

УДК 532.517.4 : 532.529.5 + 63

П.Г. Ганин, А.А. Шмидт

**ОЦЕНКА ДИАМЕТРА НАИМЕНЬШИХ ДОЧЕРНИХ КАПЕЛЬ
С УЧЕТОМ ЧИСЛА ИСПЫТАНИЙ НА ДРОБЛЕНИЕ
НАИБОЛЬШИХ КАПЕЛЬ В АППАРАТЕ С ПЕРЕМЕШИВАНИЕМ**

P.G. Ganin, A.A. Schmidt

St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, Russia

**ESTIMATION OF DIAMETER OF THE SMALLEST SECONDARY DROPLETS
TAKING INTO CONSIDERATION A NUMBER OF BREAK UP TESTS
OF THE LARGEST DROPLETS IN THE APPARATUS WITH STIRRING**

Работа посвящена обоснованию наличия наиболее мелких капель полидисперсной эмульсии в системах типа жидкость – жидкость с перемешиванием. Предложена модель образования дочерних капель наименьшего размера: дробление наиболее крупных капель на три дочерние с учетом числа испытаний на дробление за время пребывания капель в зоне мешалки. Расчетные значения сопоставлены с известными экспериментальными данными.

ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОТОК, ЖИДКОСТЬ – ЖИДКОСТЬ, ДРОБЛЕНИЕ КАПЕЛЬ, ЧИСЛО ИСПЫТАНИЙ, МЕЛКОДИСПЕРСНАЯ ФРАКЦИЯ, МЕХАНИЗМ ОБРАЗОВАНИЯ.

This investigation is devoted to substantiation of the smallest droplets presence in polydisperse emulsion in a liquid – liquid system with stirring. A model of the smallest size secondary droplets formation is proposed: a break up of the largest droplets in a three secondary droplets, the model taking into consideration the number of tests per a break up during a time of droplets presence in the stirring zone. Calculated values are compared with known experimental data.

TURBULENT FLOW, LIQUID – LIQUID, BREAK UP OF DROPLETS, NUMBER OF TESTS, FINE FRACTION, MECHANIZM OF FORMATION.

Настоящая работа посвящена уточнению метода оценки диаметра наименьших капель, образуемых в аппарате с механическим перемешиванием систем типа жидкость – жидкость. В наших предыдущих работах было показано, что два фактора – число n испытаний на дробление за время τ пребывания капель в зоне мешалки [1] и дробление капель наибольшего диаметра d_{\max} полидисперсной эмульсии [2] – определяют диаметр $d_{\text{кр.}\tau(zm)}$ наименьших капель, устойчивых в аппарате, а также диаметр $(d_{\text{дм}})_{\min(f)}$ наименьших дочерних капель. Для аппарата стандартного конструктивного типа с турбинной мешалкой и разделительными перегородками (при

заполнении 0,5) расчетные значения этих величин составили

$$d_{\text{кр.}\tau(zm)} \approx 0,63d_{\text{кр}}; (d_{\text{дм}})_{\min(f)} \approx 0,43d_{\text{кр}},$$

где $d_{\text{кр}}$ – диаметр наибольших капель, устойчивых в аппарате («критический диаметр»). Однако в полидисперсной эмульсии присутствует мелкодисперсная фракция капель, диаметр которых меньше значения $(d_{\text{дм}})_{\min(f)}$, оцененного в работе [2]. Причины этого явления оставались невыясненными. Можно ожидать, что совместный учет обоих приведенных выше обстоятельств – дробления наиболее крупных капель и числа испытаний – объяснит образование капель меньшего диаметра.

Диаметр малых дочерних капель в одиночном испытании

Диаметр $d_{\text{дм}}$ малых дочерних капель, образуемых при дроблении материнской капли произвольного диаметра d на три дочерние, в соответствии с предложенной моделью «тройной капли» [2], оценивается на основе приближенного уравнения общего вида:

$$\rho \frac{(v'_3)^2}{2} \approx \frac{4\sigma_{\text{жж}}}{d_{\text{дм}}}, \quad (1)$$

где ρ – плотность жидкости сплошной фазы; $\sigma_{\text{жж}}$ – поверхностное натяжение на границе раздела жидкость – жидкость; v'_3 – пульсационная скорость масштаба $\lambda = \lambda_3$; λ_3 – линейный масштаб тройной капли. При этом величины $d_{\text{дм}}$, d и λ_3 связаны зависимостью

$$\lambda_3 = \lambda_3(d, d_{\text{дм}}) = 2d_{\text{дм}} + (d^3 - 2(d_{\text{дм}})^3)^{1/3}.$$

Пусть $v_3^{*(1)z}$ – пульсационная скорость в одиночном испытании (среднеквадратичное значение, усредненное за период одиночной пульсации) масштаба $\lambda = \lambda_3$ в некоторой фиксированной зоне аппарата. Подстановка $v'_3 = v_3^{*(1)z}$ в уравнение (1) дает соотношение для оценки диаметра $d_{\text{дм}}$ малых дочерних капель, образованных в данной зоне аппарата при дроблении материнской капли произвольного диаметра d в одиночном испытании:

$$\rho \frac{(v_3^{*(1)z})^2}{2} \approx \frac{4\sigma_{\text{жж}}}{d_{\text{дм}}}. \quad (2)$$

Линейные размеры капель удобно сопоставлять с критическим диаметром $d_{\text{кр}}$, который оценивается из критического балансового условия [3–5], представленного следующим образом [2]:

$$\rho \frac{(v_{d_{\text{кр}}}^{*zm})^2}{2} \approx \frac{4\sigma_{\text{жж}}}{d_{\text{кр}}}. \quad (3)$$

Здесь $(v_{d_{\text{кр}}}^{*zm})_{\text{max}}$ – максимальная величина пульсаций скорости масштаба $\lambda = d_{\text{кр}}$ в зоне мешалки; величина $(v_{d_{\text{кр}}}^{*zm})_{\text{max}}$ оценивается зависимостью

$$(v_{d_{\text{кр}}}^{*zm})_{\text{max}} \approx 3v_{d_{\text{кр}}}^{*zm}, \quad (4)$$

где $v_{d_{\text{кр}}}^{*zm}$ – пульсационная скорость (среднеквадратичное значение, усредненное за

достаточно большой промежуток времени) масштаба $\lambda = d_{\text{кр}}$ в зоне мешалки.

С учетом условия (3) уравнение (2) можно записать в приведенном виде:

$$\left[\frac{v_3^{*(1)z}}{(v_{d_{\text{кр}}}^{*zm})_{\text{max}}} \right]^2 \approx \frac{1}{d_{\text{дм}}^*}, \quad (5)$$

где $d_{\text{дм}}^* = d_{\text{дм}}/d_{\text{кр}}$ – приведенный (безразмерный) диаметр.

В работах [6, 7] показано, что для линейного масштаба движения $\lambda_0 < \lambda < l$ (l – масштаб наибольших пульсаций, λ_0 – внутренний масштаб турбулентности) локальное значение v'_λ зависит от локального значения ε_0^L скорости диссипации энергии в единице массы жидкости и линейного масштаба λ :

$$(v'_\lambda)^2 \approx (\varepsilon_0^L \lambda)^{2/3}. \quad (6)$$

Подстановка оценки (6) в приближенное уравнение (5) приводит к соотношению:

$$d_{\text{дм}}^* \approx \left(\frac{3}{\gamma_3^z} \right)^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_z^* \lambda_3^*} \right)^{2/3}, \quad (7)$$

где $\varepsilon_z^* = \varepsilon_z^z / \varepsilon_0^{zm}$ – приведенная (безразмерная) скорость диссипации энергии в зоне аппарата; ε_0^z , ε_0^{zm} – значения ε_0^L в зоне аппарата и зоне мешалки, соответственно; $\gamma_3^z = v_3^{*(1)z} / v_3^{*z}$ – приведенная (безразмерная) пульсационная скорость в одиночном испытании масштаба $\lambda = \lambda_3$ в зоне аппарата; v_3^{*z} – пульсационная скорость (среднеквадратичное значение, усредненное за достаточно большой промежуток времени) масштаба $\lambda = \lambda_3$ в зоне аппарата; $\lambda_3^* = \lambda_3 / d_{\text{кр}} = \lambda_3^*(d^*, d_{\text{дм}}^*)$ – приведенный (безразмерный) линейный масштаб.

В работе [2] принималось соотношение:

$$(v_3^{*zm})_{\text{max}} \approx 3v_3^{*zm}, \quad (8)$$

в результате чего из уравнения (7) следовала оценка приведенного диаметра наименьших дочерних капель

$$(d_{\text{дм}}^*)_{\text{min}(f)} \approx \left[\lambda_3^*(d_{\text{max}}^*, (d_{\text{дм}}^*)_{\text{min}(f)}) \right]^{-2/3}. \quad (9)$$

Учет числа испытаний на дробление в зоне мешалки

Вывод соотношений (3) и (9) для диаметра

тров $d_{кр}$ и $(d_{дм}^*)_{\min(f)}$ исходит из оценок (4) и (8), полученных в предположении, что амплитуда пульсационной скорости является случайной величиной, распределенной, в первом приближении, по нормальному закону [8], а для оценки максимального значения $(v'_{\lambda})_{\max}$ пульсаций скорости, как и в работах [5, 8], принимается соотношение

$$(v'_{\lambda})_{\max} \approx 3v'_{\lambda}. \quad (10)$$

Постановка задачи учета числа n испытаний в зоне мешалки заставляет обратить внимание на два обстоятельства, связанных с принимаемым в соотношении (8) значением $(v_3^{z,m})_{\max}$, фактически полученным на основе оценки (10).

Во-первых, оценка (10) получена из условия, что выполнение неравенства $v'_{\lambda} < (v'_{\lambda})_{\max}$ является практически достоверным [9]. Таким образом, следующие из нее оценки (4) и (8) предполагают условия практической достоверности выполнения соответствующих неравенств:

$$v_3^{z,m} < (v_3^{z,m})_{\max}; \quad v'_{dкр} < (v'_{dкр})_{\max}.$$

Во-вторых, оценка (10) определяет величину максимальных пульсаций скорости масштаба λ , которыми величина v'_{λ} ограничена (практически достоверно) в одиночном испытании — за промежуток времени, равный характерному периоду T_{λ} пульсаций масштаба λ . Однако поскольку капли, вовлекаемые с потоком жидкости в зону мешалки, подвергаются не одиночному, а множественным испытаниям, то принимаемая в расчет величина максимальных пульсаций должна, очевидно, оцениваться с учетом числа испытаний.

Оценку диаметра $d_{дм(\tau)}$ наименьших дочерних капель, образуемых в ядре турбулентного потока жидкости при дроблении наиболее крупных капель полидисперсной эмульсии на три дочерние, с учетом числа n испытаний на дробление за время τ их пребывания в зоне мешалки аппарата с перемешиванием, получим из уравнения (1), полагая в нем

$$d_{дм} = d_{дм(\tau)}; \quad d = d_{\max}; \quad v'_3 = (v_3^{z,m})_{\max(\tau)},$$

где $(v_3^{z,m})_{\max(\tau)}$ — максимальная пульсационная скорость масштаба $\lambda = \lambda_3 = \lambda_3(d_{\max}, d_{дм(\tau)})$

при числе n испытаний в зоне мешалки. При указанных условиях уравнение (1) принимает следующий вид:

$$\rho \frac{[(v_3^{z,m})_{\max(\tau)}]^2}{2} \approx \frac{4\sigma_{жж}}{d_{дм(\tau)}}. \quad (11)$$

Оценку приведенного диаметра $d_{дм(\tau)}^* = (d_{дм})_{(\tau)}/d_{кр}$ получим из уравнения (7) при подстановке соответствующих значений: $\gamma_3^z = (\gamma_3^{z,m})_{\max(\tau)}$; $\varepsilon_z^* = \varepsilon_{z,m}^* \equiv 1$, $d^* = d_{\max}^*$.

Полагая $d_{дм}^* = d_{дм(\tau)}^*$, имеем:

$$d_{дм(\tau)}^* \approx \left[\frac{3}{(\gamma_3^{z,m})_{\max(\tau)}} \right]^2 \left(\frac{1}{\lambda_3^*(d_{\max}^*, d_{дм(\tau)}^*)} \right)^{2/3}, \quad (12)$$

где $(\gamma_3^{z,m})_{\max(\tau)} = (v_3^{z,m})_{\max(\tau)}/v_3^{z,m}$.

Таким образом, как следует из уравнения (12), для численной оценки приведенного диаметра $d_{дм(\tau)}^*$ необходимо знать величины $(\gamma_3^{z,m})_{\max(\tau)}$ и d_{\max}^* .

Величину $(v_3^{z,m})_{\max(\tau)}$ найдем с учетом оценок, принятых для $(v'_{\lambda})_{\max}$ и $(v_{\lambda}^{z,m})_{\max}$. Как упомянуто выше, соотношение (10) для $(v'_{\lambda})_{\max}$ получено из условия, что вероятность выполнения неравенства $v'_{\lambda} < (v'_{\lambda})_{\max}$ в одиночном испытании составляет:

$$p(v'_{\lambda} < (v'_{\lambda})_{\max}) \approx 0,9972. \quad (13)$$

Это значение случайного события принято считать практически достоверным [9].

Для оценки величины $(v_3^{z,m})_{\max(\tau)}$ будем исходить из аналогичного условия, но полагая при этом, что практически достоверным является выполнение неравенства $v_3^{z,m} < (v_3^{z,m})_{\max(\tau)}$ при числе n испытаний за время τ пребывания каплей в зоне мешалки:

$$P_n(v_3^{z,m} < (v_3^{z,m})_{\max(\tau)}) \approx 0,9972. \quad (14)$$

Поскольку одиночные испытания являются независимыми событиями, величину $P_n(v_3^{z,m} < (v_3^{z,m})_{\max(\tau)})$ можно представить в виде:

$$P_n((v_3^{z,m} < (v_3^{z,m})_{\max(\tau)}) = [p(v_3^{z,m} < (v_3^{z,m})_{\max(\tau)})]^n, \quad (15)$$

где $p(v_3^{z,m} < (v_3^{z,m})_{\max(\tau)})$ — вероятность выполнения условия $v_3^{z,m} < (v_3^{z,m})_{\max(\tau)}$ в одиночном испытании в зоне мешалки.

Исходя из свойств пульсационной скорости [8], допускающих применение нормального распределения [9], мы получаем следующую оценку вероятности:

$$p(v_3^{z_m} < (v_3^{z_m})_{\max(\tau)}) = \Phi_{\text{Л}} \left(\frac{(\gamma_3^{z_m})_{\max(\tau)}}{\sqrt{2}} \right), \quad (16)$$

где $\Phi_{\text{Л}}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-t^2) dt$ – функция Лапласа.

Приближенное уравнение (14) с учетом соотношений (15) и (16) примет вид:

$$\left[\Phi_{\text{Л}} \left(\frac{(\gamma_3^{z_m})_{\max(\tau)}}{\sqrt{2}} \right) \right]^n \approx 0,9972. \quad (17)$$

На рис. 1 представлена зависимость величины $(\gamma_3^{z_m})_{\max(\tau)}$ от числа n испытаний на дробление за время пребывания капель в зоне мешалки, полученная при численном решении уравнения (17) для широкого интервала значений $n = 1 \div 10000$. Расчетная зависимость величины $(\gamma_3^{z_m})_{\max(\tau)}$ от числа n испытаний (см. рис. 1) аппроксимируется логарифмической функцией (достоверность аппроксимации $R^2 = 0,9953$):

$$(\gamma_3^{z_m})_{\max(\tau)} \approx 0,5296 \lg n + 3,0778. \quad (18)$$

Как следует из рис. 1, с увеличением числа n от единицы до 10000, величина $(\gamma_3^{z_m})_{\max(\tau)}$ возрастает от 3,0 до 5,1, что соответствует изменению величины $(v_3^{z_m})_{\max(\tau)}$ от $3,0v_3^{z_m}$ до $5,1v_3^{z_m}$. Можно показать, что

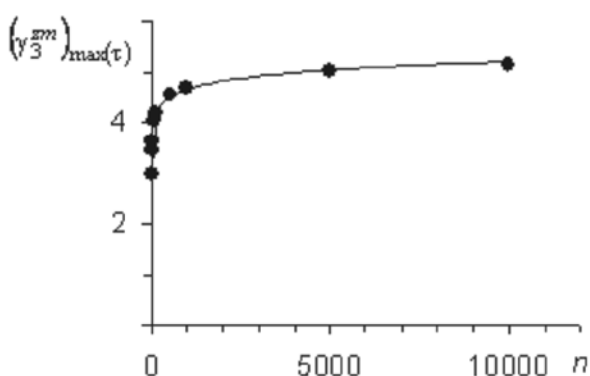


Рис. 1. Расчетная зависимость величины $(\gamma_3^{z_m})_{\max(\tau)}$ от числа испытаний на дробление за время пребывания капель в зоне мешалки. Точки – численное решение уравнения (17), линия – аппроксимация уравнением (18)

при числе испытаний $n = 1$ из выражений (17) и (18) следует, что $(\gamma_3^{z_m})_{\max(\tau)} \approx 3,0$ и $(\gamma_3^{z_m})_{\max(\tau)} \approx 3,0778$. Это соответствует оценке максимального значения пульсационной скорости (10), принятой в работах [5, 8].

В практических расчетах число n испытаний можно заменить его средним значением \bar{n} , которое выражается отношением среднего времени τ пребывания капель в зоне мешалки к характерному времени T_λ пульсаций масштаба λ : $\bar{n} \approx \tau/T_\lambda$. Для масштаба $\lambda = \lambda_3$ получена оценка $\bar{n} \approx K_f (D_f/\lambda_3)^{2/3}$ [10], откуда

$$\bar{n} \approx K_f \left(\frac{D_f}{\lambda_3} \right)^{2/3}, \quad (19)$$

где D_f – диаметр аппарата; $D_f^* = D_f/d_{кр}$ – приведенный диаметр аппарата; K_f – коэффициент, зависящий от конструктивного типа аппарата и мешалки, а также коэффициента заполнения.

Число n для наибольших капель, дробящихся в зоне мешалки на три дочерние с образованием малых дочерних капель диаметром $d_{\text{дм}(\tau)}$, оценим из уравнения (19), полагая $d^* = d_{\text{макс}}^*$, $d_{\text{дм}}^* = d_{\text{дм}(\tau)}^*$:

$$\bar{n} \approx K_f \left[\frac{D_f^*}{\lambda_3 (d_{\text{макс}}^* d_{\text{дм}(\tau)}^*)} \right]^{2/3}. \quad (20)$$

Таким образом, как следует из системы приближенных соотношений (12), (18) и (20), величины $d_{\text{дм}(\tau)}^*$ и $(\gamma_3^{z_m})_{\max(\tau)}$ зависят от совокупности параметров: D_f , K_f , $d_{кр}$ и $d_{\text{макс}}$. Для аппаратов и мешалок различных конструктивных типов можно теоретически оценить коэффициент K_f , а для оценки диаметров $d_{кр}$ и $d_{\text{макс}}$, помимо этого, необходимо знать физико-химические параметры системы: $\sigma_{\text{жж}}$, ρ , ε_0 или $\sigma_{\text{жж}}$, ρ и число n_0 оборотов мешалки в единицу времени [5]. Для некоторых типов аппаратов и мешалок диаметры $d_{кр}$ и $d_{\text{макс}}$ установлены экспериментально [5].

Приложение полученных оценок к аппарату с турбинной мешалкой и разделительными перегородками

Распределение капель по размерам. Для

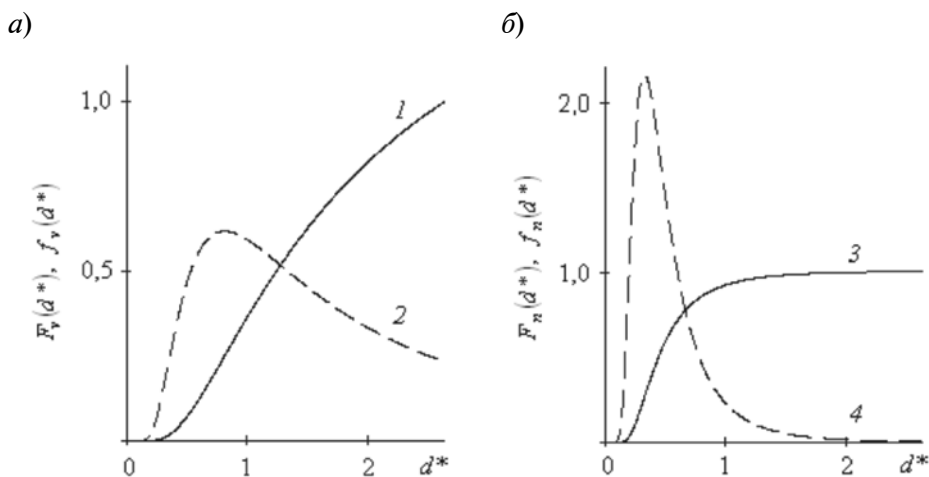


Рис. 2. Функции распределения капель по размеру (приведенному диаметру d^*):
 а – распределение объема; б – распределение счетного числа;
 1, 3 – интегральные функции $F_v(d^*)$, $F_n(d^*)$; 2, 4 – дифференциальные функции $f_v(d^*)$, $f_n(d^*)$

аппарата данного стандартного конструктивного типа установлена эмпирическая интегральная функция распределения объема дисперсной фазы по размеру капель [11] (рис. 2, а):

$$\begin{cases} F_v(d^*) = \exp\left(0,613 - \frac{1,62}{d^*}\right), & d^* \leq d_{\max}^* \\ F_v(d^*) = 1, & d^* > d_{\max}^* \end{cases} \quad (21)$$

где $d_{\max}^* = d_{\max}/d_{\text{п.о}}$ – безразмерный диаметр наибольших капель; $d_{\max}^* \approx 2,64$; $d_{\text{п.о}}$ – средний поверхностно-объемный диаметр капель.

Как отмечается в работе [5], рассчитанная на основе уравнения (3) величина $d_{\text{кр}}$ удовлетворительно согласуется с экспериментальной величиной $d_{\text{п.о}}$, что допускает приближение

$$d_{\text{кр}} \approx d_{\text{п.о}} \quad (23)$$

В работе [11] на основе функции (21) получена дифференциальная функция распределения объема $f_v(d^*)$, а в работе [12] – интегральная $F_n(d^*)$ и дифференциальная $f_n(d^*)$ функции распределения счетного числа капель по размеру (см. рис. 2):

$$\begin{cases} f_v(d^*) = \frac{1,62}{(d^*)^5} \exp\left(0,613 - \frac{1,62}{d^*}\right), & d^* \leq d_{\max}^* \\ f_v(d^*) = 0, & d^* > d_{\max}^* \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_n(d^*) = \frac{0,091 [4,24 + 7,87d^* + 9,72(d^*)^2 + 6(d^*)^3]}{(d^*)^3} \times \\ \times \exp\left(0,613 - \frac{1,62}{d^*}\right), & d^* \leq d_{\max}^* \\ F_n(d^*) = 1, & d^* > d_{\max}^* \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} f_n(d^*) = \frac{0,624 + 2,68 \cdot 10^{-3}d^* + 5,82 \cdot 10^{-4}(d^*)^2}{(d^*)^5} \times \\ \times \exp\left(0,613 - \frac{1,62}{d^*}\right), & d^* \leq d_{\max}^* \\ f_n(d^*) = 0, & d^* > d_{\max}^* \end{cases} \quad (25)$$

Наиболее вероятный диаметр капель. Значение диаметра d_b^* , при котором функция $f_n(d^*)$ принимает максимальное значение

$$f_n(d_b^*) = [f_n(d^*)]_{\max}$$

находится из условия:

$$df_n(d^*)/d(d^*) = 0; \quad d^2 f_n(d^*)/d(d^*)^2 < 0.$$

Для функции, определенной выражениями (25), получим:

$$d_b^* \approx 0,324. \quad (26)$$

Экспериментальный диаметр d_{\min}^* наименьших капель. Этот диаметр определим из условия, что доля счетного числа капель

диаметром $d^* < d_{\min}^*$ пренебрежимо мала и имеет значение

$$F_n(d^*) = 0,0028. \quad (27)$$

Из условия (27) и выражений (24) следует оценка:

$$d_{\min}^* \approx 0,14. \quad (28)$$

Таким образом, диаметры капель полидисперсной эмульсии в рассматриваемом аппарате соответствуют интервалу $0,14 \leq d^* \leq 2,64$ (см. оценки (22) и (28)). Отметим, что теоретически предсказуемый диаметр $d_{кр}$ [5] существенно больше наиболее вероятного диаметра капель $d_b = d_b^* d_{кр} \approx 0,324 d_{кр}$ и тем более превосходит диаметр

$$d_{\min} = d_{\min}^* d_{кр} \approx 0,14 d_{кр}$$

наименьших капель (см. оценки (23), (26), (28)).

Расчетный диаметр наименьших дочерних капель. Для аппарата данного конструктивного типа установлены значения $K_f \approx 0,24$ [10] и d_{\max}^* (см. оценку (22)). Для этого случая приближенные уравнения (12) и (20) примут вид:

$$d_{\text{дм}(\tau)}^* \approx \left(\frac{3}{(\gamma_3^{\text{жм}})_{\text{макс}(\tau)}} \right)^2 \left(\frac{1}{\lambda_3^*(2,64, d_{\text{дм}(\tau)}^*)} \right)^{2/3}, \quad (29)$$

где величина $(\gamma_3^{\text{жм}})_{\text{макс}(\tau)}$ определена аппроксимацией (18), и

$$\bar{n} \approx 0,24 \left\{ \frac{D_f^*}{\lambda_3^*(2,64, d_{\text{дм}(\tau)}^*)} \right\}^{2/3}. \quad (30)$$

На рис. 3 показана связь приведенных диаметров $d_{\text{дм}(\tau)}^*$ и D_f^* , определяемая приближенным уравнением (29) с учетом приближения $n \approx \bar{n}$ и оценок (18), (30). Интервал охватываемых значений $D^* = 90 - 10^7$ соответствует различным диаметрам аппарата и капель: $D_f = 0,1 - 10$ м, $d_{кр} = 10^{-3} - 10^{-7}$ м.

Как следует из рис. 3, расчетные значения приведенного диаметра $d_{\text{дм}(\tau)}^*$ дочерних капель при изменении приведенного диаметра D^* аппарата от 90 до 10^7 изменяются в интервале 0,17 - 0,38, при этом зависимость диаметров $d_{\text{дм}(\tau)}^*$ и D^* с достоверностью $R^2 = 0,9999$ аппроксимируется функцией:

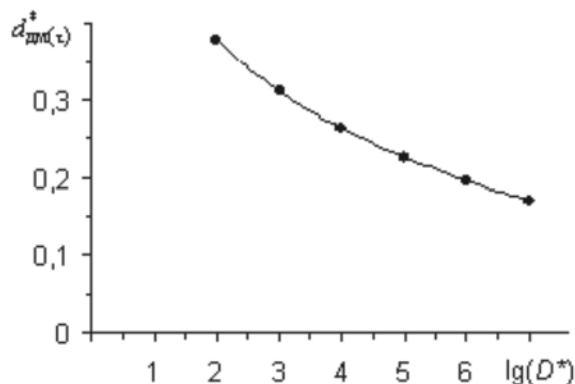


Рис. 3. Рассчитанная зависимость диаметра наименьших дочерних капель от диаметра аппарата (приведенные величины)

$$d_{\text{дм}(\tau)}^* \approx 0,494 - 0,167 \ln(\lg D^*), \quad (31)$$

$$90 \leq D^* \leq 10^7.$$

Приближенное соотношение (31) позволяет выразить диаметр $(d_{\text{дм}(\tau)}^*)_{\tau}$ в виде зависимости $d_{\text{дм}(\tau)}^* \approx f_d(D_f^*) = f_d(D_f/d_{кр}) = f_d(D_f, d_{кр})$. Однако в ряде случаев диаметр $d_{кр}$ удобно выразить через физико-химические параметры системы и представить диаметр $d_{\text{дм}(\tau)}^*$ в виде зависимостей:

$$d_{\text{дм}(\tau)}^* \approx f_{\varepsilon}(D_f, \dots, \varepsilon_0) \text{ или } d_{\text{дм}(\tau)}^* \approx f_n(D_f, \dots, n_{\omega}),$$

где ε_0 - среднее по аппарату значение скорости диссипации энергии, n_{ω} - число оборотов мешалки в единицу времени.

Выражение диаметра наименьших дочерних капель через физико-химические параметры системы. Диаметр $d_{кр}$ капель в аппарате данного конструктивного типа определяется известным приближенным соотношением [5]:

$$d_{кр} \approx 0,185 \left(\frac{\sigma_{\text{жжк}}}{\rho} \right)^{0,6} \varepsilon_0^{-0,4}. \quad (32)$$

Среднее по аппарату значение скорости диссипации энергии ε_0 можно выразить через число n_{ω} оборотов мешалки в единицу времени и диаметр d_m внешних кромок мешалки:

$$\varepsilon_0 \sim n_{\omega}^3 d_m^2.$$

Для аппаратов данного конструктивного типа $d_m = 0,4 D_f$ [5], при коэффициенте заполнения аппарата 0,5 получена оценка [10]

$$\varepsilon_0 \approx 0,02n_\omega^3 D_f^2,$$

или

$$\varepsilon_0 \approx 0,125n_\omega^3 d_m^2. \quad (33)$$

Соотношение (32) с учетом $d_m = 0,4D_f$ и оценки (33) принимает вид:

$$d_{кр} \approx 0,885 \left(\frac{\sigma_{жж}}{\rho} \right)^{0,6} n_\omega^{-1,2} D_f^{-0,8} = 0,425d_m We^{-0,6}, \quad (34)$$

где $We = (\rho/\sigma_{жж})n_\omega^2 d_m^3$ – число Вебера для мешалки.

Принимая, как и ранее, $d_m = 0,4D_f$, из зависимости (34) получим

$$D^* \equiv D_f/d_{кр} \approx 5,882(We)^{0,6},$$

в результате чего соотношение (31) примет вид:

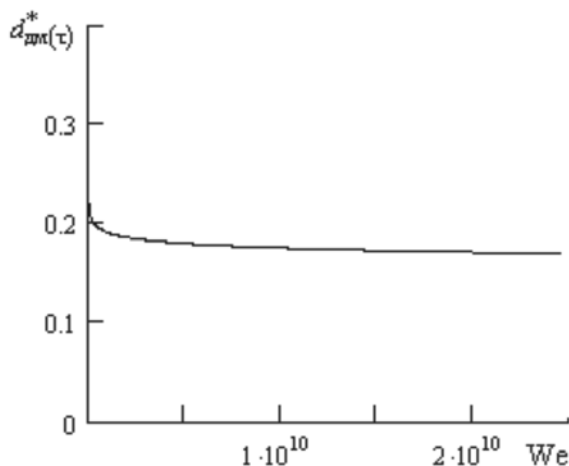
$$d_{дм(\tau)}^* \approx 0,494 - 0,167 \ln [0,765 + 0,6 \lg(We)], \quad (35)$$

$$95 \leq We \leq 2,5 \cdot 10^{10}.$$

Зависимость (35) представлена на рис. 4, откуда видно, что расчетные значения диаметра $d_{дм(\tau)}^*$ уменьшаются с увеличением числа Вебера, в частности $d_{дм(\tau)}^* \approx 0,17$ при $We \approx 2,5 \cdot 10^{10}$.

Соотношения (31), (32), (35) представляют собой искомые функциональные зависимости:

а)



б)

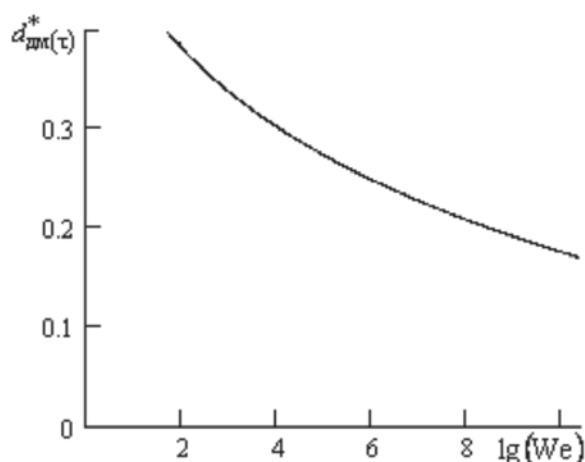


Рис. 4. Рассчитанная зависимость приведенного диаметра наименьших дочерних капель от числа Вебера для мешалки:

а – в линейных координатах; б – в полулогарифмических координатах

$$d_{дм(\tau)}^* \approx f_\varepsilon(D_f, \sigma_{жж}, \rho, \varepsilon_0);$$

$$d_{дм(\tau)}^* \approx f(We) = f_n(D_f, \sigma_{жж}, \rho, n_\omega),$$

позволяющие оценить диаметр $d_{дм(\tau)}^*$ для конкретных систем с известными физико-химическими параметрами.

Оценка диаметра наименьших дочерних капель для системы вода – гексадекан. Рассмотрим три модельные системы, которые перемешивают при 20 °С:

первая (I) – это вода – гексадекан;

вторая (II) и третья (III) – это вода – гексадекан + поверхностно активные вещества (ПАВ);

при этом для поверхностного натяжения жидкостей сплошной фазы примем:

$$\sigma_1 = \sigma_{вода}; \quad \sigma_2 = 55 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м};$$

$$\sigma_3 = 40 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}.$$

Известно, что

$$\sigma_{гек} = 27,64 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м};$$

$$\sigma_{вода} = 72,75 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}; \quad \rho_{вода} \approx 10^3 \text{ кг/м}^3 \text{ [13].}$$

Технологические процессы с использованием таких систем проводятся при достаточно интенсивном механическом перемешивании и добавлении ПАВ для образования мелкодисперсной эмульсии, а также для вовлечения менее плотной жидкости в перемешиваемый объем и достаточно равномерного распределения дис-

персной фазы по объему [14].

Межфазные натяжения жидкость – жидкость оценим по приближенному уравнению Антонова [15]:

$$\sigma_{жж} \approx \sigma_{ж1} - \sigma_{ж2}.$$

Для систем I–III получим:

$$\sigma_{жж1} \approx \sigma_{вода} - \sigma_{гекс} \approx 45,11 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м};$$

$$\sigma_{жж2} \approx \sigma_2 - \sigma_{гекс} \approx 27,36 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м};$$

$$\sigma_{жж3} \approx \sigma_3 - \sigma_{гекс} \approx 12,36 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}.$$

Значения числа Вебера We и соответствующие диаметры $d_{дм(\tau)}^*$, рассчитанные по уравнению (36), для систем I–III при числе оборотов мешалки $n_{\omega} = 500$ и 2000 об/мин ($n_{\omega} \approx 8,3$ и 333 об/с) приведены в табл. 2.

Как следует из данных таблиц, при достаточно интенсивном механическом перемешивании, когда

$$500 \leq n_{\omega} \leq 2000 \text{ об/мин}$$

(соответствует $98 \leq We \leq 5,7 \cdot 10^6$), расчетные значения $d_{дм(\tau)}^*$ для модельных систем лежат в интервале $0,23 \leq d_{дм(\tau)}^* \leq 0,38$.

Таким образом, в рамках разработанной ранее модели тройной капли совместный учет возможности дробления наиболее крупных капель полидисперсной эмульсии и числа испытаний этих капель на дробление за время пребывания в зоне мешалки позволяет уточнить диаметр наиболее мелких капель эмульсии. Для аппарата стандартного конструктивного типа с турбинной мешалкой и разделительными перегородками получены зависимости приведенного диаметра $d_{дм(\tau)}^*$ наименьших дочерних капель от диаметра D_f аппарата и диаметра $d_{кр}$ наибольших капель, устойчивых в аппарате, а также от числа Вебера We для мешалки.

Таблица 1

Рассмотренные модельные системы жидкостей в аппарате с перемешиванием

Номер	Система	$\sigma_{жж}$, мН/м
I	Вода + гексадекан	45,11
II	Та же + ПАВ-1	27,36
III	Та же + ПАВ-2	12,36

Обозначения: $\sigma_{жж}$ – поверхностное натяжение на границе раздела жидкость – жидкость; ПАВ – поверхностно-активное вещество

Таблица 2

Расчетные значения числа Вебера (We) для мешалки и приведенного диаметра ($d_{дм(\tau)}^*$) наименьших дочерних капель для различных модельных систем

Параметр аппарата		We			$d_{дм(\tau)}^*$		
D_f , м	n_{ω} , об/мин	I	II	III	I	II	III
0,10	500	98	162	350	0,38	0,37	0,36
	2000	$1,6 \cdot 10^5$	$2,6 \cdot 10^5$	$5,8 \cdot 10^5$	0,27	0,26	0,25
0,15	500	333	548	$1,2 \cdot 10^3$	0,36	0,35	0,33
	2000	$5,3 \cdot 10^5$	$8,8 \cdot 10^5$	$1,9 \cdot 10^6$	0,25	0,25	0,24
1,00	500	$9,8 \cdot 10^4$	$1,6 \cdot 10^5$	$3,6 \cdot 10^5$	0,27	0,27	0,26
	2000	$1,6 \cdot 10^6$	$2,6 \cdot 10^6$	$5,7 \cdot 10^6$	0,24	0,24	0,23

Примечание: Модельная система включает параметры аппарата и тип жидкости в нем (см. табл. 1).

Обозначения: D_f – диаметр аппарата, n_{ω} – число оборотов мешалки.

При числах Вебера, лежащих в интервале $98 \leq We \leq 5,7 \cdot 10^6$, расчетные значения $d_{\text{дм}(\tau)}^* \approx 0,23 - 0,38$, а при $We \approx 1,1 \cdot 10^{10} - d_{\text{дм}(\tau)}^* \approx 0,17$. Эти оценки диаметра $d_{\text{дм}(\tau)}^*$ удовлетворительно согласуются с экспериментальными значениями диаметра $d_{\text{мин}}^* \approx 0,14$ наименьших капель и наиболее вероятным диаметром $d_{\text{в}}^* \approx 0,324$ капель полидисперсной эмульсии, полученным на основе известных экспериментальных данных [11].

Отметим, что применительно к систе-

мам, содержащим ПАВ, предложенную модель образования капель наименьшего диаметра необходимо будет дополнить, имея в виду следующие обстоятельства. Интенсивное механическое перемешивание среды деформирует капли и сдвигает адсорбированные на каплях молекулы ПАВ к их корме [16]. Очевидно, что неравномерное распределение ПАВ на поверхности капель приведет к отличию локальных величин поверхностного натяжения на различных участках поверхности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ганин, П.Г. Механизм образования мелкодисперсной фракции капель в аппарате с механическим перемешиванием [Текст] / П.Г. Ганин // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – 2009. – № 4. – С. 7–13.

2. Ганин, П.Г. Теоретическая оценка диаметра наименьших капель, образованных при дроблении наибольших капель в аппарате с перемешиванием [Текст] / П.Г. Ганин, А.А. Шмидт // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-матем. науки. – 2011. – № 1. – С. 29–36.

3. Колмогоров, А.Н. О дроблении капель в турбулентном потоке [Текст] / А.Н. Колмогоров // Докл. АН СССР. – 1949. – Т. 66. – № 5. – С. 825–828.

4. Левич, В.Г. Физико-химическая гидродинамика [Текст] / В.Г. Левич. – М.: Физматгиз, 1959. – 669 с.

5. Брагинский, Л.Н. Перемешивание в жидких средах. Физические основы и методы расчета [Текст] / Л.Н. Брагинский, В.М. Барабаш, В.И. Бегачев. – Л.: Химия, 1984. – 336 с.

6. Колмогоров, А.Н. Рассеяние энергии при локальной изотропной турбулентности [Текст] / А.Н. Колмогоров // Докл. АН СССР. – 1941. – Т. 32. – № 1. – С. 19–21.

7. Обухов, А.М. О распределении энергии в спектре турбулентного потока [Текст] / А.М. Обухов // Докл. АН СССР. – 1941. – Т. 32. – № 1. – С. 22–24.

8. Брэдшоу, П. Введение в турбулентность и ее измерение [Текст] / П. Брэдшоу. – М.: Мир, 1974. – 277 с.

9. Химельблау, Д. Анализ процессов стати-

стическими методами [Текст] / Д. Химельблау. – М.: Мир, 1973. – 957 с.

10. Ганин, П.Г. Вероятность дробления капель в ядре турбулентного потока жидкости за время пребывания в рабочих зонах аппарата с перемешиванием [Текст] / П.Г. Ганин, А.А. Шмидт // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – 2008. – № 6. – С. 113–120.

11. Sprow, S.B. Distribution of drop size produced in turbulent liquid – liquid dispersion [Text] / S.B. Sprow // Chem. Eng. Sci. – 1967. – Vol. 22. – P. 435–439.

12. Ганин, П.Г. Теоретическая оценка устойчивости адсорбционного взаимодействия частиц твердой и жидкой дисперсных фаз в аппарате с перемешиванием [Текст] / П.Г. Ганин // Сорбционные и хроматографические процессы. – 2006. – Т. 6. – № 3. – С. 486–497.

13. Барон, Н.М. Краткий справочник физико-химических величин. Изд. 8-е перераб. [Текст] / Н.М. Барон, А.М. Пономарева, А.А. Равдель [и др.]; под. ред. А.А. Равделя и А.А. Пономаревой. – Л.: Химия, 1983. – 232 с.

14. Кафаров, В.В. Моделирование биохимических реакторов [Текст] / В.В. Кафаров. – М.: Лесная пром-сть, 1979. – 344 с.

15. Фридрихсберг, Д.А. Курс коллоидной химии [Текст]: Учеб. для вузов. – 2-е изд. перераб. и доп. / Д.А. Фридрихсберг. – Л.: Химия, 1984. – 368 с.

16. Кафаров, В.В. Основы массопередачи [Текст]: Учеб. для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. / В.В. Кафаров. – М.: Высшая школа, 1979. – 439 с.

REFERENCES

1. Ganin P.G. The mechanism of fine-dispersed droplets fraction formation in the apparatus with mechanical stirring. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and mathematics,*

2009, № 4, pp. 7–13. (rus)

2. Ganin P.G., Schmidt A.A. Theoretical estimation of the diameter of the droplets formed in a breakup of the largest droplets in the process vessel



with stirring. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and mathematics*, 2011, № 1, pp. 29–36. (rus)

3. **Kolmogorov A.N.** O droblenii kapel' v turbulentnom potoke. Proceedings of the USSR Academy of Sciences, 1949, Vol. 66, № 5, pp. 825–828. (rus)

4. **Levich V.G.** Fiziko-khimicheskaja gidrodinamika. Moscow, Fizmatgiz, 1959, 669 p. (rus)

5. **Braginskii L.N., Barabash V.M., Begachev V.I.** Peremeshivanie v zhidkikh sredakh. Fizicheskie osnovy i metody rascheta. Leningrad, Khimiya, 1984, 336 p. (rus)

6. **Kolmogorov A.N.** Rasseianie energii pri lokal'noi izotropnoi turbulentnosti. Proceedings of the USSR Academy of Sciences, 1941, Vol. 32, № 1, pp. 19–21. (rus)

7. **Obukhov A.M.** O raspredelenii energii v spektre turbulentnogo potoka. Proceedings of the USSR Academy of Sciences, 1941, Vol. 32, № 1, pp. 22–24. (rus)

8. **Bradshaw P.** Vvedenie v turbulentnost' i ee izmerenie. Moscow, Mir, 1974, 277 p. (rus)

9. **Himmelblau, D.** Analiz protsessov statisticheskimi metodami. Moscow, Mir, 1973, 957 p. (rus)

10. **Ganin P.G., Schmidt A.A.** Veroiatnost' droblenii kapel' v iadre turbulentnogo potoka zhidkosti za vremia prebyvaniia v rabochikh zonakh apparata s peremeshivaniem. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and mathematics*, 2008, № 6, pp. 113–120. (rus)

11. **Sprow S.B.** Distribution of drop size produced in turbulent liquid – liquid dispersion. *Chem. Eng. Sci.*, 1967, Vol. 22, pp. 435–439.

12. **Ganin P.G.** Teoreticheskaja otsenka ustoičivosti adsorbtsionnogo vzaimodeistviia chastits tverdoi i zhidkoi dispersnykh faz v apparate s peremeshivaniem. *Sorbtsionnye i khromatograficheskie protsessy*, 2006, Vol. 6, № 3, pp. 486–497. (rus)

13. **Baron N.M., Ponomareva A.M., Ravdel' A.A. et al.** Kratkii spravochnik fiziko-khimicheskikh velichin. Leningrad, Khimiya, 1983, 232 p. (rus)

14. **Kafarov V.V.** Modelirovanie biokhimicheskikh reaktorov. Moscow, Lesnaia prom-st', 1979, 344 p. (rus)

15. **Friedrichsberg D.A.** Kurs kolloidnoi khimii. Leningrad, Khimiya, 1984, 368 p. (rus)

16. **Kafarov V.V.** Osnovy massopredachi. Moscow, Vysshaia shkola, 1979, 439 p. (rus)

ГАНИН Павел Георгиевич — кандидат технических наук, доцент кафедры медицинской биотехнологии Санкт-Петербургского государственного политехнического университета; старший научный сотрудник кафедры микробиологии Санкт-Петербургской государственной химико-фармацевтической академии.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
ganin-pavel@rambler.ru

ШМИДТ Александр Александрович — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры гидроаэродинамики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, заведующий сектором числового моделирования Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
alexander.schidt@mail.ioffe.ru