б) и в работе [2] (в, з); $T = 200 \text{ K}$

уравнениям (5) и (6), выполненный при условиях: $T = 200 \text{ K}$, $w_{AB} = 0,4$ и $w_{BA} = 0,2$ ($w = 0,5$), параметр накачки $A = 10$, внутрирезонаторные потери $\beta_k = 0,15$.

На рис. 2, в, з приведен расчет спектра генерации YAG-лазера в соответствии с [2] при 200 K и условиях: населенности подуровней мультиплета ${}^4F_{3/2}$ в любой момент времени подчиняются распределению Больцмана ($w_{AB} = w_{BA} = 0$, $w = 0,5$), параметр накачки $A = 10$, внутрирезонаторные потери $\beta_k = 0,15$.

При сравнении рис. 2, а, б с рис. 2, в, з очевидно, что при 200 K рассчитанные спектры генераций значительно различаются. Так, если производить расчет в соответствии со статьей [1], то при 200 K должна возникнуть генерация только на одной длине волны 1064,2 нм, но важно заметить, что при этом происходит значительный сдвиг максимума спектра генерации ввиду усиленного влияния на спектр линии 1064,4 нм. Если же проводить расчет в соответствии с работой [2], то при

200 K осуществляется генерация на двух длинах волн (1064,2 и 1061,5 нм), а это согласуется с данными, приведенными в литературе [5].

Выводы

Проведенный анализ расчетных результатов для спектров генерации YAG:Nd³⁺-лазера (расчеты выполнены при варьировании условий), привел к следующим заключениям:

распределение однородной инверсии населенности между подуровнями мультиплета ${}^4F_{3/2}$ всегда соответствует распределению Больцмана, даже при наличии лазерной генерации;

распределение населенности решеток инверсии населенности между указанными подуровнями не подчиняется статистике Больцмана, следовательно, при использовании системы уравнений Танга – Статца – Демарса не должны учитываться скорости релаксационных переходов w_{AB} и w_{BA} для решеток инверсии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Иевлев И.В., Кориюкин И.В., Лебедева Ю.С., Хандохин П.А.** Непрерывная двухволновая генерация в микрочип-Nd:YAG-лазерах // *Квантовая электроника*. 2011. Т. 41. № 8. С. 715 – 721.
2. **Головков О.Л., Купцова Г.А., Степанов В.А.** Особенности спектра генерации YAG:Nd-лазера в режиме генерации двух длин волн // *Научно-технические ведомости СПбГПУ*. Физико-математические науки. 2013. № 2(170). С. 110–114.
3. **Ханин Я.И.** Основы динамики лазеров. М.: Наука. Физматлит.1999. 360с.
4. **Зверев Г.М., Голяев Ю.Д., Шалаев Е.А., Шокин А.А.** Лазеры на алюмоиттриевом гранате с неодимом. М.: Радио и связь, 1985. 144 с.
5. **Каминский А.А.** Лазерные кристаллы. М.: Наука, 1975. 256 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ГОЛОВКОВ Олег Леонидович – докторант кафедры общей и теоретической физики Рязанского государственного университета им. С.А. Есенина.
390000, Россия, Рязань, ул. Свободы, 46
golovkova@mail.ru

КУПЦОВА Галина Александровна – аспирантка кафедры общей и теоретической физики Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина.
390000, Россия, г. Рязань, ул. Свободы, 46

СТЕПАНОВ Владимир Александрович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры общей и теоретической физики Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина.
390000, Россия, г. Рязань, ул. Свободы, 46

Golovkov O.L., Kuptsova G.A., Stepanov V.A. THE RATE CONSIDERATION OF RELAXATION TRANSITIONS BETWEEN SUBLEVELS OF A MULTIPLLET IN THE GENERATION SPECTRUM OF YAG:Nd-LASER.

The two alternative forms of the Tang – Stutz – DeMars system of equations are presented in the paper. The spectra of the multimode generation of YAG: Nd⁺³-laser are calculated assuming the Boltzmann distribution over the sublevels of the ⁴F_{3/2} multiplet and a specific rate of cross-relaxation transitions between those sublevels. The results obtained are compared with experimental data.

YAG : Nd-LASER, BOLTZMANN DISTRIBUTION, GENERATION SPECTRUM, TANG–STUTZ–DEMARS SYSTEM OF EQUATIONS, MULTIPLLET SUBLEVELS.

REFERENCES

1. **Ievlev I.V., Koryukin I.V., Lebedeva Yu.S. Khandokhin P.A.** Npreryvnaya dvukhvolnovaya generatsiya v mikrochip-Nd:YAG-lazerakh. *Kvantovaya elektronika*, 2011, Vol. 41, No.8, pp. 715-721. (rus)
2. **Golovkov O.L., Kuptsova G.A., Stepanov V.A.** Osobennosti spektra generatsii YAG:Nd-lazera v rezhime generatsii dvukh dlin voln. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics*, 2013, No. 2(170), pp. 110-114. (rus)
3. **Khanin Ya.I.** Osnovy dinamiki lazerov. Moscow, Nauka. Fizmatlit, 1999. 360 p. (rus)
4. **Zverev G.M., Golyaev Yu.D., Shalaev E.A., Shokin A.A.** Lazery na alyumoitrievom granate s neodimom. Moscow, Radio i svyaz', 1985. 144 p. (rus)
5. **Kaminskiy A.A.** Lazernye kristally. Moscow, Nauka, 1975. 256 p. (rus)

THE AUTHORS

GOLOVKOV Oleg L.
Ryazan State University named for S.A. Yesenin
46 Svobody St., Ryazan, Russia, 390000
golovkova@mail.ru

KUPTSOVA Galina A.

Ryazan State University named for S.A. Yesenin
46 Svobody St., Ryazan, Russia, 390000

STEPANOV Vladimir A.

Ryazan State University named for S.A. Yesenin
46 Svobody St., Ryazan, Russia, 390000